

Conservatoire national des arts et métiers
Centre CNAM de Paris

Mémoire présenté en vue d'obtenir le
Diplôme d'ingénieur du Conservatoire national des arts et métiers
Spécialité : Bâtiment et Travaux Publics
Code diplôme : CYC8301A

Voûtes catalanes - Coques minces maçonnées érigées sans cintrage intégral
Développement de la forme et vérification de la stabilité en cours de construction à
l'exemple du *Droneport Project* présentée à la *Biennale d'Architecture de Venise* en 2016

Soutenu le 04.01.2023 par
Roman Maria SCHIRMER
Architecte d.p.l.g.

Président du Jury :

Jean-Sébastien VILLEFORT, Professeur titulaire de chaire, Conservatoire national des arts et métiers

Membres du jury :

Walid LARBI, Professeur des universités au Cnam, Responsable du diplôme d'ingénieur

Michel CAZENAVE, Professeur associé au Cnam, Chargé de mission, ESTP

Xavier CESPEDES, Professeur associé au Cnam, Directeur général, STRAINS

Philippe MACQUART, Professeur associé Cnam, Délégué général, UFME

Pierre MIT, Professeur associé au Cnam, Président, Building Smart France (BSF)

Joseph PAIS, Professeur associé au Cnam, Directeur technique, GRAITEC

Stéphane ROHRBACH, Professeur associé au Cnam, Président, ARTXBAT

Christophe SOISSON, Professeur associé au Cnam, Président, Valeurs Ajoutées

Tuteurs académiques :

Michel CAZENAVE, Professeur associé au Cnam, Chargé de mission, ESTP

Xavier CESPEDES, Professeur associé au Cnam, Directeur général, STRAINS

Tuteur en entreprise :

Mathieu ARQUIER, Agnès FLISCOUNAKIS & Luciano TOSINI

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	2
INTRODUCTION – OBJET ET OBJECTIFS	8
PRÉSENTATION DU CANDIDAT	10
PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE	11
PRÉAMBULE – EXPOSÉ DE LA DÉMARCHE	12
1 PRÉSENTATION DE L'OBJET DE L'ÉTUDE DE CAS	14
1.1 LE DRONEPORT PROJECT	14
1.2 MAPUNGUBWE - LE PRÉDÉCESSEUR	19
1.2.1 <i>Une surface de translation en approximation d'une voûte de Mapungubwe</i>	<i>20</i>
Hypothèses & modélisation	21
Calcul géométriquement linéaire comparé au calcul en grands déplacements	22
Discussion des résultats en grands déplacement.....	24
Conclusions sur l'expérience.....	25
2 DÉFINITIONS ET BASES THÉORIQUES	27
2.1 COQUES & VOÛTES - PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES ET GRANDEURS MÉCANIQUE.....	27
2.1.1 <i>Différenciation géométrique.....</i>	<i>27</i>
Nomenclature des surfaces	27
Courbures principales	28
Courbure moyenne	28
Courbure de Gauss.....	28
Surfaces Avec des caractéristiques particulières	30
Coques minces	31
2.1.2 <i>Représentation de l'action mécanique</i>	<i>31</i>
2.1.3 <i>États mécaniques particuliers de la coque.....</i>	<i>33</i>
2.2 DIFFÉRENCIATION CONSTRUCTIVE DE LA VOÛTE CATALANE.....	34
2.2.1 <i>Constitution et mode constructif de la voûte catalane.....</i>	<i>34</i>
2.2.2 <i>Propriétés mécaniques : Du mythe du caractère monolithique à la théorie de la « construction cohésive ».....</i>	<i>36</i>
2.2.3 <i>Histoire de la voûte catalane</i>	<i>37</i>
3 ÉVOLUTION DES APPROCHES DES STRUCTURES VOUTÉES	41
3.1 MÉTHODES D'ANALYSE STRUCTURALE.....	41
3.1.1 <i>Breve récapitulation de l'évolution des approches</i>	<i>41</i>
Corrélation entre géométrie funiculaire et stabilité de l'arc	42
Analyse de structures à géométrie invariable.....	42
Cinématique de corps rigides & Mécanismes de ruine	42
Statique graphique.....	43

3.1.2	<i>Approches analytiques contemporaines</i>	43
	Théorie de l'élasticité.....	43
	Méthodes énergétiques.....	44
	La théorie des plaques et des coques minces.....	44
3.1.3	<i>L'analyse limite de stabilité appliquée aux voûtes</i>	45
	La notion de rotule pour les arcs en maçonnerie.....	45
	Transposition de la théorie de la plasticité aux structures en maçonnerie.....	46
	Applications numériques basées sur l'analyse limite de stabilité.....	53
3.1.4	<i>La modélisation aux éléments finis (FEM)</i>	54
3.1.5	<i>Conclusion sur les méthodes d'analyse</i>	55
3.2	MÉTHODES D'OPTIMISATION DE FORME.....	56
3.2.1	<i>Introduction</i>	56
	La notion d'optimisation.....	56
	Optimisation de forme de coques : Objectifs & cas de charges déterminant.....	57
	Spectre des méthodes d'optimisation de formes & Notions de base.....	57
	Principe de la forme inversée.....	58
3.2.2	<i>Les approches historiques et expérimentales</i>	59
	Approches planes.....	60
	Approches spatiales.....	61
	Synthèse des approches et apparition des méthodes numériques.....	64
	Limitations des méthodes expérimentales.....	65
3.2.3	<i>Les approches analytiques et numériques</i>	67
	Approches directes.....	67
	Approches indirectes ou « Méthodes de déformation ».....	71
3.2.4	<i>Conclusion – Usage actuel pour les coques en maçonnerie</i>	79
4	SYNTHÈSE – APPROCHES ET FACTEURS IMPORTANTS À RETENIR	81
4.1	COQUES MEMBRANAIRES.....	81
4.1.1	<i>Efficacité des coques membranaires</i>	81
	Conséquences pour une coque qui n'admet pas de traction.....	82
4.1.2	<i>Incompatibilité des conditions aux limites avec l'état membranaire</i>	83
4.1.3	<i>Exemple d'une coque membranaire – le Smithfield Market</i>	84
4.2	GÉOMÉTRIE ET COMPORTEMENT MÉCANIQUE.....	85
4.2.1	<i>Surface moyenne développable / non-développable</i>	85
4.2.2	<i>Surface moyenne synclastique / anticlastique</i>	87
4.3	MÉTHODES D'OPTIMISATION DIRECTES OU INDIRECTES.....	89
4.4	DISCRÉTISATION DES ACTIONS.....	91
4.4.1	<i>La discrétisation des efforts - Un modèle de réponse à un chargement donné</i>	91
4.4.2	<i>La discrétisation pour l'optimisation de formes</i>	92
4.4.3	<i>Réseaux de chaînes : Maillage et déformabilité</i>	93

4.5	VÉRIFICATION DE LA SÉCURITÉ STRUCTURALE.....	96
4.5.1	<i>Stabilité globale</i>	97
4.5.2	<i>Seuils de contraintes</i>	99
	L'application de la méthode aux éléments finis aux coques.....	100
	Modélisation aux éléments finis avec Pythagore.....	105
4.5.3	<i>Stabilité locale - Résistance au flambement</i>	105
5	MÉTHODE D'OPTIMISATION DE LA GÉOMÉTRIE & SON APPLICATION	109
5.1	OBSERVATIONS, ESSAIS PRÉALABLES & MÉTHODE RETENUE.....	109
5.2	RELAXATION DYNAMIQUE D'UN RÉSEAU DE CHAINES NUMÉRIQUE	111
5.2.1	<i>1^{ère} étape : Approximation de la géométrie par un maillage grossier</i>	111
5.2.2	<i>Affinage du maillage</i>	113
5.2.3	<i>Correction du maillage & Ajustement de la relaxation</i>	115
5.2.4	<i>Conclusion</i>	118
5.3	ÉVALUATION DE PERFORMANCE	120
5.3.1	<i>Comparaison avec des géométries obtenues par la TNA</i>	120
	Objet étudié	120
	Workflow avec RhinoVAULT 2	123
	Observation des moments de flexion et contraintes.....	126
5.3.2	<i>Voûte à profile en chaînette</i>	127
5.3.3	<i>Relaxation dynamique avec membrures flexibles</i>	128
6	MODÉLISATION DE L'ACTION MÉCANIQUE DE LA MAÇONNERIE	131
6.1	DÉFINITIONS.....	131
6.2	CADRE RÉGLEMENTAIRE & NOTATIONS.....	131
6.2.1	<i>Maçonnerie traditionnelle – Terre cuite</i>	132
	Propriétés inhérentes aux matériaux constitutifs : éléments et mortier	132
	Propriétés de l'interface mortier - brique	134
	Propriétés du composite Maçonnerie	136
	Conclusion.....	141
6.2.2	<i>Maçonnerie de terre crue</i>	142
	Normes existantes	142
	Conclusion sur la revue de normes	154
6.3	MATÉRIAUX CONSTITUTIFS ET PROPRIÉTÉS INHÉRENTES	158
6.3.1	<i>Briques</i>	159
	Terre cuite.....	159
	Terre crue.....	164
6.3.2	<i>Mortiers et propriétés des interfaces</i>	181
	Type : Composition apparente et domaine d'emploi	181
	Mode de préparation et niveau de définition de la qualité	181

Classes de résistance.....	184
Différenciation des mortiers par le liant et propriétés	186
6.4 FACTEURS D'INFLUENCE SUR LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE ET CRITÈRES DE CHOIX.....	215
6.4.1 <i>Comportement plastique et fluage</i>	216
Domaine élastique & plastique.....	216
Fluage.....	217
6.4.2 <i>Interfaces mortier / blocs</i>	218
Déformabilité & déformations relatives	218
6.4.3 <i>Prise en compte de la déformabilité de l'ouvrage en construction</i>	219
6.4.4 <i>Exposition à l'humidité</i>	220
6.4.5 <i>Adaptation des propriétés mécaniques : Composition, stabilisation & renforcement aux fibres</i>	223
6.4.6 <i>Facteurs à observer lors de l'exécution de l'ouvrage</i>	225
L'hydratation du mortier et de la brique	225
6.5 MODÈLE MÉCANIQUE DE L'APPAREILLAGE DE LA VOÛTE CATALANE À 3 COUCHES.....	226
6.5.1 <i>Présentation des hypothèses géométriques : Définition de l'appareillage</i>	226
6.5.2 <i>Modèle de comportement mécanique</i>	228
Principe de modélisation de l'action mécanique	228
Réaction à la compression	231
Réaction à la traction axiale	234
Réaction à la flexion.....	248
6.5.3 <i>Synthèse des propriétés mécaniques exigées et des résistances admises</i>	260
Considérations générales.....	260
Exigences vis-à-vis des matériaux et performances de l'appareillage	265
7 VÉRIFICATION DU DIMENSIONNEMENT DE L'OUVRAGE EN SERVICE	277
7.1 ADAPTATION DU MAILLAGE	277
7.2 PRÉDIMENSIONNEMENT	279
7.2.1 <i>Situations durables et transitoires</i>	279
Poids propre – charges permanentes	279
Charge ponctuelle concentrée.....	283
Vent et neige.....	285
Combinaisons déterminantes	292
Hypothèse de prédimensionnement : Adaptation des sections requises.....	296
Vérification des hypothèse de prédimensionnement.....	298
Vérification du prédimensionnement - Charges climatiques.....	303
7.2.2 <i>Situations accidentelles</i>	305
Vent violent.....	305
Séisme.....	310
7.3 ADAPTATION DE LA STRUCTURE ET DU MODÈLE DE RÉSISTANCE	317
7.3.1 <i>Révision de la résistance des matériaux – Approximation de performances maximales</i>	318

7.3.2	<i>Adaptation du modèle de résistance de la maçonnerie non-armée</i>	323
7.3.3	<i>Conclusion – Confrontation des résistances aux sollicitations</i>	337
	Situations durables et transitoires	337
	Situation accidentelle de vent violent	346
7.3.4	<i>Réflexions à propos de l'action sismique et de la maçonnerie armée</i>	350
7.3.5	<i>Récapitulatif des situations et des réponses structurelles adaptées</i>	352
8	PHASAGE DE CONSTRUCTION	353
8.1	ÉTAPES DU MONTAGE	353
8.2	CONTRAINTES À L'ÉTAT FINAL	355
8.3	IMPACTE DU DÉCINTREMENT	356
8.4	IMPACTE DU CLAVETAGE	357
	CONCLUSION GÉNÉRALE	359
	GLOSSAIRE DES TERMES TECHNIQUES ET DES ACRONYMES	361
	BIBLIOGRAPHIE	365
	LISTE DES FIGURES	374
	LISTE DES TABLEAUX	383
	LISTE DES ÉQUATIONS	385
	RÉSUMÉ	387
	SUMMARY	388
A.	ANNEXES	389
A.1.	RAPPORT ENTRE ÉLANCEMENT ET POUSSÉE – CAS DE LA CHAINETTE	389
A.2.	RÈGLE DU TIERS CENTRAL	391
	Hypotèses	391
	État de contrainte admissible recherché	391
A.3.	MODÉLISATION ET OPTIMISATION DE LA GÉOMÉTRIE	393
A.3.1.	<i>Géométrie initiale</i>	393
	Tracé de courbes de construction	393
	Maillage	394
A.3.2.	<i>1ère série de relaxations dynamiques</i>	397
	1ère relaxation	399
	2 nd e relaxation	402
A.3.3.	<i>1ère vérification de la nature funiculaire</i>	405
	Analyse avec Karamba3D	405
A.4.	TABLEAU : CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES EN LABO & VAL. DE DIMENSIONNEMENT	411
A.5.	TABLEAU : RÉCAPITULATIF DES RÉSULTATS D'ESSAIS SUR BRIQUES ET SUR MAÇONNERIES EFFECTUÉES PAR TRUJILLO	413
A.6.	ACTION DU VENT – FEUILLE DE CALCUL	415
A.7.	RÉFÉRENCES NORMATIVES POUR LA MAÇONNERIE	417
A.7.1.	<i>Éléments de maçonnerie</i>	417

Normes d'essais	417
Unités de maçonnerie (Allemagne).....	420
A.7.2. Mortiers	423
Adjuvants	423
Normes performances	424
Normes d'essais	424
Normes DIN.....	425
Normes ASTM	429
B. RÉSULTATS ANNEXES	431
B.1. ANALYSE D'UNE SURFACE DE TRANSLATION DE 2 CHAINETTES	431
<i>B.1.1. Calcul géométriquement linéaire.....</i>	<i>431</i>
<i>B.1.2. Calcul en grands déplacements</i>	<i>431</i>
<i>B.1.3. Calcul en grands déplacements avec appuis élastiques.....</i>	<i>431</i>
B.2. ANALYSE PRÉALABLES.....	432
<i>B.2.1. Terre cuite $E_p=95$ – Analyse linéaire de différents cas de charge.....</i>	<i>432</i>
B.3. CALCULS EN PRÉDIMENSIONNEMENT	432
<i>B.3.1. Vérification d'une charge ponctuelle appliquée au sommet</i>	<i>432</i>
<i>B.3.2. EQU-1 - Terre cuite $E_p=165$ - Analyse en grands déplacement – Drucker-Prager</i>	<i>432</i>
<i>B.3.3. EQU-1 - Terre crue $E_p=305$ - Analyse en grands déplacement – Drucker-Prager</i>	<i>433</i>
<i>B.3.4. ACC-1 - Terre cuite $E_p=165$ - Analyse en grands déplacement – Drucker-Prager</i>	<i>433</i>
<i>B.3.5. ACC-1 - Terre crue $E_p=305$ - Analyse en grands déplacement – Drucker-Prager.....</i>	<i>434</i>
<i>B.3.6. ACC-2 - Séisme -Terre cuite $E_p=165$ - Analyse linéaire.....</i>	<i>434</i>
<i>B.3.7. ACC-2 - Séisme -Terre crue $E_p=305$ - Analyse linéaire.....</i>	<i>434</i>
B.4. RÉSULTATS DE CALCUL DU PRÉDIMENSIONNEMENT – BASES POUR LA JUSTIFICATION DU DIMENSIONNEMENT –	
COMPILATION	435

INTRODUCTION – OBJET ET OBJECTIFS

Cette recherche s'intéresse aux coques minces à efforts membranaires très largement dominants sous l'action du poids propre. Souvent, on y fait référence en parlant de voûtes ou de coques en compression pure, ce qui correspond à une représentation idéalisée de la réalité. En référence à l'analogie entre corde suspendue et « arc parfait », on parle aussi souvent de voûtes funiculaires.

La large prédominance des efforts de compression et le faible taux d'efforts de flexion en font des structures très efficaces, capables de reprendre des charges importantes ou de couvrir de grandes portées avec relativement peu de matière. Elles ont donc un intérêt à la fois technologique, économique et écologique.

Plus spécifiquement, nous allons étudier les coques érigées en maçonnerie de briques selon la technique dites des voûtes catalanes. Elles sont érigées sans cintrage intégral à partir de plusieurs couches croisées de briques plates. La limitation du cintrage aux bords offre un gain de temps de réalisation et est très avantageuse dans des régions où les matériaux bois ou acier, nécessaires à sa réalisation, sont rares.

Nous allons nous intéresser de plus près au cas d'une voûte catalane expérimentale réalisée en partie en briques de terre crue stabilisée au ciment, le « Droneport Project » qui a été présenté dans le cadre d'un projet humanitaire à la biennale d'architecture de Venise en 2016.

L'objectif premier de ce travail est le développement d'un processus qui permette d'optimiser une forme prédéfinie afin d'obtenir une géométrie qui, sous son poids propre, travaille essentiellement en compression membranaire et minimise les efforts de flexion hors-plan. Ce processus doit offrir le meilleur contrôle sur la géométrie finale par sa manipulation directe et ciblée.

L'objectif second consiste en l'implémentation d'une méthodologie d'analyse structurale des coques en maçonnerie catalane. Elle sera essentiellement basée sur la modélisation aux éléments finis, réalisée avec Pythagore v20.06, le logiciel développé par SETEC TPI. Il permet entre-autre l'analyse non-linéaire matérielle, le calcul en grand déplacements, le phasage de construction et la prise en compte du fluage.

Lors de la vérification des voûtes maçonnées, l'analyse limite de stabilité prend une place importante à côté de l'analyse des contraintes. Parallèlement, la terre est un matériau propice au fluage qui influence la distribution des contraintes sur le long terme.

L'objectif est alors en premier lieu, d'exploiter les capacités de Pythagore pour analyser le comportement mécanique des voûtes maçonnées en briques de terre crue.

PRÉSENTATION DU CANDIDAT

Architecte d.p.l.g diplômé en 2007 de l'École National Supérieure d'Architecture de Paris la Villette, originaire d'Allemagne, Roman Schirmer travaille dans le domaine de la construction depuis 2003, alors en 3^{ème} année de ses études d'architecture.

Depuis 2021, il est installé à Lausanne où il exerce en tant qu'architecte indépendant en Suisse et également en France¹.

Auparavant, il assumait, au sein de l'entreprise CSD Ingénieurs SA, en tant que coordinateur d'une équipe de planification générale, la direction d'un projet industriel près de Lausanne. Jusqu'en 2019, Roman Schirmer a travaillé chez Santiago Calatrava Architectes & Ingénieurs à Zurich, bureau de renommée internationale spécialisé notamment dans les projets de gares ferroviaires, de ponts et de tours, et autres projets audacieux aux géométries complexes. Il a notamment été en charge du concours pour un projet routier de voie de contournement comprenant un tunnel et deux ponts à Grüningen en Suisse ; projet lauréat. En 2016, Roman Schirmer contribue à la mise au point technique de deux gares du Grand Paris Express au sein de l'agence Nicolas Michelin et Associés à Paris. De 2013 à 2016 Roman Schirmer vit et travaille essentiellement à Rio de Janeiro au Brésil où il poursuit en partie l'activité d'architecte indépendant et consultant, démarré à la fin de ses études d'architecture à Paris. Dans ce cadre, il intervenait par ailleurs régulièrement sur la synthèse de grands projets d'infrastructure : Notamment pour Ingérop Management, dans le cadre de la dalle urbaine de la ZAC des Batignolles et de la ZAC de la Porte de Paris à Saint-Denis.

¹ Il est inscrit à l'ordre des architectes français depuis 2008.

PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE

L'entreprise STRAINS est fondée par trois ingénieurs, Xavier Céspedes, Mathieu Arquier et Luciano Tosini, qui ont fait leurs armes d'une part sur des études complexes et d'autre part sur de la R&D autour du logiciel de calcul de structures Pythagore au sein de SETEC TPI.

L'expertise de STRAINS englobe le calcul de structures de génie civil en phase de conception et exécution, ainsi que le développement d'une « suite de logicielle de calculs non linéaires qui croise les approches statique et cinématique »².

Les trois logiciels développés sont spécialisés dans la conception et le calcul d'interfaces et de connexions complexes. DS STEEL vise la conception d'attaches dans la construction métallique, DS CONCRETE les détails de connexion du béton ou de la maçonnerie. Le logiciel DS QANTARA permet d'analyser les structures élancées, en particulier les tabliers de pont.

2 Site internet de l'Association Française de Génie Civil (AFGC)

PRÉAMBULE – EXPOSÉ DE LA DÉMARCHE

Nous nous intéressons à une forme de structure de *couvrement*, donc un « *organe ou ouvrage limitant par le haut un entrecolonnement, une baie, une pièce, un vaisseau* » [1, p. 266]. L'objet de l'étude de cas constitue également une *couverture*, à savoir un « *ouvrage couvrant extérieurement une construction* ». [1, p. 336]

Ce travail fait suite à une recherche préliminaire sur la voûte nubienne [2] qui présentait essentiellement les approches de l'analyse structurale en deux dimensions d'une voûte en berceau.

L'approche en deux dimensions a longtemps été l'approche prédominante et une très grande majorité des structures construites peuvent être représentées et analysées en section et en plan. L'assemblage des résultats issus des représentations planes permet ensuite de conclure sur le comportement de la structure dans son ensemble.

Cette approche est plus simple et plus facilement intelligible. Pourtant, on se place généralement du côté de la sécurité en faisant abstraction de la distribution des efforts en trois dimensions.

Pour la voûte en berceau qui présente une courbure dans une seule direction, l'analyse s'est faite et se fait toujours très fréquemment en se basant uniquement sur sa coupe transversale. Même les coupoles que l'on peut représenter par des surfaces de révolution, peuvent être analysées de cette manière.

Tandis que pour des charges uniformément réparties on obtient une représentation des actions qui soit assez proche de la réalité, on s'en éloigne déjà nettement plus lorsqu'on considère des charges ponctuelles, comme le démontre par exemple O'Dwyer [3, p. 195]. L'on peut alors très nettement sous-estimer la capacité portante d'une structure. L'étude de O'Dwyer montre que pour une charge ponctuelle appliqué au sommet d'une voûte en berceau, la charge applicable suivant un modèle en trois dimensions peut être de plus du triple (325%) de celle obtenue avec un modèle en deux dimensions.

Pendant que l'approche en deux dimensions présente souvent l'inconvénient principal d'être trop sécuritaire pour l'analyse des voûtes à simple courbure ou des corps de révolution, elle ne saurait plus remplacer une approche en trois dimensions pour des formes de coques plus complexes.

La recherche bibliographique présentée en section 3 nous permet de retracer l'évolution des approches, d'identifier celles qui sont en usage de nos jours et d'en saisir les tenants et aboutissants. Nous allons notamment nous intéresser à la charnière entre approches bi- et tridimensionnelles, autant pour l'analyse structurale que pour l'optimisation de la forme appliquée aux coques.

En section 4, nous allons récapituler quelques notions importantes pour la conception, l'optimisation et l'analyse des coques. Dans un premier temps, nous résumons les facteurs géométriques et leur influence sur le comportement mécanique.

Ensuite, nous discutons les avantages et inconvénients des approches numériques directes et indirectes pour l'optimisation de forme appliquées aux coques ce qui nous amène sur les implications d'une discrétisation des efforts dans le cadre de l'optimisation.

Enfin, nous résumons les critères à considérer pour les voûtes et coques, au regard des trois aspects de la sécurité structurale, l'équilibre, la stabilité de forme et la limitation des contraintes.

Après quelques essais préalables, la section 5 présente l'application d'une démarche d'optimisation de forme au cas d'étude. Nous allons en évaluer la performance par la comparaison d'une analyse simplifiée des contraintes à celle d'autres formes obtenues par d'autres méthodes.

En section 6, nous définissons la composition précise de la maçonnerie. Elle nous permettra entre-autres, d'établir son approximation par la modélisation aux éléments finis.

Pour cela, nous allons établir le cadre réglementaire et observer les qualités des matériaux et du composite.

L'ouvrage modélisé sera analysé en l'état final en section 7. Une adaptation de la structure et du modèle de cohésion correspondant seront proposées en fonction des situations.

Enfin, en section 8, un processus constructif sera proposé et les étapes de la construction vérifiées.

1 PRÉSENTATION DE L'OBJET DE L'ÉTUDE DE CAS

1.1 LE DRONEPORT PROJECT

Le *Droneport Project* est proposé en parallèle aux projets nommés *Redline* et *Blueline*. Ces deux derniers émanent de l'initiative du journaliste Jonathan Ledgard. *Redline* est présenté comme un projet d'aide au développement visant l'acheminement d'objets légers mais vitaux dans des zones difficiles d'accès au Rwanda, par le déploiement d'un réseau de drones. À partir d'une ou de plusieurs bases, les « Droneports », on acheminerait donc essentiellement du matériel médical aux villages isolées, notamment durant la saison des pluies où les pistes sont peu praticables. *Blueline* serait l'extension commerciale de ce programme.

L'architecte Norman Foster a suivi l'invitation de Ledgard pour proposer un projet pour ces bases à drones. La construction devait être modulaire, favoriser l'emploi de matériaux locaux et être réalisable par une main d'œuvre peu qualifiée.

Le *Droneport Project* a été porté par la *Norman Foster Foundation*. De nombreux intervenants ont été sollicités pour l'élaboration du projet. Des universités, tel que l'ETHZ, le MIT ou Cambridge pour le développement, la *LafargeHolcim Foundation for Sustainable Construction* en tant que partenaire industriel et financier et une équipe madrilène de maçons hautement qualifiés, sous la direction de Carlos Martín Jiménez, un spécialiste de la technique de la voûte catalane, pour la construction du prototype lors de la 15^{ème} biennale d'architecture de Venise en 2016.



Figure 1.1.1 - Illustration du Droneport Project, base à drones pour le Redline Project [4, p. 14]

« L'étude et la conception de la structure ont été confiées au Block Research Group (BRG), dirigé par Philippe Block et Tom Van Mele, à l'ETH de Zurich, avec le concours d'ODB³, le bureau d'ingénierie des structures dont Block est l'un des associés. » [4, p. 16]

Le BRG affirme que « la structure est conçue de façon à subir une contrainte uniforme sous l'effet de son propre poids, et sa double courbure lui confère une stabilité en compression dans n'importe quelles conditions de chargement. » [4, p. 16]

Comme le mentionne Block, les briques « en terre pressée renforcée au ciment, sont finalement assez peu résistantes, surtout en flexion. Alors il devient crucial de trouver une forme dont le matériau travaille uniquement en compression. »

Andrew Ayers, l'auteur de l'article précise que « pour ce faire, l'équipe a employé des outils qu'elle avait initialement développés pour mesurer des structures historiques, notamment RhinoVAULT, un plugin du logiciel Rhinoceros qui permet de concevoir des formes funiculaires. » [4, p. 43]

³ ODB correspond aux initiales de Ochsendorf, DeJong & Block. John Ochsendorf est enseignant-chercheur au MIT, Matthew DeJong à Cambridge et Block dirige le BRG à l'ETHZ.

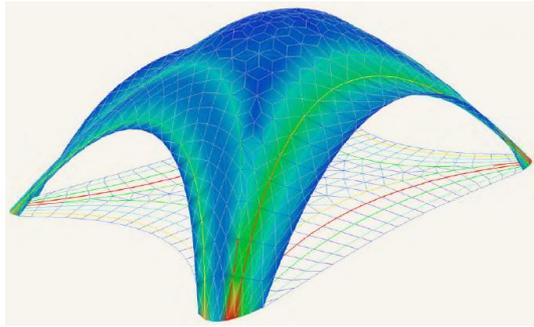


Figure 1.1.2 - Forme issue de RhinoVAULT, implémentation de la Thrust Network Analysis (TNA) dans [4, p. 42]

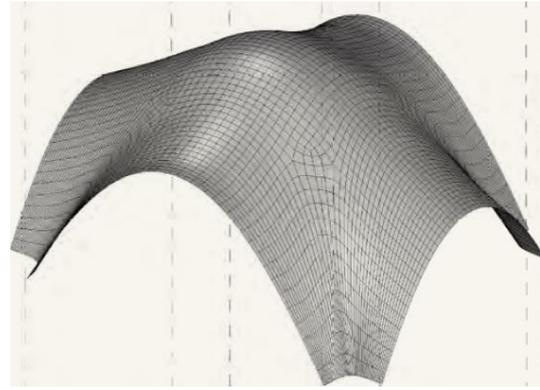


Figure 1.1.3 - « La géométrie de la voûte résulte d'un processus de conception basé sur la technique de Thrust Network Analysis (TNA) » [4, p. 41]

La géométrie retenue pour le prototype d'un des modules du Droneport, est une voûte à double plan de symétrie, appuyée sur les quatre angles. Elle mesure 10 x 8 m² en plan et présente une hauteur totale de 5.5 m.

La hauteur libre des arcs d'ouverture sur les grands côtés cumule à 4.1 m et sur les petits côtés, elle atteint 2.8 m.

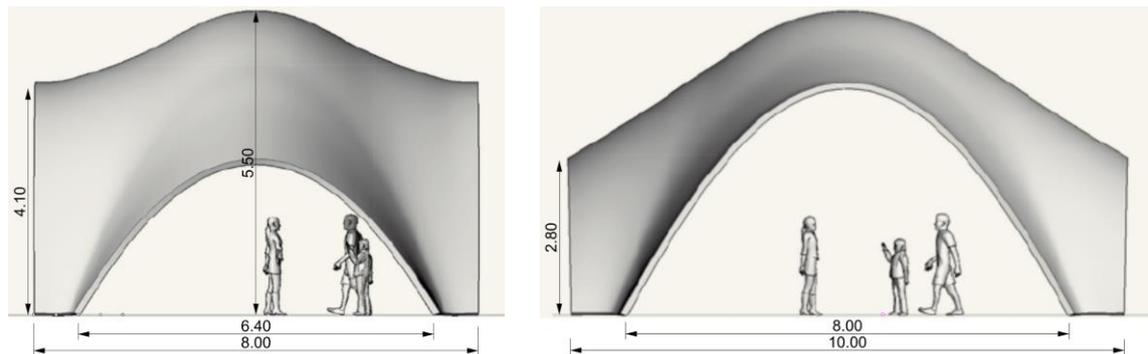


Figure 1.1.4 - Elevations du prototype d'un des modules du Droneport Project d'après [4, p. 46]. Les cotes ont été ajoutées après mise à l'échelle des dessins en fonction des dimensions en plan.

En observant la géométrie retenue, il y a deux points qui attirent l'attention. D'une part, l'échelle du Droneport Project, tel qu'il est représenté sur les images de synthèse, semble environ deux fois plus grande que celle du prototype. Les contraintes qui résultent de l'action du poids propre, doivent alors aussi être environ deux fois plus grandes dans la structure réelle projetée.

D'autre part, on note la différence entre la géométrie issue de RhinoVAULT et la forme finalement construite.

La structure est construite selon la technique de la voûte catalane qui sera plus amplement décrite par la suite. Très succinctement, on peut dire que la paroi d'une voûte catalane est un multicouche de briques minces.

La réalisation de ce multicouche avait été prévue en *DuraBric*, une brique de terre compressée stabilisée avec 5% de ciment, mise au point par LafargeHolcim dans le cadre de leur partenariat. La *LafargeHolcim Foundation for Sustainable Construction* avait également financé le prototype à Venise.

Contrairement aux intentions initiales, la première couche a été réalisée en briques creuses cuites, comme on peut le voir sur la photo de la Figure 1.1.5.



Figure 1.1.5 - Première couche en briques creuses cuites. Dans [4, p. 55]



Figure 1.1.6 - Visualisation des trois couches terminées sur le site internet de Foster & Partners

Ivan Serclérat, représentant de LafargeHolcim explique que « *malgré des essais préliminaires concluants, à Venise, peut-être en raison du choix du mortier ou de l'humidité ambiante importante, les DuraBrics ne tenaient pas ensemble.* » Aussi en raison du délai de réalisation court, il a été décidé de réaliser la « *première couche en tuiles cuites, plus légères* ». [4, p. 50],

Comme la technique catalane consiste à monter les briques en porte-à-faux, sans cintrage, les deux chants mis en contact doivent pouvoir adhérer très rapidement. Le mortier de plâtre permet d'obtenir une adhérence suffisante « *en quelques secondes* »⁴, dès lors qu'il est mis en contact avec un matériaux absorbant, d'autant plus si la brique est légère. La brique pleine de terre crue stabilisée, nettement plus lourde, ne semblait pas présenter la porosité requise.

⁴ Myriam Olivier, CEREMA, **citation à retrouver** ; « Adhérence instantanée due à la succion » [69, p. 51]



Figure 1.1.7 – La voûte en construction à Venise. Démarrage 2^{ème} et 3^{ème} couche. Dans [4, p. 49].

La voûte est construite en partant des cintres des arcs d'ouverture. Ils constituent le seul cintrage. Sur la Figure 1.1.7 et suivantes, on reconnaît les cintres qui sont constitués de deux fers plats parallèles, appuyés à intervalle régulier sur la structure d'échafaudage. Des profilés minces en composite de fibre de verre, dont la position est ajustée à travers les montants d'échafaudage sur lesquels ils prennent appui, servent de guidage au maçon.



Figure 1.1.8 - Carlos Martín Jiménez lors de la pose de la première couche dans [4, p. 55].

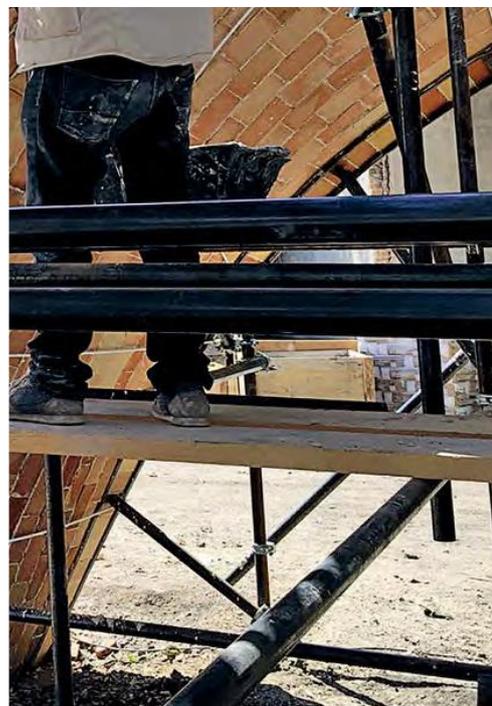


Figure 1.1.9 – Extrait montrant les supports pour les cintres des arcs d'ouverture.

1.2 MAPUNGUBWE - LE PRÉDÉCESSEUR

Edwin Heathcote, l'un des rédacteurs note que « *la Biennale de Venise aura servi d'atelier, de test de faisabilité, de laboratoire et de manuel pratique* » [4, p. 16]. À ce propos, il faut dire qu'entre 2005 et 2008, des voûtes semblables ont été réalisées, également en brique de terre crue stabilisée dont la conception avait aussi été accompagnée par Block et Ochsendorf. Il s'agit du *Mapungubwe National Park Interpretive Centre* en Afrique du sud, qui avait, par ailleurs, été récompensé par le *Holcim Award for Sustainable Construction* en 2008.

À Mapungubwe, l'une des voûtes rectangulaires en appui sur les quatre côtés, mesure 15 x 8 m² en plan. Dans un article du journal du *African Technology Development Forum* (ATDF)⁵, les auteurs, dont Block et Ochsendorf, précisent que les contraintes dans la structure se situent autour de 1.5MPa, tandis que la brique résiste à environ 5.0 MPa. On y remarque également que la structure travaille « *en compression uniquement* » [5, p. 17].



Figure 1.2.1 - Mapungubwe National Park Interpretive Centre – Une partie des constructions.

⁵ ATDF se présente par le site internet <https://atdforum.org/>. Les bureaux sont en Zambie, le numéro de téléphone affiché (+41-79 403 99 74) est un numéro Suisse. Le MIT semble aussi être en lien avec cette association.



Figure 1.2.2 - Mapungubwe National Park Interpretive Centre – Vue intérieur d’une voûte jumellée.

1.2.1 UNE SURFACE DE TRANSLATION EN APPROXIMATION D’UNE VOÛTE DE MAPUNGUBWE

La surface moyenne des voûtes visibles en Figure 1.2.2 semble pouvoir s’approcher par une surface de translation de deux courbes. Comme le confirment Ochsendorf et Ramage [6, p. 1515], les formes pour Mapungubwe ont bien été obtenues à partir d’une analyse du polygone funiculaire des sections en deux dimensions.

Sans vouloir vérifier spécifiquement le projet de Mapungubwe, on se propose d’établir le modèle aux éléments finis d’une approximation simple pour obtenir une première impression des grandeurs.

On va modéliser une surface de translation à partir de deux profils en chaînette. On ne traitera pas les bords et on ne cherchera pas à optimiser la structure par ailleurs, comme cela a certainement été fait pour l’objet de référence. Cependant, sachant que la démarche consistait à combiner des polygones funiculaires pour générer une structure en trois dimensions, l’approximation par une surface de translation de chaînettes qui, comme on le sait correspondent à la forme de l’arc idéal sous son poids propre, doit nous permettre d’approcher un état de contrainte similaire du moins en partie courante de la coque.

Nous allons également nous servir de cet exemple pour comparer les résultats d'un calcul en grand déplacements à ceux d'un calcul géométriquement linéaire.

HYPOTHÈSES & MODÉLISATION

Les génératrices de la surface de translation analysée, ont été obtenues par la formule mathématique de la chaînette (cf. Annexe A.1). La première présente une portée de 5.0 m et un paramètre $a = 2$, la seconde une portée de 8.0 m et $a = 5$. Les coins inférieurs de la surface ont été soustraites (sur 0.5 m en élévation) de façon à obtenir des appuis constitués de plusieurs nœuds. La surface a été maillée de façon à obtenir des arrêtes d'une longueur d'environ 10 cm, qui approche l'épaisseur de la coque assumée de 10cm.

Les directions x (en rouge) des repères locaux sont généralement orientées perpendiculairement aux bords libres.

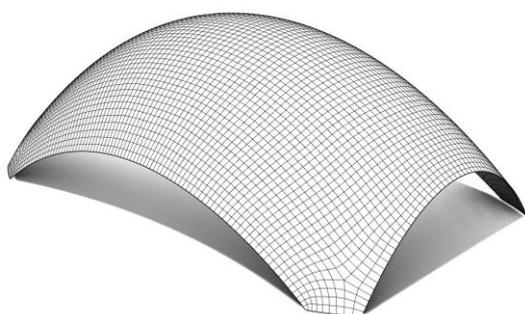


Figure 1.2.3 - Géométrie et maillage de la surface moyenne

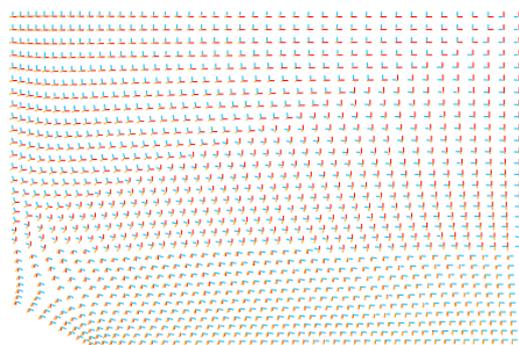


Figure 1.2.4 – Représentation en plan d'un quart de la voûte, montrant l'orientation des repères locaux des éléments finis. L'appui est en bas à gauche, le sommet en haut à droite.

X en rouge, Y en bleu, Z en orange

Pour cette analyse, nous utilisons le programme de calcul aux éléments finis Pythagore v20.06 de Setec TPI. Comme mentionné, c'est le programme qui sera utilisé pour l'ensemble des calculs aux éléments finis dans le cadre de ce travail.

On effectue des calculs en non-linéarité matérielle avec une loi de comportement de Drucker-Prager, en admettant un Module d'élasticité de 2.0 GPa, un coefficient de poisson de 0.187, une densité de 2.0 kN/m³ et une résistance à la compression et à la traction de

respectivement 3700 kPa et -37 kPa. La contrainte admise en traction est donc de 1%, ce qui est très peu.⁶ La seule charge appliquée est le poids propre.

Quelques résultats graphiques sont donnés dans les figures ci-dessous. Les résultats graphiques complets peuvent être trouvés en annexe B.1.

CALCUL GÉOMÉTRIQUEMENT LINÉAIRE COMPARÉ AU CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS

Le calcul géométriquement linéaire, fournit des contraintes de traction théoriques⁷ nettement moins élevées que le calcul en grands déplacements (-69 kPa / -126 kPa).

La différence est la plus notable au niveau de la fibre supérieure.

Les maximales des contraintes principales de compression (moyennes sur les nœuds) restent du même ordre. En grands déplacements elles sont légèrement supérieures en fibre inférieure (1'165 kPa / 1'148 kPa) et en fibre supérieure (1'357 kPa / 1'335 kPa). Tandis qu'en fibre moyenne, les valeurs sont quasiment identiques (1'235 kPa / 1'230 kPa).

Les valeurs maximales n'apparaissent qu'aux éléments finis sur appui (DA). Pour la fibre moyenne, un seul nœud par appui, semble présenter une valeur supérieure à 847 kPa.

⁶ La méthode simplifiée de l'Eurocode 6-3 (EN1996-3) admet, pour une maçonnerie en briques et un mortier inférieur à M5, une résistance caractéristique en flexion $f_{xk,2,s}$ de 0.2 MPa. L'indice 2 correspond à la direction selon laquelle l'effet d'un enchevêtrement des briques peut être considéré. La brique doit présenter une résistance en traction au moins égale.

Une maçonnerie constituée de ce même mortier et d'une brique de résistance caractéristique en compression supérieure à 4.0 MPa, admet une résistance caractéristique en compression de 2.4 MPa. Dans ce cas spécifique, la résistance en traction (flexion) équivaut donc à 8% de celle en compression de la maçonnerie et à 5% de celle de la brique.

Selon l'ATEX-2588, une brique de terre crue de classe BTC40, d'une résistance en compression caractéristique de 4 MPa, présente une résistance caractéristique en traction de 0.4 MPa, donc supérieure à 0.2 MPa.

⁷ Ayant admis une résistance en traction minimale de -37 kPa, les fibres qui dépassent cette valeur sont à considérer comme fissurées.

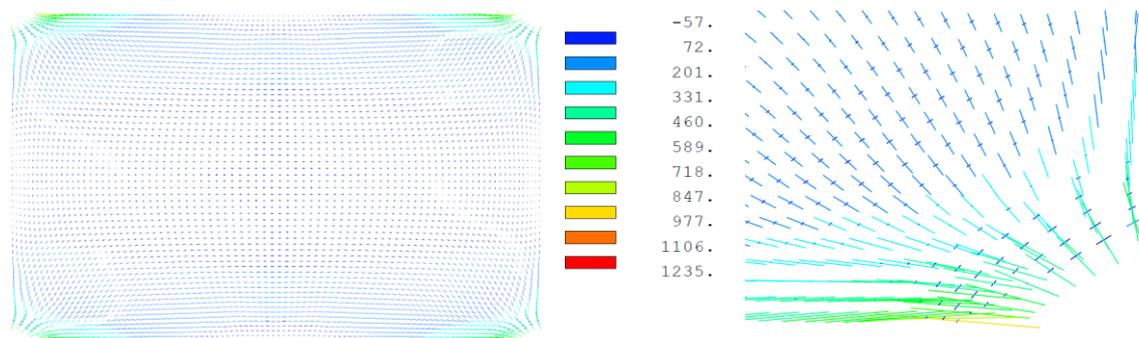


Figure 1.2.5 - Calcul en grands déplacements. Vecteurs des contraintes principales en fibre moyenne. À droite, un agrandissement de la zone d'appui.

La proportion des extrémales en traction / compression sont d'environ 5.2% en calcul géométriquement linéaire et de 9.3 % en grands déplacements.

Vu l'impact des déplacements sur les contraintes, nous allons poursuivre avec l'analyse des résultats du calcul en grands déplacement.

DISCUSSION DES RÉSULTATS EN GRANDS DÉPLACEMENT

Des contraintes de traction en direction de la descente directe des charges, induites par des moments de flexion, apparaissent essentiellement le long des bords libres en fibre inférieure.

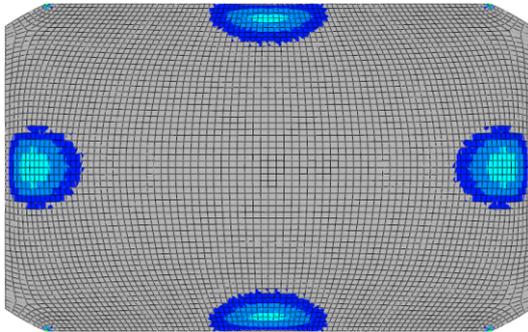


Figure 1.2.6 – Calcul en grands déplacements. Moments de flexion M_{YY} supérieurs à 0.1 kN.m/m . Les zones cyan correspondent à des valeurs entre 0.18 et 0.22 , les bleu roi entre 0.14 et 0.18 , les bleu marine entre 0.10 et 0.14 .

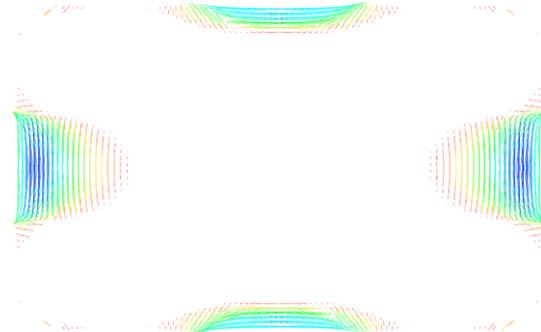


Figure 1.2.7 – Calcul en grands déplacements. Vecteurs des contraintes principales de traction en fibre inférieure.

Les vecteurs bleu marine, correspondent aux valeurs minimales entre -92 et -102 kPa .

Les moments négatifs qui apparaissent à proximité des appuis peuvent être expliqués par des effets flexionnels de bord. Notamment selon la petite portée, le blocage parfait de la position des appuis semble provoquer des moments responsables des contraintes de traction en fibre supérieure.

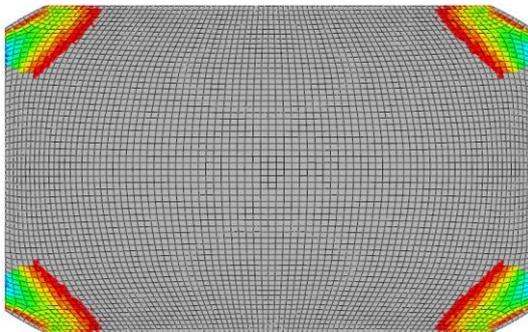


Figure 1.2.8 - Calcul en grands déplacements. Moments de flexion M_{XX} inférieurs à -0.1 kN.m/m . Les valeurs extrémales se situent dans la zone de couleur cyan avec -0.61 kN.m/m .

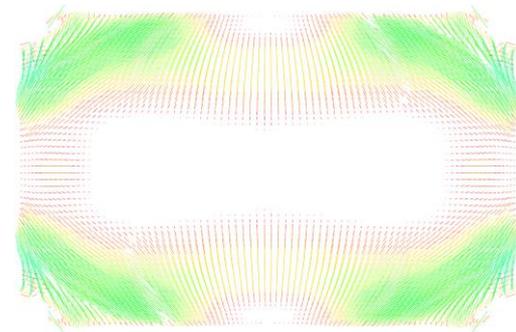


Figure 1.2.9 – Calcul en grands déplacements. Vecteurs des contraintes principales de traction en fibre supérieure [kPa].

Les vecteurs en cyan, correspondent aux valeurs minimales visibles entre -75 et -88 kPa . Ponctuellement, à proximité immédiate des appuis, la contrainte monte à entre -88 et -101 kPa .

Les effets de bord ne permettent cependant pas d'expliquer une partie des tractions qui sont largement présentes en face supérieure et dont l'intensité est bien plus élevée en grands déplacements. En observant les déformations, on note que les zones situées au tiers entre les

appuis et le sommet se déplacent vers le haut (+0.3 mm), tandis que les sommets des arcs d'ouverture s'abaissent (-1.7 mm). Cette déformation introduit des moments dans les directions reliant deux sommets d'arc d'ouverture voisins et augmente les contraintes de traction en fibre supérieure dans cette direction.

En fibre moyenne (non représentée), on rencontre des efforts de traction qui peuvent être expliqués par les effets des déformations transversales. La valeur minimale pour σ_2 de -57 kPa va de pair avec une compression perpendiculaire σ_1 d'environ 300 kPa, ce qui est cohérent vis-à-vis du coefficient de poisson assumé.

CONCLUSIONS SUR L'EXPÉRIENCE

Cet exemple montre bien que des contraintes de traction apparaissent. Au-delà des contraintes transversales inévitables, on constate que les effets de bord et les déformations imposent des moments de flexion qui provoquent des contraintes de traction au niveau des fibres extrêmes.

La prise en compte des déformations et des effets de bord lors du calcul de la structure devient alors impérative.

Les effets de bord, amènent la question de l'influence de la raideur des appuis, mais aussi de leur déplacement accidentel. Un calcul avec appuis flexibles a également été effectué dont les résultats peuvent être trouvés en annexe B.1.3. Sur ce point, nous discuterons pas davantage de leur impact, mais il est important de noter qu'une faible élasticité horizontale des appuis induit une réduction des moments de flexion.

Sur le long terme, l'influence du fluage doit également être considérée. Avec un matériau comme la terre crue, moins rigide, il est possible qu'il conduise à une meilleure répartition des contraintes dans l'épaisseur de la coque, tant que les déplacements restent petits.

Les questions que nous nous poserons par la suite concernent entre autres l'éclaircissement de la maîtrise de ces différents facteurs et notamment, à savoir dans quelle mesure on peut minimiser les efforts de flexion et les contraintes de traction grâce aux méthodes d'optimisation.

2 DÉFINITIONS ET BASES THÉORIQUES

Dans cette section, nous allons reprendre les principaux critères de classement des coques et voûtes du point de vue géométrique ainsi que la définition des grandeurs qui caractérisent leur action mécanique.

Comme nous nous intéressons au cas particulier des coques maçonnées selon la technique de la voûte catalane, nous allons également identifier les caractéristiques qui différencient ces structures d'autres voûtes maçonnées. Dans ce but, nous allons en exposer le mode constructif et l'évolution des approches de leur comportement mécanique.

2.1 COQUES & VOÛTES - PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES ET GRANDEURS MÉCANIQUES

Dans les sciences de l'ingénieur, une *coque* est *définie par la géométrie courbe de sa surface moyenne et par son épaisseur en tout point de cette surface* ». [7, p. 10]

C'est donc la courbure de la surface moyenne, simple ou double, qui la différencie des *plaques* ou des *parois*.

2.1.1 DIFFÉRENCIATION GÉOMÉTRIQUE

NOMENCLATURE DES SURFACES

Parmi les surfaces courbes fréquemment rencontrées, on distingue les *surfaces développables* qui sont à la fois des *surfaces réglées* et des *surfaces de translation*. Inversement, ces relations d'appartenance ne sont pas valables.

SURFACE DE TRANSLATION

Une surface de translation est obtenue par le déplacement d'une courbe (première génératrice) le long d'une autre courbe (deuxième génératrice).

SURFACE RÉGLÉE

Une surface réglée est obtenue par le déplacement d'une ligne droite (la génératrice) sur deux courbes (les directrices), potentiellement différentes. S'il n'existe qu'une directrice ¹, alors c'est une surface de translation développable.

¹ Cela revient à dire qu'on peut obtenir la seconde directrice par projection de la première en direction des génératrices (parallèles).

Le terme vient de règle (regula en latin) car on peut en tout point, trouver une seule¹ direction selon laquelle on peut inscrire une droite.

SURFACE DÉVELOPPABLE

Une surface est développable si on peut la « dérouler » sur un plan sans que sa métrique interne en soit affectée, donc sans déformation mesurée dans son plan.

Les surfaces développables sont toujours aussi des surfaces réglées. L'inverse n'est pas vrai.

Toute surface dont l'une des deux courbures principales est nulle en tout point, est développable, donc toute surface dont la courbure de Gauss est nulle en tout point.

Une surface réglée non-développable possède également une courbure nulle dans une des directions, mais dans ce cas il ne s'agit pas de la courbure principale. Le paraboloïde hyperbolique est un exemple d'une telle surface réglée non-développable.

COURBURES PRINCIPALES

La géométrie différentielle définit les courbures principales comme les *courbures extrémales* selon les deux *directions principales*. Celles-ci sont perpendiculaires.

COURBURE MOYENNE

La *courbure moyenne* est la moyenne arithmétique des deux courbures principales. Comme nous le verrons, celle-ci peut avoir une incidence sur la distribution des efforts dans la coque.

COURBURE DE GAUSS

La *courbure de Gauss* est le produit des deux courbures principales.

Avec la courbure moyenne, la courbure de Gauss de la surface moyenne est probablement le critère de différenciation le plus important pour la géométrie des coques. Comme nous l'avons déjà évoqué, une coque à surface moyenne développable se différencie nettement, en ce qui concerne son comportement mécanique, des coques à surface moyenne présentant une courbure de Gauss non-nulle.

On distingue trois types de points qui caractérisent l'élément de surface en fonction de la courbure de Gauss.

¹ Si on trouvait plus d'une direction, il s'agirait d'un plan.

POINT PARABOLIQUE

En un *point parabolique* la courbure de Gauss est nulle. Pour cela l'une des courbures principales doit être nulle. C'est le cas pour l'ensemble des points sur un cylindre ou toute autre *surface développable* tel que présentées par les *voûtes en berceau*, de profil quelconque.

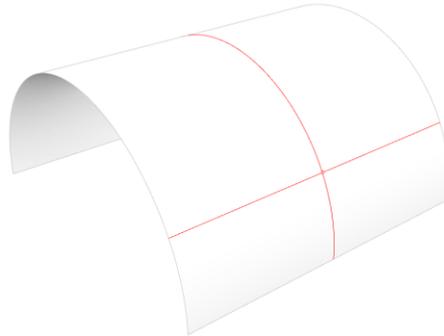


Figure 2.1.1 - Surface à courbure gaussienne nulle (ex. : demi-cylindre)

Pour les voûtes en berceau, par convention, la direction de courbure principale correspond aux sections transversales. Les sections longitudinales présentent des lignes droites.

Les courbes obtenues par l'intersection des plans transversaux verticaux et de la surface moyenne sont appelées les *directrices*, celles obtenues par l'intersection avec des plans verticaux longitudinaux, les *génératrices*.

C'est une *surface de translation* générée par le déplacement de la génératrice le long de la directrice ou inversement.

POINT ELLIPTIQUE

En un *point elliptique* la courbure de Gauss est positive, les deux courbures principales y sont de même signe, tel que c'est le cas pour les points sur un ellipsoïde. Les points sur une sphère sont dits *ombilics*. Les courbures principales y sont égales.

Une surface pour laquelle tout point est un point elliptique est qualifiée de *synclastique*. Les *coupoles* rentrent dans cette catégorie.

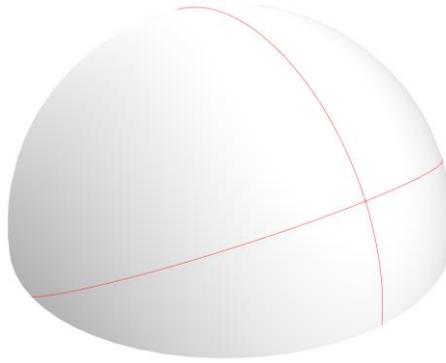


Figure 2.1.2 - Surface synclastique à courbure gaussienne positive (ex. : hémisphère)

POINT HYPERBOLIQUE

En un *point hyperbolique* la courbure de Gauss est négative. Les courbures principales y sont de signes contraires

Une surface pour laquelle tout point est un point hyperbolique est qualifiée d'*anticlastique*, tels que les points d'un hyperboloïde à une nappe ou un *paraboloïde hyperbolique*. Comme évoqué, ce dernier est également une *surface réglée* qui peut être décrite par une série de droites. On connaît les coques en forme de *paraboloïde hyperbolique* notamment de Felix Candela.

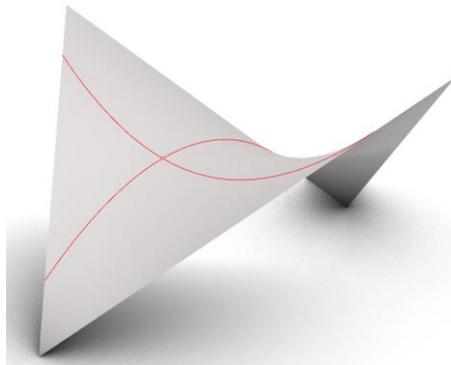


Figure 2.1.3 - Surface anticlastique à courbure gaussienne négative (ex. : paraboloïde hyperbolique)

SURFACES AVEC DES CARACTÉRISTIQUES PARTICULIÈRES

SURFACE MINIMALE

Une *surface minimale*, au sens mathématique, se caractérise par une courbure moyenne nulle, elle est donc nécessairement anticlastique ou plane. C'est la surface d'aire minimale tendue entre deux courbes.

La surface qu'on peut obtenir par une peau de savon tendue entre deux fils décrit une surface minimale. Elle obéit au principe de moindre action. Son énergie potentielle est minimale. On parle aussi de « *isotensoïdes* »¹ [8, p. 76] pour lesquels les efforts membranaires sont constants, *ce qui implique également des efforts tangentiels nuls*.

SURFACE D'AIRE MINIMALE DÉLIMITANT UN VOLUME

Une surface qui limite un volume par une aire minimale, obéit au même principe mais elle se caractérise par une « *courbure moyenne constante* » [9, p. 14]. La sphère, la bulle de savon ou les formes dites pneumatiques en sont des exemples.

COQUES MINCES

Selon Heyman [10, p. 29], on considère une coque comme étant mince si la courbure minimale R_{\min} de la surface moyenne est au moins vingt fois supérieure à l'épaisseur t .

$$\frac{R_{\min}}{t} > 20 \quad 2.1.1 - \text{Coques : Ration entre rayon courbure minimal et épaisseur selon Heyman}$$

Selon le traité de génie civil de l'EPFL [7, p. 32], on considère que ce ratio doit être supérieur à 10. Comme on le verra au chapitre 3.1.1, c'est la condition pour que la *théorie de Love* soit applicable. Pour simplifier les expressions, celle-ci admet entre autres, que les tranches des éléments de coque sont rectangulaires et non trapézoïdales. Les simplifications sont valables seulement si l'épaisseur est très faible comparé aux autres dimensions.

2.1.2 REPRÉSENTATION DE L'ACTION MÉCANIQUE

Pour se représenter le comportement mécanique des coques, on recourt à deux catégories d'efforts, les *efforts membranaires* et les *efforts flexionnels*.

Les *efforts membranaires* agissent dans le plan de la surface moyenne. Ils regroupent les *efforts de compression*, les *efforts de traction* et les *efforts tangentiels*.

Les *efforts flexionnels* sont aussi appelés les *efforts hors plan*. Ils comprennent les *moments de flexion*, les *efforts tranchants* et les *moments de torsion*.

¹ Traduit de l'allemand "Isotensoïde"

L'illustration ci-dessous montre les différentes catégories d'efforts et les catégories d'éléments structuraux théoriques associés.

Pour l'action d'une *paroi*¹ on considère uniquement la mobilisation d'efforts dans son plan, les efforts membranaires.

Pour l'action d'une *plaque*² on considère uniquement la mobilisation d'efforts flexionnels. Le modèle de la *plaque-membrane* admet autant les efforts membranaires que flexionnels, tout comme la *coque*. La différence entre coque et plaque-membrane est la présence d'une courbure.

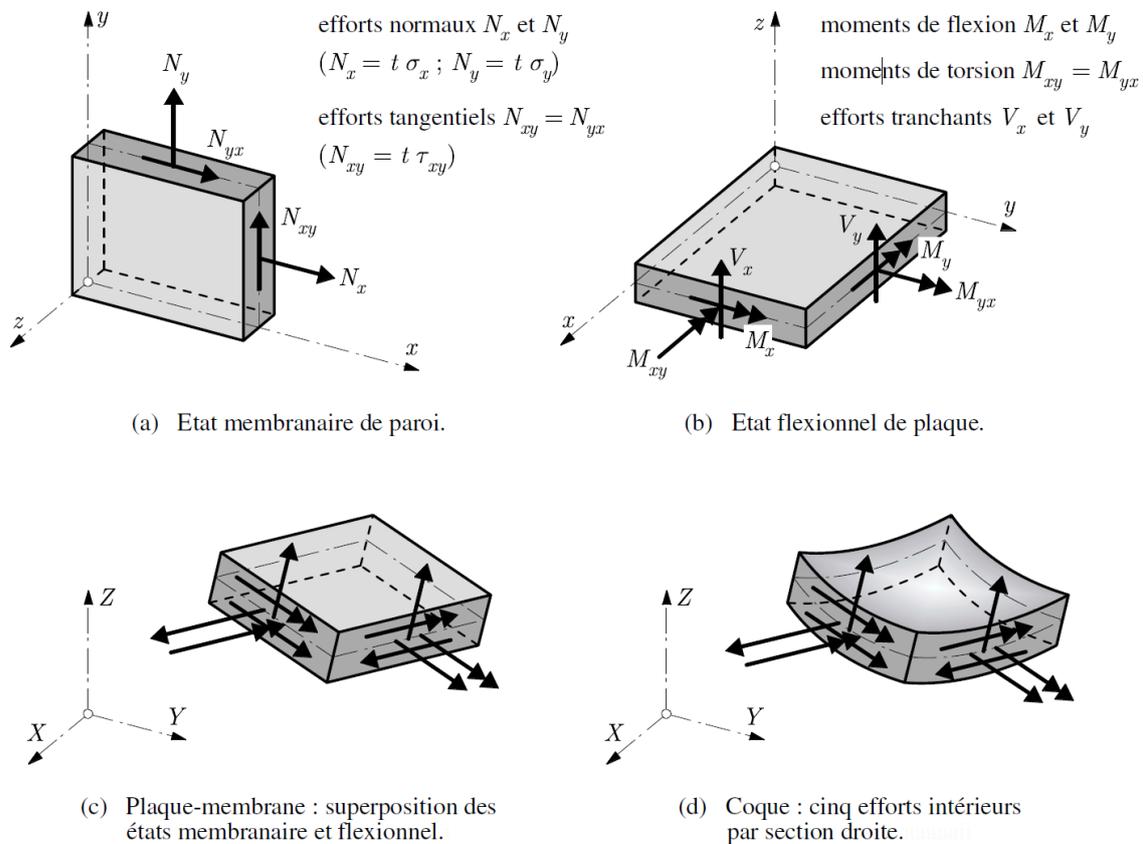


Figure 2.1.4 – Classification des éléments structuraux en fonction des efforts intérieurs mobilisés dans [7, p. 9]. Il faut bien noter qu'en théorie des plaques, le moment M_x est généralement un moment agissant dans le plan xz . Il contribue ainsi aux contraintes σ_x . Il tourne autour de l'axe y , non autour de l'axe x .

¹ Scheibe en allemand

² Platte en allemand

2.1.3 ÉTATS MÉCANIQUES PARTICULIERS DE LA COQUE

On différencie certains états mécaniques qui se caractérisent par la prédominance d'un type d'effort.

STRUCTURE MEMBRANAIRE

Si un élément structurel ne mobilise que des efforts membranaires et ne mobilise qu'une quantité négligeable d'efforts flexionnels, on parle de *structure membranaire*.

Notons d'entrée que l'état membranaire est un état idéal pour une coque qui lui permet de résister à une charge donnée en opposant la plus grande rigidité tout en mobilisant un minimum d'énergie de déformation.

FORME FUNICULAIRE

Une *forme funiculaire*, correspond à une géométrie qui, pour un cas de charge donnée, généralement le poids propre, mobilise essentiellement des efforts membranaires de compression pour résister à la charge.

2.2 DIFFÉRENCIATION CONSTRUCTIVE DE LA VOÛTE CATALANE

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons à une voûte maçonnée selon la technique dite de la voûte catalane. Ses caractéristiques la différencient de façon importante d'autres types de voûtes, notamment son appareillage en multicouches qui qualifie son comportement mécanique, et sa construction sans cintrage.

2.2.1 CONSTITUTION ET MODE CONSTRUCTIF DE LA VOÛTE CATALANE

La voûte catalane est construite traditionnellement à partir de briques de terre cuite. Généralement ce sont des briques plates. Les formats utilisés varient. Comme le nom anglais « tile vault », le suggère, le format d'un carreau plein d'environ 2 cm d'épaisseur pour une longueur légèrement inférieure à 30 cm est assez courant. Mais on utilise fréquemment aussi des briques creuses un peu plus épaisses et moins longues.

Il est important que la brique présente une surface relativement grande comparé à son épaisseur. La grande surface de contact entre couches successives où les briques sont toujours posées à cheval sur les joints des couches inférieures, influe de façon importante sur le comportement mécanique de la coque ainsi constituée.

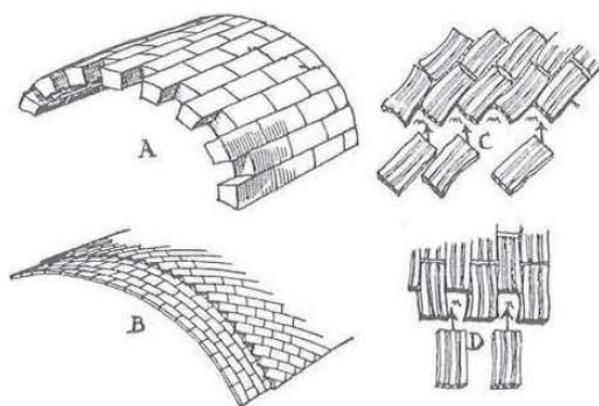


Figure 2.2.1 - Comparaison entre voûte en pierre et voûte-cloison dans [11, p. 20].

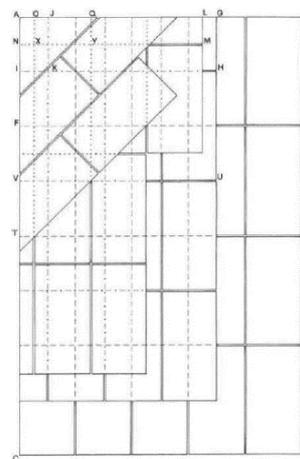


Figure 2.2.2 - Positionnement correct des joints pour une voûte-cloison en berceau à quatre couches dans [11, p. 67].

Pour les formes courantes, la voûte en berceau ou la voûte d'arrêtes, des règles précises de superposition existent. La Figure 2.2.2 donne l'illustration de telles règles pour les voûtes en berceau.

La grande surface de contact des faces permet de recréer une certaine continuité au-delà des joints entre chants, et ce à plus forte raison que l'épaisseur relative des briques est faible. Cet appareillage confère une résistance limitée mais existante à la traction et à la flexion. Rafael Guastavino, architecte et constructeur catalan qui est célèbre pour avoir répandu l'utilisation de la voûte catalane aux États-Unis dès la fin du 19^{ème} siècle, réalisa de nombreux essais mécaniques avec les éléments de ces voûtes.

L'autre grande particularité de cette technique, l'absence de cintrage, présente un avantage dans les contextes où le bois est rare et l'acier difficilement accessible. Habituellement, seules les périphéries sont soutenues, soit par des cintres si l'arc forme une ouverture, soit par les murs si la voûte est adossée.

À partir des arcs de rive ou à partir des angles, les briques sont montées en porte-à-faux. Au moment de leur pose, elles sont maintenues par la seule adhésion des deux chants de contact.



Figure 2.2.3 - Construction d'une paillasse d'escalier selon la technique de la voûte catalane dans [11, p. 60]



Figure 2.2.4 – Construction d'une voûte catalane. Application du mortier sur les deux chants de la brique dans [11, p. 59]

Afin d'obtenir une adhésion rapide, l'on utilise du mortier de plâtre pour les joints de la première couche. La brique absorbante, retire l'eau du mortier et permet d'obtenir une adhérence suffisante en quelques secondes.

Les chants des couches suivantes et les couches entre-elles sont liés par un mortier à la chaux ou au ciment, réputés avoir une résistance mécanique supérieure mais qui réagissent avant tout mieux à l'eau.

Par ailleurs, il arrive de voir des briques dont les faces comportent un relief, ce qui peut améliorer la cohésion et la résistance au cisaillement entre couches, mais, c'est loin d'être le cas général. Les briques utilisées par Guastavino par exemple, étaient même plutôt relativement lisses.



Figure 2.2.5 - Photographie de la surface d'une tuile tel qu'utilisée par les Guastavinos. Photographie agrandie env. 7.5 fois dans [11, p. 183]

2.2.2 PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES : DU MYTHE DU CARACTÈRE MONOLITHIQUE À LA THÉORIE DE LA « CONSTRUCTION COHÉSIVE »

Historiquement, on attribuait une assez grande capacité flexionnelle aux voûtes catalanes. Le comte d'Espie qui étudiait les voûtes catalanes dès le début du 18^{ème} siècle, publiait le livre intitulé « *Manière de rendre toutes sortes d'édifices incombustibles* » en 1754. Ce livre a largement été diffusé dans toute l'Europe et traduit dans différentes langues.

Il y met en avant les avantages de cette technique de construction. Il affirme notamment que les voûtes catalanes auraient un « *caractère monolithique* » [12, p. 3] et n'exercerait aucune poussée sur les murs. Comme le prouvent de nombreux bâtiments par l'apparition de fissures ou de déplacements causés par la poussée, cette affirmation ne saurait pas être entièrement juste.

Guastavino, qui devait défendre la solidité des voûtes face au public des États-Unis encore méfiant, développait ses propres théories sur la résistance mécanique des voûtes catalanes qu'il alimentait par des essais. Il introduit la notion de « *construction cohésive* » qui fait appel à une certaine résistance en traction et en flexion de la maçonnerie propre à la voûte catalane.

Selon Horta, lors des premiers tests en 1887, il obtient des valeurs de résistance de 2.0 MPa en traction, de 0.9 MPa en cisaillement et de 14.6 MPa en compression sans précision autre qu'une illustration (Figure 2.2.6) sur la nature des essais et des échantillons (cf. [12, p. 6]).

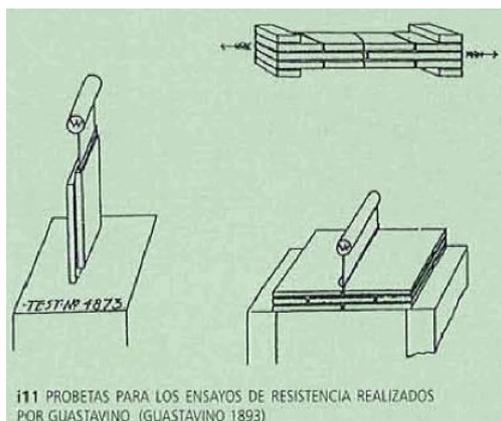


Figure 2.2.6 - *Spécimens pour les essais de résistance effectués par Gustavino (Gustavino 1893) dans [12, p. 6]*

Sans parler des valeurs, les avis divergent sur la possibilité de prendre en compte la résistance à la traction pour la vérification de telles structures.

Selon Huerta, autant les ingénieurs français du XIX^{ème} siècle que les Guastavinos eux-mêmes, effectuaient des calculs d'équilibre « *même si les hypothèses sous-jacentes aux formules étaient en opposition directe avec leur théorie cohésive* » [12, p. 9].

Luis Moya en 1947, par manque de « *données sur les constantes élastiques* » [12, p. 9] se base, lui aussi, sur une analyse de la ligne des poussées. Lorsqu'on vérifie que la ligne des poussées qui, dans ce cas, correspond au polygone funiculaire des charges, reste à l'intérieur du tiers central, on s'assure que les moments de flexion puissent être compensés par l'action de l'effort normal de façon à éviter l'apparition de contraintes de traction dans le matériau ¹. Pour que le tracé du polygone funiculaire corresponde à la direction des efforts normaux, on doit partir de l'hypothèse que le matériau n'admet pas de flexion ce qui dévierait la ligne d'action.

Mais pour obtenir une sécurité supplémentaire, il n'est pas nécessairement contradictoire de partir sur l'hypothèse moins favorable d'admettre aucune résistance en flexion.

Nous allons revenir de façon détaillée sur cette question au chapitre 4.5.1.

2.2.3 HISTOIRE DE LA VOÛTE CATALANE

La technique de la voûte catalane est répandue sur la péninsule ibérique depuis le XVII^{ème} siècle et elle s'y est maintenue jusqu'à aujourd'hui.

L'origine de cette technique n'est, à ce jour pas complètement éclaircie. Autant qu'elle porte de noms différents, autant il existe des théories différentes sur son origine. En France, on

¹ Cf. A.2 Règle du tiers central

l'appelle aussi voûte sarrasine ou voûte à la Roussillon, en Espagne *boveda tabicada* (voûte-cloison) ou encore *a panderete* (à tambourin).

Philippe Araguas, chercheur à la Sorbonne, dans son article *L'acte de naissance de la Boveda Tabicada ou le certificat de naturalisation de la « voûte catalane »* [13], fait mention d'une possible origine italienne ou, plus probable, musulmane.

Selon ses recherches, une lettre secrète de Pierre III d'Aragon datant de 1382, peu avant l'achèvement de la *Reconquista* de la péninsule par les royaumes chrétiens, mentionne en effet une technique qui semble être celle de la voûte catalane et qui aurait probablement été découverte lors de travaux sur d'anciennes constructions musulmanes.

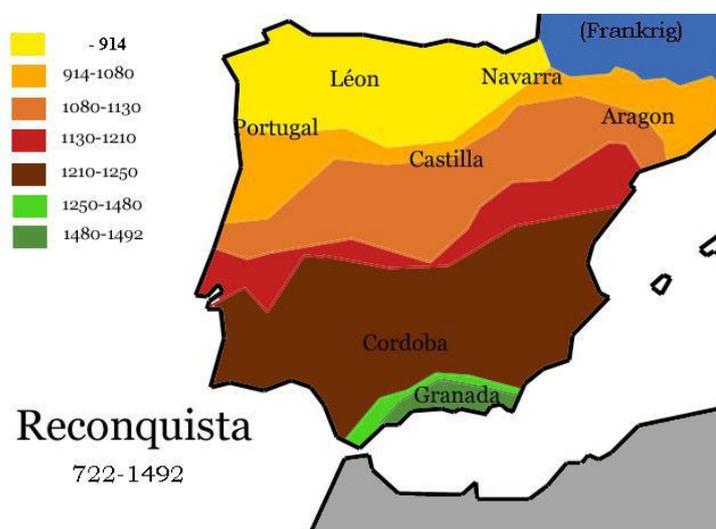


Figure 2.2.7 - Carte de la Reconquista; Wikipedia; 2019

En effet, l'auteur mentionne l'usage probable de « voûtes-cloisons » lors de la construction, à la fin du XI^{ème} siècle, de la mosquée seldjoukide d'Ispahan, dans l'Iran actuel, et son utilisation confirmée, au début du XII^{ème} siècle, lors de la construction de la petite *quobba* almoravide de Marrakech, au Maroc.

Il est à noter que la conquête musulmane de la Perse s'est achevée en 751, mettant fin à l'empire Sassanide. À cette époque existait déjà une longue tradition de construction de voûtes dans la région qui s'est exprimée dans les constructions Sassanides. On pense notamment au palais de Taq-e Kisra construit entre le 3^{ème} et le 6^{ème} siècle à une trentaine de kilomètres au sud du centre de Bagdad. Sa voûte culminant à 30.3 m, en profil de chaînette, à épaisseur variable, de 25.6m de portée, est « *supposé être la plus grande voûte en brique non-armée au monde* » [14, p. 1]. Elle a été construite au 6^{ème} siècle à partir de briques cuites hourdées au « *mortier essentiellement constitué de plâtre* » [14, p. 1].

Il n'est alors pas impensable que cette technique ait son origine dans la région du croissant fertile, tout comme les briques crues vers 9000 avant J.C et cuites entre 3500 et 5000¹ elles-mêmes et d'autres techniques de construction de voûtes millénaires.²

Sur le territoire espagnol, la voûte catalane est présente dans les constructions encore conservées postérieures au XV^{ème} siècle.

Accessoirement, une technique semblable a été employée par les Romains qui aurait pu inspirer la technique de la voûte catalane. Ils employaient des briques comme couchis disposé sur les cintres lors de la construction de coupoles ou de voûtes. Ici cependant, la brique n'est pas autoporteuse. Elle permettait de réduire la quantité de planches nécessaires à la réalisation du coffrage et de plus, constituait un parement qui lui était intégré avant la mise en place du béton romain.

Les thermes de Caracalla en montrent un exemple. Elles ont été érigées entre 206 et 216 ap. J.-C.

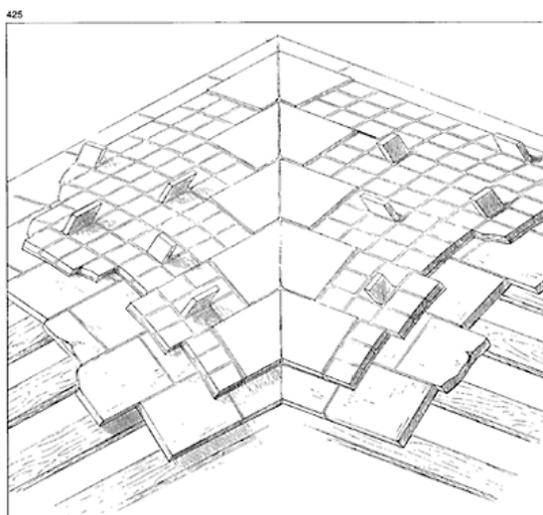


Figure 2.2.8 - Couchis de briques sur cintre bois - thermes de Caracalla. Des briques disposées sur le chant servent de liaison entre l'opus caementicum et le parement. Par A. Choisy dans Jean-Pierre Adam ; La construction romaine : Matériaux et techniques, 1998



Figure 2.2.9 - Restes d'une voûte en opus caementicum dans les thermes de Caracalla. On note les traces des briques sur chant qui sont visibles depuis que le parement constitué par le couchis s'est effondré ; Jean-Pierre Adam ; op.cit.

¹ Cf. [113, pp. 89;92-93]

² Cf. [83]

3 ÉVOLUTION DES APPROCHES DES STRUCTURES VOUTÉES

Cette section présente un récapitulatif des techniques historiques et contemporaines visant d'un côté l'analyse des structures voutées et de l'autre l'optimisation de formes en fonction d'un chargement.

Nous allons conclure par l'observation des méthodes sur lesquelles se sont appuyées les outils numériques à l'origine destinés à l'optimisation et ainsi étendre l'analyse de la stabilité à la troisième dimension.

3.1 MÉTHODES D'ANALYSE STRUCTURALE

Ce chapitre est consacré aux méthodes d'analyse structurale du passé et du présent.

Le premier sous-chapitre fournit une brève chronologie des approches historiques en soulignant ce qui les différencie dans les grandes lignes.

Les trois sous-chapitres suivants donnent un aperçu des trois catégories d'outils d'analyse utilisées de nos jours, à savoir l'analyse analytique, l'analyse graphique et les approches numériques.

3.1.1 BRÈVE RÉCAPITULATION DE L'ÉVOLUTION DES APPROCHES

En occident, on se basait longtemps sur des approches empiriques basées sur l'observation de certaines proportions entre les éléments d'un ouvrage. Dans l'Égypte antique, on semble déjà avoir eu connaissance des qualités du profil de la chaînette appliqué à la construction des voûtes, comme le montre un ostrakon¹ datant de la III^{ème} dynastie, donc antérieur à 2573 av. J.C., tandis qu'en Europe il faudra attendre le 17^{ème} siècle pour qu'on retrouve cette connaissance.

Par la suite, la modélisation des structures voutées était basée exclusivement sur des approches en deux dimensions. L'historique de ces dernières est donné de façon assez détaillée dans « *Voûte Nubienne : conception et méthodes de dimensionnement* » [2].

Dans ce qui suit, nous allons en retracer les grandes lignes pour aborder quelques œuvres fondatrices de l'approche scientifique contemporaine.

¹ cf. [95, p. 91]

CORRÉLATION ENTRE GÉOMÉTRIE FUNICULAIRE ET STABILITÉ DE L'ARC

- 1671, Robert Hooke (1635-1703) annonce auprès de la Royal Society qu'il avait résolu le problème de la forme optimale d'un arc. Il formule le principe « *Ut continuum pendet flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum* » ce qui peut être traduit par : « *Comme pend la ligne flexible, de la même façon, mais inversé, tiendra debout l'arc rigide* ».
- 1704, Jakob Bernoulli (1654-1705) détermine la fonction de la chaînette par le calcul différentiel et intégral.
- 1743, Giovanni Poleni (1683-1761), applique en premier la théorie de la chaînette à un bâtiment, le dôme de la basilique Saint-Pierre. Il utilise une approche expérimentale, une chaîne à laquelle il suspend des poids, pour définir la géométrie du polygone funiculaire.

ANALYSE DE STRUCTURES À GÉOMÉTRIE INVARIABLE

- 1712, Philippe de la Hire (1640-1718), publie un mémoire à l'Académie Royale intitulé *Sur la construction des voûtes dans les édifices*¹. Il y introduit l'usage du tracé du *polygone funiculaire inversée*.

CINÉMATIQUE DE CORPS RIGIDES & MÉCANISMES DE RUINE

- 1730, Pierre Couplet est le premier à faire des observations sur les *mécanismes de ruine*. Il affirme que la résistance des arcs est avant tout un problème de stabilité et que par conséquent, on pouvait admettre les trois hypothèses simplificatrices suivantes :
 - Frottement infini entre les voussoirs
 - Résistance à la compression infinie
 - Résistance à la traction nulle
- 1732, Augustin Hyacinthe Danyzy (1698-1777) confirme les observations de Couplet par des essais, qui en 1800, seront poursuivis par Boistard.
- 1773, Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) présente son mémoire² à l'Académie Royale. Il introduit la *théorie du frottement*. Dans le chapitre consacré à « l'équilibre des voûtes » il remarque que le frottement est « *souvent assez considérable* » et que « *les différents voussoirs ne puissent point glisser l'un contre l'autre* » [15, p. 38]. Par ailleurs,

¹ [109]. Selon Timoshenko [116, p. 63], cité par Fantin [31, p. 21], la Hire aurait utilisé le polygone funiculaire déjà en 1695.

² [110]

il introduit la *théorie des trois articulations*. Nous y reviendrons avec Jacques Heyman qui reprend le travail de Coulomb.

- 1840, Édouard Méry de Bellegarde¹ (né en 1806) combine la théorie de la ligne des pressions (ici, le polygone funiculaire) avec l'approche par le mécanisme de ruine. Il développe une méthode graphique basée sur le tracé de la *ligne des pressions* qui doit se maintenir à l'intérieur de la matière.

STATIQUE GRAPHIQUE

- 1864, Carl Culmann (1821-1881) publie le livre « Die Graphische Statik » [16] qui établit la statique graphique en tant que discipline. Il faut noter que le polygone funiculaire a été introduit 150 ans plus tôt, en 1712, par Philippe de la Hire. Les diagrammes de Cremona, quant à eux, portent le nom du mathématicien Luigi Cremona (1830-1903) qui les publie en 1872. Des figures semblables utilisées pour la résolution de systèmes isostatiques plans apparaissent cependant déjà dans le livre « Nouvelle Mécanique ou Statique » publication posthume datant de 1725 du mathématicien Pierre Varignon (1654-1722).

La statique graphique est un outil encore d'actualité pour le prédimensionnement rapide d'éléments de structures qui sont aisément représentés en deux dimensions. Du fait de sa grande valeur pédagogique, il est aussi assez répandu dans l'enseignement des bases de la statique.

Comme on le verra, les principes de la statique graphique ont été appliqués à des méthodes tridimensionnelles informatisées, notamment la Thrust Network Analysis.

3.1.2 APPROCHES ANALYTIQUES CONTEMPORAINES

THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ

- 1821, Navier (1785-1836) établit les bases de la théorie de l'élasticité et l'applique aux arcs qu'il considère alors comme une poutre courbe élastique.
- 1858, William Rankine (1820-1872) couple la notion de ligne des pressions avec la théorie élastique. Il conclut que la ligne des pressions doit rester dans la portion centrale de l'arc et définit ainsi la « *règle du tiers central* »².

¹ Ingénieur en chef des ponts et chaussées, dans ses « *Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau* » [111]

² Cf. annexe A.2.

MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

- 1879, Carlo Alberto Castigliano (1847-1884) propose une méthode basée sur la théorie de l'élasticité pour analyser les ponts en arc. Elle était fondée sur la considération de l'énergie minimale de déformation combinée aux conditions d'équilibre.

Suivant un calcul itératif, il détermine la position des centres de pression par l'excentricité M/N (Moment de flexion / effort normal). Si elle se situe dans le tiers central, alors la section est entièrement comprimée. Dans le cas contraire, il faut ajuster la section utile dans l'itération suivante. [17, p. 470]

LA THÉORIE DES PLAQUES ET DES COQUES MINCES

1850, THÉORIE DES PLAQUES MINCES OU THÉORIE DE KIRCHHOFF

La théorie des plaques minces selon Kirchhoff ¹ généralise les hypothèses à la base de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli (env. 1750).

C'est une théorie de 1^{er} ordre (petits déplacements) qui n'est valable que tant que les déformations restent très petites.

Elle admet une faible épaisseur en relation aux côtés de la plaque : la dimension d'au moins l'un des côtés doit être 20 fois l'épaisseur (cf. [18, p. 101]).

Du fait des petits déplacements et de la faible épaisseur, il peut être considéré que les sections restent planes et indéformables². Les normales à la surface moyenne restent des normales. On néglige donc la déformation des sections dû au cisaillement³. Les équations cinématiques sont alors linéaires.

On fait l'hypothèse de la linéarité matérielle. Les déformations sont proportionnelles aux contraintes.

On néglige la « *contrainte normale transversale* » [7, p. 31] σ_z ainsi que la variation de l'épaisseur ϵ_z .

1888, THÉORIE DES COQUES MINCES OU THÉORIE DE LOVE

Pour l'ingénieur, la Théorie de Love est l'approche analytique la plus courante de nos jours dont « *la validité ... n'a finalement été confirmée que beaucoup plus tard par Koiter*

¹ « Theorie schubstarrer Platten » en allemand : schubstarr = 'qui ne se déforme pas au cisaillement'

² Valable pour les équations cinématiques. « *En statique, les efforts tranchants associés aux glissements (γ_{xz} et γ_{yz}) sont nécessaires pour exprimer l'équilibre.* » [7, p. 31]

³ Sa prise en compte pour la théorie des poutres est introduite par Timoshenko (1921).

(1960) » [7, p. 29] . Elle est basée sur les mêmes hypothèses que la théorie de Kirchhoff avec la condition supplémentaire d'une faible épaisseur en relation au rayon de courbure. Pour que la théorie de Love soit valable, on admet un ratio entre rayon de courbure minimal et épaisseur supérieure à 10.

$$\frac{R_{min}}{t} > 10 \quad 3.1.1 - \text{Coques : Ration entre rayon courbure minimal et épaisseur selon TGC EPFL}$$

Comme elle « *néglige des termes dont l'ordre de grandeur peut être considéré comme petit* », elle est aussi appelée la « *première approximation cohérente* ». [7, p. 30]

Son degré de précision est de « *quelques pour cent* », à l'exception de « *quelques formes particulières, à caractère plus académique que pratique où la précision peut être moindre, de l'ordre de 5 à 10 %* ». [7, p. 30]

La *théorie membranaire* est un cas particulier de la théorie des coques minces, selon lequel on impose des efforts flexionnels nuls.

Comme l'établissement des équations différentielles qui mettent en relation les résultantes des contraintes, demande que la surface puisse être décrite par une expression mathématique, elle ne peut s'appliquer qu'aux formes que l'on peut définir mathématiquement. Elle n'est donc pas applicable aux formes quelconques.

Pour les coques d'épaisseur modérée, une théorie basée sur celle des plaques d'épaisseur modéré de Mindlin (env. 1950) a été développée « *par Reissner et Naghdi (1940-1970 environ)* ». Elle tient compte, « *encore imparfaitement, de la déformation par effort tranchant* » [7, p. 198].

3.1.3 L'ANALYSE LIMITE DE STABILITÉ APPLIQUÉE AUX VOÛTES

LA NOTION DE ROTULE POUR LES ARCS EN MAÇONNERIE

En 1936, Alfred John Sutton Pippard (1891 – 1969) introduit pour la première fois la notion de rotule et identifie le mécanisme de ruine à 4 rotules.

Il mène des expérimentations sur un modèle d'arc biarticulé qui lui permettent d'affirmer que lorsque localement la section efficace tendait vers zéro, une rotule apparaissait et que l'arc s'effondrait lorsque deux rotules s'étaient formées sur l'arc, en complément des deux articulations aux appuis.

Comme confirmé par de nombreux auteurs (Fantin, Grandjean, Holzer, Ochsendorf, etc.), la formation de 4 rotules est de loin le mécanisme de ruine le plus fréquent pour les arcs et voûtes en berceau. D'autres causes, tel que le glissement des voussoirs / cisaillement de la coque ou l'écrasement du matériau sont bien moins fréquentes du moins pour les maçonneries en pierre dure.

TRANSPOSITION DE LA THÉORIE DE LA PLASTICITÉ AUX STRUCTURES EN MAÇONNERIE

Jacques Heyman (né en 1925) fait la synthèse des approches historiques des structures voûtées et les combine avec des notions qu'on connaît de la *théorie de la plasticité*.

Son œuvre constitue la référence la plus importante pour le volet des approches contemporaines de l'*analyse limite de stabilité* appliquée à la maçonnerie.

LA THÉORIE DE LA PLASTICITÉ

Heyman avait déjà contribué au développement de l'*analyse limite*, appliquée dans un premier temps, aux constructions en acier, puis aux structures en béton armé pour ensuite être étendue par lui-même, à la maçonnerie.

De façon générale, l'approche consiste à observer le comportement d'une structure hyperstatique sous chargement croissant. À mesure que la charge augmente, des rotules plastiques se forment. La structure a atteint sa capacité portante ultime et s'effondre dès qu'elle se transforme en mécanisme par l'apparition d'un trop grand nombre de rotules. Cette approche porte le nom d'*analyse limite* en français et de *Traglastverfahren* en allemand.

L'analyse limite s'appuie sur la *théorie de la plasticité* pour décrire les relations entre contrainte et déformation plastique. Heyman se réfère souvent au terme anglais « *plastic design* » ou « *plastic theory of structures* ».

Alors que les premières observations expérimentales d'apparition de rotules plastiques sur des poutres en acier semblent dater de 1914 (cf. [19, p. 326]), la première règle d'écoulement plastique pour métaux (règle de Lévy-Mises) apparaît en 1935. Interrompu par la guerre, le développement de la théorie de plasticité est repris notamment à Cambridge, où Heyman travaille au sein de l'équipe de John Baker, et à la Brown University, notamment sous Daniel Drucker et William Prager. En 1956, quelques années après le retour de Heyman d'un séjour de trois ans à la Brown University, l'équipe de Cambridge publie le livre « *The steel skeleton. Vol. 2: Plastic behaviour and design* » qui semble être le premier livre à poser les fondements de l'application de la théorie de plasticité aux structures d'acier. À partir des

années 1960, la théorie commence à s'introduire dans la pratique des ingénieurs. Comme évoqué, par la suite, elle est étendue aux bétons armés et on fait le constat qu'elle « *peut être appliquée à toute structure présentant un comportement ductile, à condition qu'on ne soit pas confronté à des problèmes de stabilité* »¹.

EXTENSION À LA MAÇONNERIE

L'essai « The stone skeleton » publié par Heyman en 1966, pose les bases de la *théorie de la plasticité appliquée aux maçonneries*. L'arc en maçonnerie, hyperstatique, qui admet différents états d'équilibre à condition que les « *efforts se situent à l'intérieur des limites de la matière* » [10, p. 11] se prête à cette approche qui fait intervenir les mécanismes de ruine évoqués plus haut.

Au sujet des efforts, Heyman rappelle l'un des principes fondamentaux de l'analyse limite : Les efforts ne doivent pas nécessairement représenter les efforts qui agissent effectivement dans la structure mais ils doivent représenter une possible combinaison d'efforts.²

Heyman reprend les théories de la stabilité des arcs en maçonnerie et les étend ensuite aux structures tridimensionnelles, notamment les dômes hémisphériques et segmentaires, les typologies de voûtes traditionnelles, tel que voûtes d'arrêtes, voûtes quadripartites et sexpartites mais aussi aux cônes et pyramides.

Son dernier livre à ce sujet, *The stone skeleton – Structural engineering of masonry architecture*, paraît en 1995. Il constitue la « *synthèse de ces études de maçonnerie* » [10, p. IX] qui avaient fait l'objet de nombreux articles et livres antérieurs tel que *Equilibrium of shell structures, Oxford, 1977* et *The masonry arch, Ellis Horwood, 1982*.

HYPOTHÈSES DE DÉPART

Son approche se base sur les mêmes hypothèses de départ que celles assumées par Couplet, en 1730 :

- La maçonnerie n'admet pas de traction.
- La maçonnerie a une résistance à la compression infinie.

¹ « *Wie sich weiter herausstellte, kann die Plastizitätstheorie auf beliebige Konstruktionen mit duktilem Verhalten angewandt werden, sofern keine Stabilitätsprobleme vorliegen.* » [19, p. 327].

² « *... bear in mind one of the fundamental propositions of plastic theory. The relevant theorem could be stated as follows: 'if a safe system of internal forces can be found for a structure which is in equilibrium with the external loads, then the structure as a whole is safe; the internal forces found need not be the actual forces.'* » J. Heyman in [115, p. 316]

- Pas de défaillance due au glissement des voussoirs (selon Couplet frottement infini).

La première hypothèse va dans le sens de la sûreté. Au sujet de la seconde hypothèse, il argumente que la résistance du matériau peut être négligée car le taux de travail serait généralement très faible et ne dépasserait rarement le dixième, même pour les parties les plus sollicitées d'une tour de cathédrale. Pour les voûtes, il assume que le taux de travail ne dépasse que rarement le centième.

Il se réfère cependant à des structures construites en pierre dure, pour lesquelles il considère une résistance à la compression de 40 MPa (pierre calcaire dure). Si c'est une valeur qu'on peut tout à fait attendre d'une pierre calcaire de qualité, elle est relativement élevée par rapport aux valeurs de résistance qu'on attribue communément à la maçonnerie.

Il illustre le propos des contraintes faibles à l'exemple de la coupole hémisphérique. Selon la théorie de Love, l'effort linéique de traction concentrique N_θ à la base, qui est minimal et l'effort linéique de compression en direction des méridiens N_ϕ sont donnés par les formules suivantes ¹.

$$N_\theta = -at\rho. \quad \text{3.1.2 - Coques hémisphériques sous l'action du poids propre - Effort linéique concentrique, à sa base}$$

$$N_\phi = at\rho \quad \text{3.1.3 - Coques hémisphériques sous l'action du poids propre - Effort linéique en direction des méridiens, à sa base}$$

Pour une grande coupole d'un rayon $a = 50$ m, d'une épaisseur $t = 0.1$ m, et d'un matériau de poids volumique $\rho = 20$ kN/m³, chargée par son seul poids propre, ces efforts auraient une amplitude de 100 kN/m. Les contraintes de compression et de traction dans ces deux directions, ont alors une valeur absolue de 1.0 MPa. La contrainte est par ailleurs indépendante de l'épaisseur.

Quant à la troisième hypothèse, le glissement serait évité par une compression minimale des surfaces de contact mobilisant les forces de frottement nécessaires pour s'y opposer. Coulomb avait également admis cette hypothèse.

¹ Cf. [7, p. 247] pour le cas particulier de la coque hémisphérique et [7, p. 67] les équations d'équilibre pour le cas général des coques de révolution.

Ces trois hypothèses de départ seraient la condition pour pouvoir considérer l'action de la maçonnerie selon les principes généraux de l'analyse plastique. [10, p. 14] ¹

DÉVELOPPEMENT

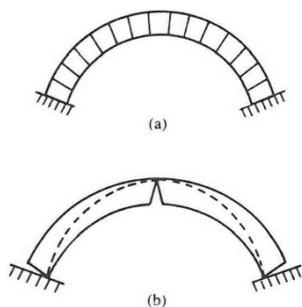


Figure 3.1.1 - Stable state of cracked voussoir arch dans [10, p. 15]

En s'appuyant sur les travaux de Coulomb, à l'exemple de l'arc clavé, il démontre que l'*état non fissuré* tel qu'il est considéré pour une analyse élastique, n'existe pas dans la réalité. Il illustre ce propos grâce à la considération de déplacements d'appuis, même très petits.

Ainsi, pour un très léger écartement entre sommiers, tel qu'il survient aisément au moment du décintrement d'un arc en construction, l'arc se fissure au niveau de l'intrados du sommet et sur l'extrados des jambages.

La structure fissurée reste cependant stable et s'adapte au déplacement des appuis, désormais considérée comme une variable.

À partir de ce moment, il peut être modélisé comme un arc à trois articulations, désormais isostatique. Le polygone funiculaire est contraint de passer par ces articulations. Sa position et avec elle, les valeurs pour les réactions d'appui sont maintenant déterminées.

Il note également que dans le cas d'un écartement minime des appuis, la *poussée atteint une valeur minimale*, et dans le cas contraire, le rapprochement des appuis, la *poussée atteint une valeur maximale*. Ce fait est expliqué par le point de passage obligatoire du polygone funiculaire à proximité des appuis, respectivement touchant l'intrados et l'extrados.

Heymann fait la remarque intéressante que si l'on pousse sur un arc de façon à rapprocher les appuis, il réagit dans l'immédiat en mobilisant un maximum de poussée. Si au contraire les appuis cèdent à la poussée, il réagit dans l'immédiat en réduisant cette poussée au minimum. Cette observation n'est évidemment plus valable si les déplacements prennent de l'ampleur.

¹ « The three assumptions are in fact those required to give an account of the action of masonry which lies within the general field of plastic theory. »

SAFE THEOREM

Heymann introduit le *théorème de sûreté géométrique* (safe theorem). Pour cela, il se base sur le *mécanisme de rupture à 4 rotules* introduit par Pippard. Les rotules se forment lorsque le polygone funiculaire se rapproche trop de l'extrados ou de l'intrados (le touche, dans le cas d'un matériau à résistance infinie). La géométrie de l'arc doit donc pouvoir contenir le polygone afin d'éviter l'apparition de rotules.

Il définit le *facteur de sûreté géométrique*. Il correspond au facteur de l'épaisseur de l'arc avec référence à l'arc semblable d'épaisseur minimale pouvant contenir le polygone funiculaire.

L'*arc d'épaisseur minimale* correspond à l'état où les trois premières rotules plastiques sont complètement formées. Il faut bien se rappeler que la résistance à la compression n'est pas considérée.

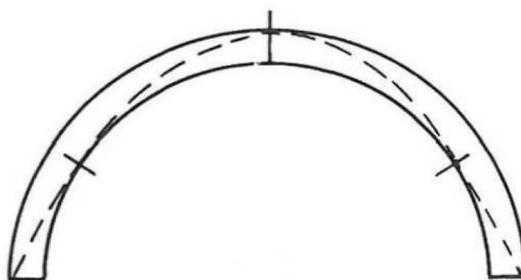


Figure 3.1.2 - Arc d'épaisseur minimale. Il s'inscrit le polygone funiculaire. Il est tangent en trois points. Trois rotules plastiques sont complètement formées sous l'hypothèse de la résistance à la compression infinie. Dans [20, p. 21]

Comme prouvé analytiquement par Milankovitch en 1907, pour un arc semi-circulaire plein cintre, cette *épaisseur minimale* est d'environ $1/9^{\text{ème}}$ du rayon (10.75 % pour être précis) de la ligne moyenne.

Un arc avec une épaisseur égale au $3/9$ du rayon ($t/r = 1/3$), une valeur assez massive, saurait satisfaire à la *règle du tiers central*, pouvant garantir l'absence de fissuration. Un arc de 5 m de portée entre-axe, sollicité par son poids propre, devrait donc avoir une épaisseur de 81 cm pour ne pas fissurer et son épaisseur doit être supérieure à 27 cm pour ne pas s'effondrer à la moindre variation de son chargement.

Selon le même critère de plastification de trois sections, Heyman définit l'épaisseur minimale pour la coupole hémisphérique¹. Pour ce faire, il découpe la coupole en lunes (« *orange slices* ») et effectue une analyse en deux dimensions.

Selon Heyman, les facteurs de sécurité rencontrés couramment sur des ouvrages existants, se situe autour de 2, ce qui correspond à un ratio t/r de 2/9. [10, p. 21] Ceci implique pour un arc plein cintre, qu'il fissure nécessairement sous son poids propre, sans pour autant devenir instable.

ADMISSION DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE

« *La maçonnerie est censée se fissurer* » [10, p. 23]. Les bâtisseurs des cathédrales admettaient autant la fissuration que le tassement des appuis, inévitables pour de fortes charges avec les techniques de fondation du passé. Le temps de consolidation du sol sous d'importantes charges est de l'ordre d'une génération. Et on peut noter « *un grand nombre d'effondrements de tours enregistrés dans une période de 20 ans après leur achèvement* ». Les structures en maçonneries des maîtres bâtisseurs devaient être conçues et construites en anticipant ces grandes déformations qui pouvaient aisément être de l'ordre de 30cm².

Heyman souligne par ces références historiques que les maçonneries étaient conçues en admettant autant les grands déplacements que la plastification locale du matériau.

Dans le cadre de la considération d'un matériau infiniment résistant à la compression, la plastification passe exclusivement par la fissuration. Dans le cas d'un matériau réel, la capacité à former des rotules plastiques dépendent aussi de la ductilité du matériau. La déformation plastique locale par compression au droit des rotules, doit être admise par le matériau. S'il présentait un comportement fragile, la structure pourrait s'effondrer dès que la déformation dépasse localement le seuil admissible.

APPROCHE TRIDIMENSIONNELLE

Heyman débute son approche des coques à surface moyenne non-développable par les coupoles. Il note d'abord la grande différence entre la ligne funiculaire pour l'arc et la

¹ Cette épaisseur minimale est donnée par le ratio t/R . Pour une coupole décrivant un angle α de 180° (latitude 0° - 90°) il est de 4.2 % et décroît avec l'angle pour atteindre zéro pour un angle de 103.6° ($2 * 51.8^\circ$).

² « as much as say 300 mm » [10, p. 24]

surface funiculaire d'une coque [10, p. 28]. En faisant référence à l'analogie entre arc parfait et chaîne suspendue, il note qu'une membrane flexible suspendue saurait « *accueillir une variété de charges sans avoir à changer de géométrie de base* »¹ tout en continuant à travailler comme une membrane tendue, tandis que l'arc funiculaire change de géométrie dès qu'on modifie la charge.

Heyman souhaite ainsi souligner l'efficacité des coques à surface moyenne non-développable. Elle sera regardée de plus près au chapitre 4.1.

Les quelques approches réellement tridimensionnelles présentées par Heyman en 1995 s'appuient sur la théorie membranaire. Il s'en sert par exemple pour établir la colatitude de 51.82°, à partir de laquelle des efforts de traction concentriques apparaissent dans une coque hémisphérique.

La théorie membranaire trouve aussi son usage pour le calcul des efforts dans une voûte d'arrêtes. Pour la majorité des autres démonstrations, tel que l'épaisseur minimale d'une coupole hémisphérique ou la forme optimale d'une voûte en éventail, il recourt à la « slicing technique », la découpe en tranches. A ces tranches, il applique l'analyse plane du funiculaire des charges décrite auparavant.

DOMAINE D'APPLICATION

L'analyse limite de Heyman est basée sur l'analyse cinématique et statique d'une structure à géométrie variable constituée de blocs rigides. L'introduction de rotules plastiques fait de la structure hyperstatique une structure isostatique. Tant que la structure ne forme pas un mécanisme, l'équilibre peut être garanti. L'analyse peut s'appliquer aux arcs ou aux structures assimilables à l'arc.

Le caractère isostatique de l'arc à trois articulations permet en outre, de simplement calculer les efforts à partir des équations d'équilibre statique.

L'analyse cinématique intervient notamment pour définir le mouvement des segments entre rotules qui peut conduire à la formation de nouvelles rotules ou par ailleurs aussi, à la disparition de rotules existantes (fermeture de fissures).

¹ « *By contrast with the flexible chain, the behaviour of a hanging flexible membrane, made say of cloth, is markedly different. Such a membrane, in the form perhaps of part of a sphere, or of any other non-developable surface, can carry a wide range of different loadings without altering its basic shape (provided that none of the forces in the membrane tries to become compressive, which would lead to distortion of the surface by wrinkling).* » [10, p. 28]

John Ochsendorf dont le doctorat a été encadrée par Heyman, va compléter ses recherches, notamment en analysant plus précisément l'impact des déplacements d'appui. Il résume que sa démarche s'inscrit « *dans la tradition de l'analyse limite en utilisant l'équilibre, combiné à l'analyse cinématique des mécanismes, pour examiner la sécurité des structures en maçonnerie.* » [21, p. 11 (traduit de l'anglais)]

Comme on le verra, l'analyse limite de Heyman, sera reprise par plusieurs approches en combinaison avec des techniques à l'origine destinées à l'optimisation de formes, afin de traduire la démarche en trois dimensions.

APPLICATIONS NUMÉRIQUES BASÉES SUR L'ANALYSE LIMITE DE STABILITÉ

Différents logiciels en usage de nos jours, s'appuient sur l'analyse limite de stabilité. On peut notamment citer Archie-M, (<http://www.obvis.com/>), Ring (<https://www.limitstate.com/ring>) et « Voûte » (CEREMA).

Le logiciel « Voûte » a été développé par Jean-Michel Delbecq pour le SETRA. Il est aujourd'hui édité et utilisée par le CEREMA.

Le logiciel détermine les lignes de pression admissibles par une structure non-déformée et définit les charges limites correspondantes.

Le logiciel RING développé par Gilbert et Melbourne, basé sur l'analyse cinématique du solide indéformable, serait largement utilisé aujourd'hui pour la détermination de la capacité portante des arcs en maçonnerie. [22, p. 3]

Archie-M est basé sur la théorie des trois articulations de Coulomb et Heyman. Il implémente la « Méthode de la bande support »¹ de Harvey (1988). La bande support correspond au polygone funiculaire des charges passant par les articulations (rotules plastiques), auquel on donne l'épaisseur $b = \frac{4}{3} \frac{N}{f_c}$ (pour une distribution triangulaire des contraintes au droit des rotules), N étant l'effort normal et f_c la résistance à la compression de dimensionnement de la maçonnerie. Cf. [23, pp. 64, 72]

¹ Traduit de l'allemand « Stützbandmethode » ou « thrust zone » en anglais

La « Méthode de la bande support », ainsi que les deux autres logiciels cités, permettent de prendre en compte la résistance à la compression tandis qu'elle est négligée par Heyman.

3.1.4 LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS (FEM)

La modélisation aux éléments finis est un très vaste sujet. Comme le relate le Traité de Génie Civil (TGC) de l'EPFL, la première application FEM aux coques a été faite en 1961. Il faudra attendre 1975, pour qu'on arrive à « *bien comprendre (...), les différences entre coques à forte courbure et coques surbaissées, ainsi qu'entre coordonnées curvilignes et coordonnées cartésiennes.* » [7, p. 201]

La méthode a longtemps été concurrencée par d'autres méthodes numériques tel que les différences finies ou les éléments de frontière.

Aujourd'hui, la FEM « *joue en effet un rôle phare dans l'analyse des structures tridimensionnelles à parois minces, puisqu'elle seule aujourd'hui est capable de résoudre ce type de problème en toute généralité* ». [7, p. 195]

Au chapitre 4.5, nous allons présenter quelques aspects pratiques pour son application aux coques. Ici nous nous contentons de présenter l'approche des coques par les éléments finis dans ses très grandes lignes.

Tout d'abord, notons qu'il faut être très prudents avec les résultats fournis. Autant la mise en place du modèle que l'analyse des résultats demandent la plus grande précaution. Il convient de toujours vérifier les ordres de grandeur des valeurs qui pour le meilleur modèle, ne restent « *qu'une résolution approximative des équations du modèle mathématique choisi pour décrire la structure* » [7, p. 197].

Les applications aux éléments finis sont principalement inspirées des théories générales des éléments plans minces (plaques de Kirchhoff), courbes minces (coques de Love-Koiter), plans épais¹ (plaques de Mindlin) ou courbes épais (Reissner-Naghdi).

Pour les éléments à forte courbure, elles sont généralement décrites en coordonnées curvilignes.

Ainsi, il existe de très nombreux types d'éléments finis utilisés pour modéliser une coque.

¹ « Épais » fait référence à une épaisseur modérée, dans les deux cas.

Le TGC de l'EPFL distingue notamment les *éléments à surface moyenne courbe* et les éléments plans, dits *plaques-membranes*, ainsi que deux cas particuliers, les *éléments de coque surbaissée* et les éléments dits du *type tridimensionnel dégénéré*.

« La méthode des éléments finis est l'outil clé pour l'analyse des structures en coques et des structures plissées. Cette analyse reste toutefois délicate et l'ingénieur doit y consacrer tout son art pour obtenir des résultats sûrs. » [7, p. 227]

Comme exemple d'application des éléments finis à la vérification des voûtes en maçonnerie, mentionnons la méthode proposée par Nathalie Domède pour la vérification de ponts en arc (cf. [24]) qui combine par une approche en trois dimensions, la méthode des éléments finis à l'analyse limite.

3.1.5 CONCLUSION SUR LES MÉTHODES D'ANALYSE

Bien que la méthode aux éléments finis puisse, dans certains cas, permettre d'approcher les coques maçonnées de la façon la plus complète et précise, cette approche comporte des risques.

D'une part, les résultats peuvent être faussés par une manipulation erronée ou par divers effets que nous verrons en chapitre 4.5. Pour pouvoir les maîtriser, il faut disposer d'une connaissance suffisante des théories sur lesquelles les approches aux éléments finis sont basées.

D'autre part, il faut disposer d'un programme FEM relativement complet et performant pour disposer des capacités qui permettent de considérer tous les aspects du problème.

Afin de pouvoir analyser la stabilité globale, il doit être en mesure d'effectuer un calcul en non-linéarité matérielle, ce qui implique également de pouvoir déterminer la loi de comportement des matériaux employés. Pour de la maçonnerie ce n'est pas trivial.

Le calcul en grands déplacements est une autre capacité que le programme doit offrir pour pouvoir juger de la stabilité, notamment si les niveaux des contraintes sont élevés et conduisent à des déformations qu'on ne saurait négliger.

De plus, les phénomènes d'instabilité locale sont généralement mal pris en compte par les logiciels.

Il est donc toujours souhaitable de vérifier la structure en parallèle par d'autres moyens, afin de s'assurer du respect des trois critères de la sécurité structurale : Le respect des seuils de contraintes, la stabilité globale et la stabilité locale.

Les approches développées au cours des siècles passés, synthétisées par Heyman restent donc indispensables pour pouvoir juger de la stabilité d'un ouvrage. Par la suite, on verra aussi ce que le rapprochement entre méthodes d'optimisation et méthodes d'analyse, ont pu apporter à l'analyse des conditions d'équilibre.

3.2 MÉTHODES D'OPTIMISATION DE FORME

3.2.1 INTRODUCTION

LA NOTION D'OPTIMISATION

Regardée de façon abstraite, l'optimisation vise à atteindre certains objectifs cible en implémentant des mécanismes de contrôle qui doivent permettre de s'en rapprocher. Dans les mathématiques, un problème d'optimisation se traduit par la recherche du minimum ou du maximum d'une fonction, appelée fonction-objectif. Elle comporte des variables objets de l'optimisation.

Ces variables peuvent être soumises à des conditions supplémentaires, dites contraintes, exprimées sous forme d'équations ou d'inéquations, pour lesquelles on parle d'une *optimisation sous contraintes*.

En mécanique, on distingue trois *familles d'optimisation*. Le dimensionnement, l'optimisation topologique et l'optimisation de forme (cf. [25]).

Le *dimensionnement* vise l'optimisation des contraintes dans une structure donnée en adaptant les dimensions des sections de façon à exploiter le matériau de la façon la plus efficiente. Lorsqu'on fait varier le matériau de façon à l'adapter aux contraintes, on peut parler d'optimisation du matériau. Certains auteurs considèrent l'*optimisation des sections* et l'*optimisation du matériau* comme deux familles distinctes (cf. [26]).

L'*optimisation topologique* est l'optimisation de la distribution de la matière pour une pièce dont la géométrie d'ensemble est donnée. Elle consiste essentiellement à épaissir ou soustraire localement la matière de façon à optimiser les contraintes et généralement, à en réduire le poids.

Pour l'*optimisation de forme*, on fait varier une géométrie dans son ensemble. Les invariables géométriques sont constitués uniquement par certaines conditions aux limites, comme la position et la nature des appuis d'une structure par exemple.

OPTIMISATION DE FORME DE COQUES : OBJECTIFS & CAS DE CHARGES DÉTERMINANT

Nous avons évoqué que l'état de contrainte optimal d'une coque est l'état membranaire. L'optimisation des coques vise donc généralement la minimisation des efforts flexionnels pour un cas de charge déterminant. Dans le cas particulier des coques en maçonnerie, qui n'admet que peu ou pas de contraintes de traction, on vise un état de compression membranaire « pure » qui est, à quelques exceptions près, aussi accompagné d'efforts tangentiels. On cherche donc à minimiser autant les efforts flexionnels que la traction membranaire.

Comme on l'a évoqué, l'obtention d'un état membranaire correspond aussi à maximiser la rigidité et à minimiser l'énergie de déformation.

La *charge déterminante* généralement admise pour les coques en béton ou en maçonnerie, est le poids propre. Pour les coques de forte épaisseur telles que les dômes en pierre de taille, le poids propre est généralement suffisamment grand pour qu'on puisse négliger bon nombre des actions variables. Pour les voûtes à géométrie développable, la situation est déjà différente.

Dans le cas des coques minces, le poids propre reste généralement suffisamment important, afin qu'on puisse le considérer comme déterminant pour définir la géométrie de sa surface moyenne. Les différents cas de charge serviront alors essentiellement à ajuster l'épaisseur et la composition en réponse aux efforts.

Pour le cas particulier des coques en résille (Gridshells), l'optimisation sous charge de poids propre peut être remise en question. Bien que, à titre d'exemple, la géométrie de la Multihalle à Mannheim ait été optimisée dans un premier temps pour supporter son poids propre, les charges de neige et de vent étaient cependant au final bien plus importantes.

SPECTRE DES MÉTHODES D'OPTIMISATION DE FORMES & NOTIONS DE BASE

Les premières méthodes d'optimisation de forme étaient expérimentales. Elles s'appliquaient aux arcs, voûtes et dômes en maçonnerie. Les approches en deux dimensions qui s'appuyaient directement sur l'analogie de Hooke entre chaînette et arc, ont précédé

celles qui ont transposé cette même analogie aux modèles suspendus tridimensionnels. Comme on le verra, d'autres techniques expérimentales ont été développées bien plus tard.

PRINCIPE DE LA FORME INVERSÉE

Une très grande partie de ces méthodes s'appuie ainsi sur le *principe de la forme inversée*¹. La géométrie de l'arc qui ne doit mobiliser que des efforts de compression, est obtenue par la chaîne inversée qui ne mobilise que des efforts de traction et exclue donc les moments de flexion.

La chaîne en traction s'adapte à une charge en rapprochant sa géométrie du polygone funiculaire, contrairement à l'arc, où les déplacements induits par une charge, éloignent sa géométrie de celle du polygone funiculaire, jusqu'à ce qu'il devienne instable et s'effondre. Par ailleurs, on ne saurait faire tenir un arc qui comporterait une articulation parfaite entre chaque segment. Même si sa ligne moyenne correspondait parfaitement au polygone funiculaire, dans la réalité, il faut que les articulations présentent un minimum de frottement pour fournir un moment capable de le stabiliser.

On doit donc généralement approcher un état de compression pure par un état de traction pure.

Comme la chaîne va se rééquilibrer par la seule mobilisation d'efforts normaux, sa forme inverse idéalisée présentera aussi seulement des efforts normaux.

Les efforts non-admis dans la forme initiale ne seront donc à priori pas présents dans la forme inversée. Ce principe peut s'appliquer également aux formes tridimensionnelles qu'on peut représenter par des tissus, des membranes, des réseaux de chaînes, etc. Ce constat amène à la question de la discrétisation abordée de façon plus détaillée au chapitre 4.4.

PROBLÉMATIQUE DE LA COMPENSATION²

On va également noter d'entrée que le principe de l'inversion est imparfait. Lorsqu'on obtient une géométrie, par exemple d'une voûte, à partir de l'inversion d'une structure tendue, on aura d'entrée affaire à des déformations dues à sa compression sous son poids propre. Lorsqu'on fait la tentative d'annuler ses déformations par une légère adaptation de

¹ « Umkehrform » [8, pp. 75-76]

² « *Kompensationsprobleme* » [8, p. 78]

la géométrie initiale (« Nullgeometrie »), on parle de la « *problématique de la compensation classique* ». De la même façon qu'on donne une contre-flèche à une poutre pour qu'elle soit droite sous l'action des charges permanentes.

Si l'on cherche à obtenir, par la mise en charge de la géométrie initiale, non seulement la géométrie cible, mais également l'état de contrainte cible, on parle du « *problème de compensation élargi* ». Notamment pour les coques, on est cependant souvent confronté au « *problème de l'inexistence d'une géométrie initiale, qui puisse être déduite par compensation de la géométrie cible* » [8, p. 79].

3.2.2 LES APPROCHES HISTORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

Aujourd'hui, on différencie entre *méthodes expérimentales* et *méthodes numériques*. Ces dernières ont fait leur apparition à partir du début des années 1970 avec l'arrivée des premiers ordinateurs suffisamment puissants dans les universités. Jusque-là, on s'aidait essentiellement de modèles physiques et très rarement d'approches analytiques.

Dans ce sous-chapitre, nous allons brièvement aborder l'évolution des approches expérimentales et les principales caractéristiques des formes obtenues.

Comme le récapitule Sobek, on différencie habituellement trois groupes de méthodes pour l'optimisation de formes qui se caractérisent par le « *mode d'application de la charge* » [8, p. 75] :

- Les modèles suspendus chargés par la force gravitationnelle,
- Les réseaux pré-tensionnés,
- Les modèles pneumatiques auxquelles on applique une pression uniforme.

Les méthodes qui utilisent des peaux de savon constituent à priori un quatrième groupe. La forme est soumise à sa seule tension superficielle et présentent une distribution des contraintes parfaitement isotrope. Nous avons déjà évoqué la notion d'isotensoïde dans le cadre de la description des surfaces minimales.

Comme mentionné, les premières approches s'appuient sur l'analogie de Hooke. Elles sont donc à classer dans le groupe des modèles suspendues. Dans un premier temps, leur usage a été limité à deux dimensions.

APPROCHES PLANES

Comme nous l'avons évoqué, le mathématicien et ingénieur italien Giovanni Poleni se sert en 1743 directement de cette analogie. Il faut noter qu'ici, elle était appliquée à l'analyse d'un bâtiment existant, la coupole du dôme de Saint Pierre. Il se représentait la coupole comme un assemblage de lunes. Pour obtenir le polygone funiculaire, il suspendait des poids proportionnels à la dimension de portions de ces tranches à une chaîne. La superposition du polygone ainsi obtenu, avec un relevé de la coupole, lui permettait de s'expliquer les fissures apparues et d'ordonner la mise en place de cerclages pour reprendre la traction dans la partie inférieure de la coupole.

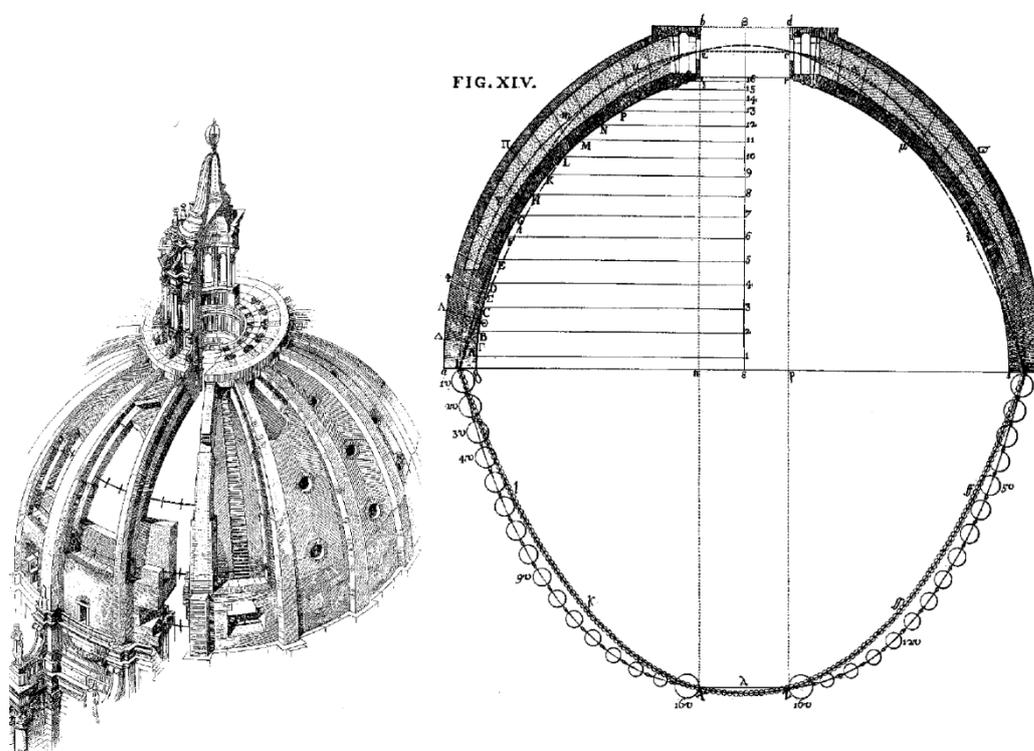


Figure 3.2.1 - Analyse de G. Poleni du dôme de Saint Pierre : polygone funiculaire et analogie avec un câble, 1748, extrait de [27]

Moins célèbre, le maître constructeur badenois Heinrich Hübsch (1795-1863) utilisait des cordes lestées proportionnellement aux charges qu'il superposait aux sections retournées des voûtes qu'il concevait. Accessoirement, Hübsch s'était toujours opposé à l'approche mathématique pour la détermination de la forme du polygone funiculaire. Il considérait que cette approche était « *trop compliquée et chronophage* » [26, p. 6].

Mentionné par Walser [26, p. 6], Carl-Anton Henschel (1780-1861) et Karl Mohrmann (1857-1927), semblent aussi avoir expérimenté avec des modèles suspendus appliqués à la construction de voûtes.

APPROCHES SPATIALES

Comme le rapporte Walser [26, p. 6], l'hydro-technicien Johann Esaias Silberschlag (1716-1791), aurait déjà proposé l'utilisation de réseaux de chaînes tridimensionnels suspendus pour la conception de voûtements d'églises qu'il n'aurait cependant jamais mis en application.

L'architecte catalan Antonio Gaudí semble être le premier à en avoir fait usage pour définir la géométrie des voûtements qu'il a conçus et construits.



Figure 3.2.2 - Gaudí avec le modèle suspendu de la Colònia Güell¹

Le modèle suspendu de la colonia Güell est un de ceux les plus grands. Mesurant 6 m de long et 4 m de haut, il était constitué de cordes et de tissu lestés. Les murs et coupes étaient représentés en additionnant des cordes parallèles et horizontales.

Le modèle était ajusté jusqu'à obtention d'un équilibre stable.

La représentation à l'échelle 1 : 10 combinée à une « échelle de poids de 1 : 10'000 a permis une grande précision des résultats. » [26, p. 7]

¹ Source : <http://www.artstudio.org/faith-in-the-art/>

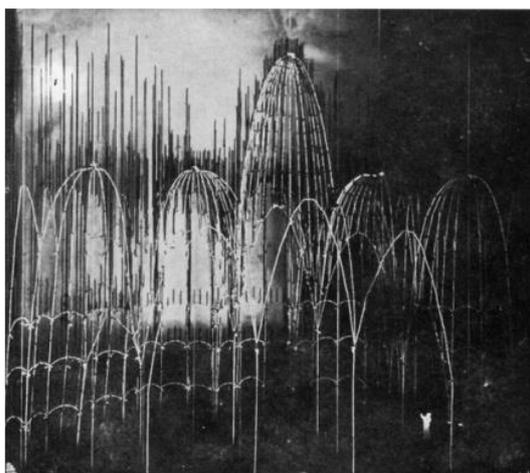


Figure 3.2.3 - Modèle suspendu de Gaudi pour une église (dans [26, p. 7])

Les dimensions avaient été relevées sur le modèle pour être directement appliquées à la construction.

Le travail sur le modèle qui avait été réalisé par une équipe « *hautement qualifiée* », avait duré 10 ans (1898 - 1908).

Pour la Sagrada Família, Gaudi utilisait également un modèle suspendu. Celui-ci était constitué de chaînes.

Environ un demi-siècle plus tard, l'architecte argentin Horacio Caminos introduit la méthode très peu connue et documentée des « *formes estampées* »¹ [26, p. 8].

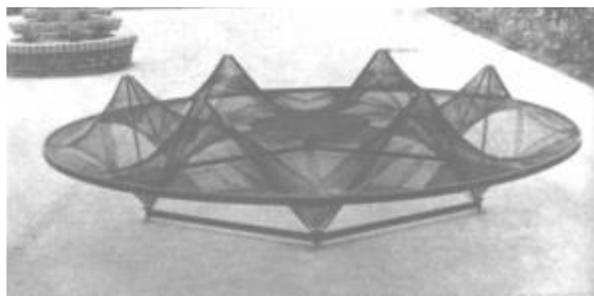


Figure 3.2.4 - Forme estampée de Horacio Caminos issu de l'article "Research on Shape" écrit par lui-même Bulletin IASS, 1962, reproduit dans [26, p. 8].

Les formes sont obtenues en appliquant des forces ponctuelles sur une membrane souple tendue dans un cadre. Elles « *peuvent être appliquées à des membranes comprimées ou tendues* » [26, p. 8].

L'ingénieur suisse Heinz Isler, célèbre pour les nombreuses coques en béton armé qu'il a réalisées, apporte dès 1954 trois nouvelles méthodes expérimentales.

FORMES PNEUMATIQUES

De prime abord, la première technique ressemble beaucoup à celle de Caminos à la différence qu'Isler applique une pression uniforme (pneumatique) à une membrane étanche en caoutchouc. Elle agit donc suivant les directions normales à la surface. Il appelle la forme de coque qui en résulte, « *voile concave* »².

¹ Traduit de l'allemand « *Stempelformen* » [26]

² « *Buckelschale* » en allemand. La traduction est celle donnée par Isler lui-même. [28, p. 383]

Isler faisait entre-autres des essais sur un modèle réduit en verre acrylique ou il mesurait avec haute précision les déformations pour des charges données (cf. Figure 1.1.7). Les résultats étaient ensuite exploités pour le dimensionnement des réalisations nombreuses.

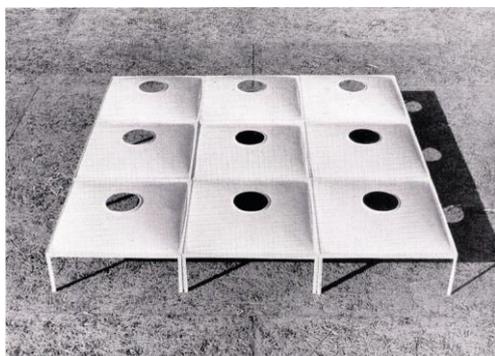


Figure 3.2.5 – « Photo de Maquette. 9 voiles forment un ensemble qui ne s'appuie que sur 4 piliers intérieurs » dans [28, p. 385].

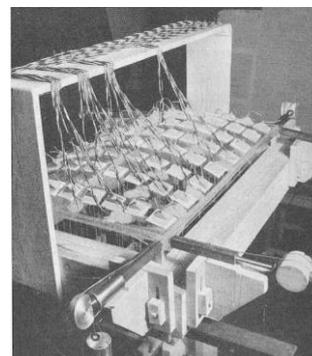
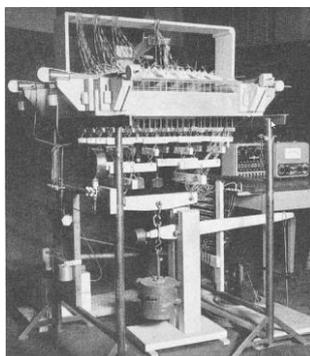


Figure 3.2.6 - Installation d'essais sur une coque en verre acrylique dans [29, p. 347]

Les « voiles concaves » étaient modulables et destinés en premier lieu aux bâtiments industriels. Isler mettait en avant la grande économie de ces coques très minces ainsi que l'utilisation optimale de l'espace grâce aux grandes portées réalisables. Dans son article [28] de 1965, il décrit la plus grande coque de ce type réalisée à cette époque. Elle couvre une surface de 3200 m², porte sur 54 x 58 m pour une épaisseur au sommet de seulement 15 cm. Sous charge, le déplacement au sommet est de 15 mm, soit 1/5000^{ème} de la portée diagonale. Comme Isler le souligne dans un article de 1965, ces « *propriétés idéales* » [28, p. 384] découlent des propriétés géométriques. Il s'agit d'une surface d'aire minimale pour un volume donné, à ne pas confondre avec les surfaces minimales. La courbure moyenne est de ce fait constante en tout point.¹

Lorsqu'elle est limitée par un cadre, les contraintes de traction seraient identiques en tout point. Il n'y aurait aucune contrainte de cisaillement tangentiel (« *keinerlei Schubspannungen* ») et pas de moment de flexion.

Lorsqu'elle est appuyée sur tout le pourtour de façon à pouvoir transmettre les efforts de compression tangentielle, elle montrerait, sous l'action du poids propre ou de la neige, un état de contrainte semblable à la peau de savon. La coque présenterait ainsi exclusivement des forces de compression d'amplitude constante. Aucun effort flexionnel, ni même des efforts tangentiels apparaîtraient.

¹ Isler parle de « surface minimale » et affirme que la courbure de Gauss serait constante en tout point. La première affirmation n'est pas complètement correcte, puisqu'il s'agit plutôt d'une surface d'aire minimale enfermant une quantité de volume déterminée. Je n'ai pas pu vérifier la seconde mais pour ce type de surface, la courbure moyenne est constante, comme on l'a vu en 2.1.1.

Lorsqu'elle est appuyée sur les quatre cotés seulement et lorsqu'elle est dotée de câbles de précontrainte au droit des bords, on arriverait à préserver l'essentiel des qualités de la distribution des contraintes propre à une coque appuyée tangentiellement. L'absence de contraintes de traction resterait intacte, les contraintes de compression ne sont plus égales en tout point de la surface mais les efforts tangentiels et aussi les efforts de flexion resteraient petits.

TISSUS TREMPÉS SUSPENDUS

La technique du tissu trempé est très comparable aux modèles suspendus constitués de cordes ou de chaînes lestés. Une différence essentielle est la répartition plus uniforme de la charge constituée essentiellement par le liquide qui imbibe le tissu.

Contrairement à la forme pneumatique, les appuis ne sont pas nécessairement des contours continus. On peut alors optimiser une forme qui reporte la charge sur des appuis ponctuels. En revanche, la surface obtenue n'est pas une surface minimale délimitant un volume donné. La distribution des efforts normaux n'est plus uniforme et les efforts tangentiels sont par conséquent plus importants.

Comme un tissu possède tout de même une certaine résistance aux déformations de la métrique interne de sa surface (déformation de son plan), des formes plus complexes sont plus difficiles à simuler qu'avec le modèle suspendu à chaînes qui est plus facilement adaptable.

FLIESSFORMEN

Une autre variante introduite par Isler résulte dans des « *formes coulantes* », *Fließformen*, en allemand. On obtient la forme par l'observation de l'écoulement d'un matériau « *viscoélastique ou viscoplastique* » [8, p. 75].

Ces matériaux peuvent être utilisés pour les différentes méthodes et ne constituent pas une méthode en soi. On peut par exemple suspendre une membrane constituée d'un matériau viscoélastique ou la soumettre à une pression hydrostatique au lieu d'utiliser une membrane élastique.

SYNTHÈSE DES APPROCHES ET APPARITION DES MÉTHODES NUMÉRIQUES

L'architecte Frei Otto (1925 – 2015) qui compte parmi les représentants les plus célèbres de l'architecture biomorphe, fait une synthèse des méthodes d'optimisation de formes

existantes et apporte à partir des années 1950, de nouvelles méthodes appliquées aux *structures minces*¹ de grande portée.

Otto va introduire le terme « *Formfindung* ». Sa traduction anglaise, *form-finding* est à présent le terme le plus couramment utilisé à l'international pour désigner l'optimisation de formes structurales en réponse à un cas de charge donné.

Pendant près de trente ans (1964-1991), il dirige l'*Institut für leichte Flächentragwerke* (IL) fondé en 1964 sur initiative du célèbre ingénieur Fritz Leonhardt au sein de l'université de Stuttgart.

Leonhardt avait été très engagé en faveur d'un nouveau rapprochement de l'architecture et de l'ingénierie. L'un de ces élèves, le non moins célèbre Jörg Schlaich, dirigeait de 1974 à 2000 l'*Institut für Massivbau* au sein de la même université.

C'est dans ce contexte que se développent à partir des années 1970, les premières approches numériques. Comme évoqué, cette évolution était aussi rendue possible grâce à l'acquisition par les universités, d'ordinateurs ayant une capacité de calcul importante pour l'époque.

LIMITATIONS DES MÉTHODES EXPÉRIMENTALES

Avec les approches informatisées, on cherchait à combler certaines faiblesses des méthodes expérimentales.

Tandis que les modèles physiques peuvent très rapidement fournir des approximations dans les premières phases de la conception, leur exploitation s'avère beaucoup plus complexe pour le passage aux structures réalisées.

Le principal facteur limitant est la précision. Le niveau requis dépend du type de structures. À titre d'exemple, pour les structures tendues, l'erreur pour la découpe des longueurs de câbles doit être au « *maximum de 0.03%* » [30, p. 137], soit 3 mm pour 10 m.

Pour une coque mince d'épaisseur 100 mm, la géométrie de la surface moyenne ne doit pas dévier suivant ses normales de plus de 16 mm dans un sens ou dans l'autre, pour que la surface moyenne optimisée reste dans le tiers central de la section.

¹ Il est difficile de traduire le mot allemand "*Flächentragwerke*". Le terme désigne les structures porteuses que l'on peut représenter par des surfaces pour les différencier de celles qu'on peut représenter par des lignes/ courbes appelés « *Stabtragwerke* ». Le terme *structures minces* donnée par Frey et Studer [117, p. 53] désigne les parois, les plaques, les voiles et les coques. Le terme allemand inclut également les *structures plissées* ou encore les membranes.

Les modèles et les mesures ne peuvent pas toujours atteindre le niveau de précision requis. L'élaboration de modèles physique prend beaucoup de temps, requiert un savoir-faire très pointu et un équipement spécialisé. Il en est de même pour les mesures.

Il soit encore noté que la réalisation de modèles à une échelle suffisamment précise nécessite aussi de disposer d'un espace relativement grand.

C'est là qu'interviennent les modèles numériques. La problématique de la prise de mesures ne se pose plus et une fois que les outils informatiques sont mis en place, on peut obtenir des résultats assez rapidement.

Pour cet ensemble de raisons, on se sert aujourd'hui davantage d'outils numériques pour les études de projet, notamment à un stade plus avancé.

3.2.3 LES APPROCHES ANALYTIQUES ET NUMÉRIQUES

Parmi les méthodes numériques, on distingue les *méthodes directes* des *méthodes indirectes* qui se différencient fondamentalement par la formulation de l'objectif.

À travers une optimisation directe dont l'objectif serait un certain état de contrainte, on cherche à agir directement sur cet état de contrainte dans la structure. Les contraintes ou des grandeurs qui les caractérisent directement, tel que la déformation, constituent donc les variables qui seront mesurées et optimisées durant le processus.

Les méthodes indirectes constituent souvent une reproduction numérique d'essais expérimentaux. La formulation indirecte vise un état qui soit représentatif de l'état de contrainte recherché.

Nous savons par exemple, que l'état d'équilibre d'une chaîne soumise à une certaine charge correspond à un minimum de l'énergie potentielle du système. Nous allons alors chercher à la minimiser pour obtenir l'état d'équilibre.

Grâce au principe de la forme inversée, nous savons que cet état correspond également à l'équilibre d'un arc en inversant la géométrie et la direction des charges.

APPROCHES DIRECTES

La première méthode numérique directe, la méthode des densités de force¹, a été développée à la fin des années 1960 par « *Linkwitz, Preuss et Schek* »² [8, p. 76] au sein de l'université de Stuttgart. À l'origine, celle-ci était destinée à l'optimisation de structures à câbles prétendues, mais rapidement étendue aux membranes et coques.

Par la suite, d'autres méthodes se sont appuyées directement sur la première, notamment la méthode des réseaux de forces, utilisée, selon Fantin [31, p. 61], par exemple, par l'ingénieur italien Majowiecki en 1994, également pour l'étude de structures tendues.

Le premier à en démontrer l'intérêt pour l'étude des voûtes, est l'ingénieur irlandais Dermot O'Dwyer en 1999 [3].

MÉTHODE DES DENSITÉS DE FORCE

Aussi connue sous le nom « *(Stuttgart) direct approach* » [32, p. 59], la méthode a été appliquée à de nombreuses structures réalisées, notamment aux membranes tendues, tel

¹ Kraftdichtemethode

² Klaus Linkwitz, Hans-Jörg Scheck & Hans-Dieter Preuss

qu'aux couvertures du stade olympique de Munich, mais aussi aux coques en résille bois, tel que le Mannheim Gridshell. C'est aussi une méthode « *hautement adaptée aux structures en coque efficace* ». [32, p. 68].

Elle s'applique à un réseau tridimensionnel de nœuds reliés par des segments. Les appuis sont constitués de nœuds fixes. Les charges sont appliquées aux nœuds. Les nœuds ne transmettent pas de moments.

On établit un système d'équations qui décrit l'équilibre des forces pour chaque nœud. Ce système est non-linéaire puisque la force dans un segment dépend de sa longueur et donc de la position des nœuds.

Afin de linéariser le système d'équations, on introduit les « *densités de force* ». Aussi appelées « coefficients de tension », elles expriment la force par unité de longueur de segment. Ce sont des constantes qu'on peut définir indépendamment pour chaque barre afin d'influer sur la forme d'équilibre du système.

Grace à leur introduction, on peut éliminer les longueurs et les forces des équations en les remplaçant par des constantes. Le système devient linéaire et la solution d'équilibre s'obtient par la simple résolution du système.

Aucune itération n'est requise tant qu'on n'introduit pas d'autres contraintes, tel que, par exemple, une fourchette pour la hauteur cible de certains nœuds. L'introduction de telles contraintes en font un problème non-linéaire qui demande l'approximation d'une solution par itération.

La nature de l'effort (traction/compression) est quant à elle, directement contrôlée par le signe, positif ou négatif, attribué à la densité de force.

Une fois que les positions des nœuds sont obtenues, par la résolution du système d'équation, on peut calculer les forces agissant dans les segments. On obtient alors un réseau de forces en équilibre statique.

MÉTHODE DES RÉSEAUX DE FORCE

Dans son article « *Funicular analysis of masonry vaults* » [3] paru en 1999, Dermot O'Dwyer¹ présente une méthode numérique pour la vérification de la stabilité des voûtes en trois dimensions utilisant le principe de la densité de force, sans la citer.

¹ L'article de O'Dwyer publié dans „Computers and Structures“ fait suite à sa thèse de master en sciences de l'ingénieur „Limit state analysis of masonry vaults“.

La différence de la méthode présentée avec celle de Scheck & Linkwitz est la position fixe des projections des nœuds sur le plan. Seule la hauteur des nœuds est variable. On peut alors parler d'une « *hypothèse complémentaire par rapport à la méthode des densités de forces* » [31, p. 61].

La densité de force est introduite par le rapport de la composante horizontale de la force de liaison, divisée par la distance horizontale déduite de la position connue des nœuds.

Une première étape consiste à établir l'équilibre statique horizontal. O'Dwyer ne fait pas davantage de précision sur ce sujet, excepté que le réseau projeté doit être en équilibre statique. Il note aussi qu'il convient d'estimer l'ordre de grandeur des poussées lors du choix d'une valeur de départ pour les densités de force.

Après cette première étape, les composantes horizontales sont connues et avec elle les densités de force. On pourrait alors simplement résoudre le système d'équations linéaire pour les altitudes des nœuds.

Mais, d'une part, il faut introduire une vérification pour s'assurer que la force agit bien en compression.

D'autre part, dans l'exemple qu'il présente, O'Dwyer cherche à déterminer un chargement limite. Dans ce but, il introduit une variable et une condition supplémentaires. La variable est un facteur λ appliqué au chargement, la condition est une altitude minimum et maximum pour chaque nœud. Ces altitudes limites doivent vérifier que le réseau de forces obtenu s'inscrit bien dans une épaisseur donnée.

Le problème devient non-linéaire, un problème d'optimisation recherchant à maximiser λ en faisant varier la composante horizontale, tout en vérifiant que les conditions secondaires sont bien satisfaites à chaque itération.

O'Dwyer fait largement référence aux théories de Heyman. Cette méthode de vérification est basée sur la nécessité de trouver un réseau de forces qui s'inscrit dans la maçonnerie et vérifie la stabilité suivant l'hypothèse d'une résistance à la compression infinie. Il reprend ainsi le théorème de la sureté de Heyman transposé en trois dimensions. Le réseau de forces de la voûte correspond au polygone funiculaire de l'arc, ou de la tranche de voûte.

On pourrait aisément modifier la condition de l'altitude des nœuds pour correspondre au tiers central et ainsi vérifier la non-décompression de la maçonnerie.

TRUST NETWORK ANALYSIS (TNA)

La Trust Network Analysis (TNA) est introduite par Philippe Block, doctorant au MIT, et John Ochsendorf, son directeur de thèse, dans un article [33] paru en 2007 dans le journal de l'IASS. Il soutiendra sa thèse en 2009.

Sa démarche est très semblable à celle présentée par O'Dwyer. Le complément essentiel qu'il apporte, réside dans l'approche de la résolution de l'équilibre horizontal du réseau projeté.

Pour ce faire, il introduit des diagrammes de forces issues de la statique graphique traditionnelle. Un algorithme itératif d'optimisation lui permet d'approcher la dualité entre diagramme des formes (le réseau projeté) et diagramme des forces horizontales. Une fois l'équilibre horizontal suffisamment approché, on calcule l'équilibre vertical.

Dans le principe, il s'agit donc d'une implémentation de la méthode des réseaux de force.

La TNA est un outil d'optimisation de formes funiculaires. Lors de la recherche de l'équilibre horizontal, on fait autant varier le réseau projeté que le diagramme des forces. L'application RhinoVAULT, un plug-in pour Rhinoceros 3D développé par le Block Research Group (BRG) à l'ETHZ, implémente une variante possible de la TNA. Comme nous le verrons en section 5, où nous présentons des essais réalisés avec RhinoVAULT 2, il s'agit avant tout d'un outil pédagogique.

D'autres variantes de la méthode des réseaux de force ont été implémentées au cours de treize dernières années, notamment au sein du BRG.

Par exemple, dans le cadre de sa thèse de doctorat [31] soutenue en 2017, Mathias Fantin reprend une des implémentations de la méthode des réseaux de forces développée par le BRG [34] et destinée à l'analyse des voûtes en maçonnerie existantes.

AUTRES MÉTHODES

D'autres méthodes d'optimisation ont été développées en parallèle. On peut citer la « *solution numérique du système d'équations différentielles décrivant la coque membranaire* » ou les « *méthodes indirectes combinées à des algorithmes d'optimisation* » [8, p. 76] qu'on compte également parmi les méthodes directes.

APPROCHES INDIRECTES OU « MÉTHODES DE DÉFORMATION »¹

Comme évoqué, les méthodes indirectes consistent pour l'essentiel en la simulation d'un modèle physique. L'une des méthodes les plus répandues est la relaxation dynamique.

RELAXATION DYNAMIQUE

HISTOIRE

À l'origine, la relaxation dynamique a été développée au Royaume-Uni dans le cadre de l'analyse et de la simulation numérique des flux de marée par Alistair Day et Joseph Otter dans les années 1960.

Leur première publication à ce sujet, semble être l'article « Tidal Flow Computation » paru en 1960 dans le magazine « the Engineer ».

Otter et Day appliquent par la suite eux-mêmes la méthode à des structures de génie civil comme en témoigne par exemple l'article par Otter « *Computations for prestressed concrete reactor pressure vessels using dynamic relaxation* » paru en 1965 ou l'article « *Analysis of plates by dynamic relaxation with special reference to boundary conditions* » publié en 1966 par Day.

C'est l'ingénieur anglais Michael Barnes qui va approfondir la recherche sur l'application de la relaxation dynamique aux structures dès 1971. Après sa thèse de doctorat « *Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation* » en 1977, il publie de nombreux articles à ce sujet. Il a également contribué au livre « Shell Structures for Architecture » paru en 2014. Le livre passe en revue différentes méthodes d'optimisation de forme et rassemble les contributions d'autres grands noms de la science dans ce domaine, dont Klaus Linkwitz, coauteur de la méthode des densités des forces.

DOMAINE D'APPLICATION

La relaxation dynamique peut être implémentée sous forme matricielle ou vectorielle. C'est essentiellement la forme vectorielle qui est mise en avant par Barnes : « *La forme vectorielle est la plus largement appliquée notamment aux problèmes fortement non-linéaires.* » [35, p. 89].

Comme le note Walser, la DR est aussi l'une des « *méthodes d'optimisation de formes les plus utilisées pour les structures tendues* » [26, p. 13]. Barnes, semble s'être intéressé dans un premier temps aux « *Prestressed cable networks* », comme en témoigne ce titre d'article

¹ « Deformationsmethoden » [8, p. 76]

paru en 1971. Par la suite, il va étendre la méthode à l'optimisation de forme et à l'analyse de membranes, de coques en résille (gridshells) et de coques pleines.

MODE DE FONCTIONNEMENT

Comme la méthode des densités de forces, elle s'applique à un maillage constitué de nœuds et de liaisons à une dimension. Appliqué aux coques, il s'agit donc d'une discrétisation.

Par l'application d'une pré-tension sur les liaisons et/ou une charge sur les nœuds, on introduit, suivant la seconde loi de Newton ($F = m.a$), des vecteurs d'accélération au niveau des nœuds. Ils sont alors mis en mouvement, tant que l'équilibre statique n'est pas réalisé. Le principe de la méthode consiste à « *suivre, pas à pas et pour des incréments de temps très petits, le déplacement de chaque nœud d'une structure jusqu'à ce qu'elle se trouve, sous l'effet d'un amortissement artificiel, en équilibre statique.* » [35, p. 90]

Il s'agit donc d'un système dynamique. La relaxation de ce système vise l'obtention d'un état d'équilibre statique.

Les liaisons du système peuvent être de nature variable. Elles peuvent être définies de façon à admettre de la flexion, être continues à travers les nœuds, ou seulement mobiliser de la traction. Le choix des caractéristiques dépend de la nature de la structure dont on souhaite obtenir l'état d'équilibre.

Les nœuds sont pourvus d'une masse fictive, dont la valeur est optimisée pour favoriser la convergence rapide. Comme évoqué, on peut appliquer des charges agissant sur les nœuds. Ils agissent comme des articulations. On ajuste les degrés de liberté en fonction des besoins. Dans le cas des réseaux de câbles, les nœuds ne transmettent que les efforts normaux. Ils sont libres en rotation.

Le mode d'amortissement occupe une place centrale. À l'origine on recourrait à un *amortissement visqueux*. Il est proportionnel à la quantité de mouvement¹ d'un nœud et permettait d'obtenir « *très rapidement une convergence* » [26, p. 13] du système.

Pour des déplacements larges cependant, cette forme d'amortissement aurait tendance à produire des mouvements à haute fréquence qui conduirait à des problèmes de convergence.

¹ Produit de la masse avec la vitesse

Cundall proposait alors la procédure de *l'amortissement cinétique* qui a été jugée entièrement stable et rapidement convergente face à ces grandes perturbations.

Elle consiste à annuler la vitesse de tous les nœuds lorsqu'un maxima de l'énergie cinétique est détecté. Dans la pratique, cette démarche se traduit par le calcul de la somme de l'énergie cinétique de tous les nœuds. Lorsque cette somme est inférieure à celle calculée lors de l'itération précédente, on vient de passer un maxima. On cherche alors à approcher plus précisément l'instant correspondant au maximum, et immobilise les nœuds à la position où ils se trouvaient à cet instant précis. Puis, on réinitialise une nouvelle boucle en appliquant les accélérations qui résultent de la charge et des tensions dans les liaisons.

On peut aisément comprendre la logique en observant l'oscillateur le plus simple, le pendule. La vitesse du pendule et donc son énergie cinétique, est maximale lorsqu'il passe par la position d'équilibre qui correspond au minimum de l'énergie potentielle du système. La relaxation dynamique avec amortissement cinétique appliquée au pendule à larges oscillations, correspondrait à arrêter le pendule à proximité du point bas. Lors de la prochaine itération, on réapplique l'accélération résultant de la masse. Le pendule se remet en mouvement en direction de la position d'équilibre, cette fois à une vitesse nettement moins grande. Ainsi, on finit par approcher assez précisément la position d'équilibre au bout d'un certain nombre d'itérations et en fonction de la tolérance qui est généralement définie comme une quantité de mouvement résiduelle du système.

La recherche d'un maximum d'énergie cinétique conduit ainsi au minimum de l'énergie potentielle.

PRÉSENTATION MATHÉMATIQUE

Dans ce qui suit, nous allons exposer quelques expressions qui permettent de mieux illustrer le fonctionnement de la relaxation dynamique, appliquée à un réseau de câbles. Il s'agit de la simulation d'un maillage, où les liens n'admettent que de la traction.

À chaque itération, correspondant à une incrémentation Δt du temps, la résultante des forces agissant sur un nœud, les vitesses et positions des nœuds sont calculées, nœud par nœud.

La résultante des forces R agissant sur le nœud i selon la direction de l'axe x à un instant t peut s'écrire :

$$R_{ix}^t = P_{ix}^t + \sum_m \left(T_m^t \frac{x_j^t - x_i^t}{L_m^t} \right)$$

3.2.1 - DR : Résultante sur nœud

Ici, m correspond à l'indice des liens qui lient le nœud i au nœud j. La fraction dans la somme correspond à la projection de la longueur du lien m sur l'axe des x.

T_m est l'effort normal dans le lien m. On fait donc simplement la somme des composantes des forces agissant à travers les liens en direction des x et de la charge P_{ix} agissant sur le nœud i en direction des x.

L'effort T_m dans le cas où le lien n'est pas prétendu s'obtient par l'expression :

$$T_m^t = EA \frac{\Delta L}{L_0} = EA \frac{L_t - L_0}{L_0}$$

3.2.2 - DR : Effort du lien

EA, le produit du module d'élasticité avec l'aire de la section peut être choisi très grand si on veut simuler un réseau avec des liens de longueur quasiment fixe. Pour éliminer l'action de liens travaillant en compression, il suffit d'imposer $T_m = 0$ pour les valeurs négatives.

La vitesse du nœud i à l'instant t en direction des x est donnée par :

$$v_{ix}^t = v_{ix}^{t-\Delta t} + \Delta t \frac{R_{ix}^{t-\Delta t}}{M_i}$$

3.2.3 - DR : Vitesse du nœud

La nouvelle position x du nœud i à l'instant t est donnée par :

$$x_i^{t+\Delta t} = x_i^t + \Delta t \cdot v_{ix}^t$$

3.2.4 - DR : Position du nœud

Parallèlement au calcul des vitesses, on calcul la somme de l'énergie cinétique pour l'ensemble des nœuds. Si cette somme est plus petite que lors de l'itération précédente, les vitesses sont annulées. La position des nœuds est calculée pour correspondre au mieux au pic de l'énergie cinétique et la prochaine itération est lancée.

Nous ne rentrons pas dans les détails sur le calcul de la position au moment du pic ni dans la définition des masses fictives. Au sujet de ces dernières, on peut encore remarquer qu'elles sont définies proportionnellement à la plus grande raideur des liens. De cette façon, on peut espérer obtenir des accélérations du même ordre pour les nœuds auxquels sont appliqués potentiellement de grandes forces. La convergence est favorisée si les vitesses ne prennent pas des valeurs trop différentes.

LOGICIELS IMPLÉMENTANT LA RELAXATION DYNAMIQUE

On trouve sur le marché de nombreux logiciels qui mettent en application la relaxation dynamique pour l'optimisation de formes. Il s'agit principalement de logiciels d'optimisation de structures membranaires tendus et de réseaux de câbles. Walser cite à titre d'exemple JAS3D, BIRDAIR et inTENS [26, p. 13] et mentionne également le développement (en cours au moment de sa dissertation en 2011) d'un outil pour l'analyse de coques-résilles par le « *Institut für Leichtbau, Entwerfen und Konstruieren (ILEK)* », le successeur de l'IL au sein de l'université de Stuttgart.

« Jas3D » est un « *programme aux éléments finis tridimensionnels conçu à l'origine pour résoudre des problèmes de mécanique non linéaire quasi-statiques* »¹. Développé et commercialisé par le *U.S. Department of Energy*, il est appliqué entre-autres à des problèmes géotechniques complexes, mais pas forcément aux grands déplacements.

« BIRDAIR » est le logiciel d'optimisation de forme de l'entreprise homonyme qui offre des services de conception-réalisation de membranes tendues.

« InTENS » est une « *suite de programmes aux éléments finis 3D* »² spécialisée pour le calcul de structures comportant des membranes tendues et des réseaux de câbles.

Le plug-in « Kangaroo Physics » pour l'environnement de conception paramétrique de Rhinoceros 3D + Grasshopper offre également la possibilité d'appliquer la relaxation dynamique à des modèles de structures tels que les réseaux de câbles ou des membranes tendues. Elles peuvent être constituées essentiellement d'éléments 1D auxquelles on peut attribuer des propriétés élastiques et mêmes définir, de façon très sommaire, des lois de comportement pour simuler des déformations plastiques.

Il n'est pas précisé s'il s'agit d'un amortissement visqueux ou cinétique. Néanmoins, l'application offre la possibilité de suivre la déformation de la structure lors de la recherche de l'état d'équilibre pas à pas. Le taux de réduction de la vitesse à chaque itération est réglable. La position des nœuds n'est donc pas ajustée entre itérations comme c'est le cas pour l'amortissement cinétique décrit plus haut. Un taux de conservation de la vitesse élevé

¹ <https://www.osti.gov/biblio/1231276>

² <https://www.tensys.com/intens>

permet avant tout d'obtenir une animation fluide, un taux plus bas une convergence plus rapide.¹

Kangaroo est fréquemment utilisé pour le « form-finding » de structures tendues ou mêmes de gridshells.

PARTICLE SPRING SYSTEMS

Les *systèmes à particules et ressorts* sont basés sur les mêmes principes que la relaxation dynamique qui vise l'obtention d'un état d'équilibre à partir de la convergence d'un système dynamique. La méthode utilise également des accélérations qui résultent de forces agissant sur les particules. Lors de chaque itération, les coordonnées des particules et leurs vitesses sont mises à jour. Le mouvement est amorti par l'introduction de densités de forces d'amortissement. La convergence est contrôlée par l'amplitude du vecteur des forces résiduelles qui doit tomber sous le seuil de tolérance défini.

L'implémentation présenté dans [32, p. 103] est une méthode matricielle qui permet d'exprimer plus aisément les interdépendances entre positions et vitesses des particules.

L'interdépendance doit être considérée en raison de la méthode d'intégration des équations différentielles mise en œuvre dans ce cas spécifique. Il s'agit de la méthode d'Euler implicite qui évalue l'accélération et la vitesse à l'instant $t+\Delta t$ pour ensuite calculer la nouvelle position.

On doit donc évaluer la position du nœud et de ses voisins à la fin de l'intervalle avant de pouvoir calculer les forces d'interaction, l'accélération, la vitesse et finalement la position.

Si l'on utilisait une intégration explicite, qui se base sur l'état au début de l'intervalle, on pourrait considérer les nœuds de façon isolée, la position de l'ensemble des nœuds et, de manière implicite, déduire les longueurs des liaisons, comme c'est le cas pour l'implémentation vectorielle de la relaxation dynamique.

APPROCHES PAR LES ÉLÉMENTS FINIS

Parmi les méthodes « *les plus anciennes* » [32, p. 115] on compte celles qui utilisent des modèles aux éléments finis (FEM) auxquels on applique des calculs en grands déplacements. Ces méthodes sont à l'origine destinées à l'analyse structurale et peuvent être adaptées à l'optimisation de formes si elles sont couplées à des algorithmes d'optimisation

¹ Pour plus d'informations on peut lire la discussion en suivant ce lien : <https://discourse.mcneel.com/t/how-does-kangaroo-solver-work/92075>

contrôlant la mise à jour de la géométrie initiale en fonction des efforts, contraintes ou déformations calculées.

Selon Sobek, ce sont les méthodes de déformation « *les plus fréquemment utilisées* » [8, p. 76].

Dans sa thèse de master [26], Walser applique deux méthodes différentes faisant appel à une modélisation aux éléments finis dans le but d'en évaluer la performance pour l'optimisation de formes de coques.

Il fait usage du programme généraliste de calcul aux éléments finis ANSYS 11 Classic. Ce logiciel intègre un certain nombre d'algorithmes d'optimisation.

La première méthode qu'il applique, consiste à effectuer un calcul élastique en grands déplacement avec un modèle suspendu constitué d'éléments de coques. Il faut noter qu'ANSYS offre un grand nombre d'éléments de coques différents. Celui choisi par Walser, l'élément « shell181 » développe bien aussi des efforts flexionnels. Il ne s'agit pas d'un élément de membrane.

La seconde méthode implémente des « *méthodes de déformation* »¹. Il est important de noter dans ce cas que la géométrie de la structure va être modifiée pour chaque itération par un algorithme d'optimisation en fonction des résultats obtenus.

Le critère d'optimisation principal employé est alternativement la minimisation de l'énergie de déformation totale ou la somme des contraintes de flexion. Pour le premier, il s'appuie sur l'hypothèse que les structures travaillant en flexion mobilisent une énergie de déformation beaucoup plus importante que celles mobilisant principalement des efforts normaux.

Les deux algorithmes d'optimisation plus précisément sont la « *Subproblem-Approximation-Method* » et la « *First Order Method* ». Le second est basé sur l'exploitation des gradients, contrairement à la première. Les deux convertissent des problèmes d'optimisation contraints, donc soumis à des conditions secondaires, en des problèmes non-contraints par l'application de pénalités (« *Penalty-Funktionen* » [26, p. 20]) lors de l'évaluation du critère principal.

¹ Il faut noter que Sobek utilise ce terme comme synonyme pour les méthodes indirectes.

Lors d'essais préliminaires, Walser décrit des problèmes de convergence rencontrés avec la méthode dite « *Subproblem* » qu'il n'a pas pu résoudre. Il retient la méthode dite « *First-Order* ».

L'ensemble des coques optimisées avec la seconde méthode, présentent des valeurs extrémales pour les contraintes dues à la flexion, supérieures aux contraintes de compression résultant de l'effort normal. Pour les trois essais les ratios correspondants sont (flexion / normal) : 112 kPa / -97 kPa, 66 kPa / -92 kPa, 103 kPa / -93 kPa. L'intensité des contraintes de flexion par rapport à celle des contraintes normales est donc respectivement pour les trois cas de 115 %, 72 % et 111 %.

Les résultats des essais selon la première méthode, le modèle suspendu, ne sont pas meilleurs. Ici aussi, l'importance des efforts de flexion est relativement grande comparée aux efforts normaux. Vu la modélisation avec des éléments de coque qui présentent une résistance à la flexion, soumis à un calcul élastique, ce n'est cependant pas étonnant.

Sans pouvoir en conclure d'une manière générale sur les méthodes d'optimisation qui s'appuient sur les modélisations aux éléments finis, les résultats présentés dans le cadre de cette étude ne sauraient convaincre.

AUTRES MÉTHODES

Au-delà des méthodes les plus répandues que nous avons abordées jusqu'à présent, on peut trouver de nombreuses approches faisant appel à des raisonnements semblables.

On peut nommer par exemple la « Surface Stress Density Method » [26, p. 15], présentée en 1998. C'est une des très nombreuses méthodes combinant l'analyse aux éléments finis à des algorithmes d'optimisation.

3.2.4 CONCLUSION – USAGE ACTUEL POUR LES COQUES EN MAÇONNERIE

Nous avons vu que les approches expérimentales étaient très utiles pour une première approximation des géométries qu'on souhaite concevoir. Les contraintes liées à l'obtention d'un modèle et un relevé de précision, sont cependant grandes. Pour optimiser les géométries destinées à l'analyse structurale et à la réalisation, on recourt alors plutôt aux méthodes numériques.

Les approches aux éléments finis de coque que nous avons vues, n'ont pas forcément su convaincre par leurs résultats. Même dans le cas du modèle suspendu, elles introduisent des efforts que l'on souhaite à priori éliminer. Un modèle à partir d'éléments de membrane aurait éventuellement fourni de meilleurs résultats. L'emploi des algorithmes d'optimisation présentés reste assez opaque. On ne comprend pas bien comment l'ajustement de la forme est contrôlé. Là aussi, un approfondissement de l'investigation aurait certainement apporté des améliorations.

Il reste que ces méthodes demandent un environnement logiciel sophistiqué, l'utilisation d'algorithmes pas nécessairement bien documentés et qui semblent être relativement lourds en termes de calcul.

Les approches utilisées pour les coques et voûtes en maçonnerie, qui font appel à une discrétisation en éléments à une dimension, semblent avoir déjà fait leurs preuves et sont assez faciles à implémenter, transparentes et relativement économes en calcul. Il se pose la question des enjeux liés à ce degré de discrétisation abordée dans la section suivante.

Autant la relaxation dynamique que la TNA a été implémentée sous forme d'application libre d'accès qui, de plus, s'intègrent parfaitement dans l'environnement de conception de géométries de Rhinoceros 3D. Une première expérimentation est alors aisée pour juger de leur performance. La méthode des réseaux de forces introduite par O'Dwyer et perfectionnée par Fantin semble également très intéressante.

4 SYNTHÈSE – APPROCHES ET FACTEURS IMPORTANTS À RETENIR

Dans cette section, nous allons récapituler et approfondir quelques notions importantes déjà abordées dans les sections précédentes.

D'une part, nous allons revoir quelques considérations à garder en tête pour la conception de la forme d'une coque, notamment l'incidence de certaines propriétés géométriques sur le comportement mécanique, mais aussi les tenants et aboutissants d'une modélisation discrétisée des efforts.

D'autre part, nous allons revenir brièvement sur les aspects principaux du dimensionnement et de l'utilisation des éléments finis de coque.

4.1 COQUES MEMBRANAIRES

L'efficacité des coques qui mobilisent essentiellement des efforts membranaires pour répondre à un chargement, est l'un des fondements de nombreuses approches d'optimisation. On se propose d'analyser cet aspect de manière détaillée pour bien en comprendre le fonctionnement.

4.1.1 EFFICACITÉ DES COQUES MEMBRANAIRES

« Une coque a, en général, une épaisseur de paroi faible ; elle n'est donc pas réellement adaptée pour résister à la flexion et il serait préférable de la faire travailler en état membranaire. C'est par un choix judicieux de sa forme, grâce à la courbure, qu'une coque peut résister aux actions par les seuls efforts membranaires. » [7, p. 52]

Les efforts membranaires normaux agissent selon la direction normale, sur les tranches d'une section de coque. Ils produisent une contrainte uniforme répartie sur toute l'épaisseur. Les efforts de flexion, cependant, vont à plus forte raison solliciter les fibres extrêmes et n'avoir aucune incidence sur la contrainte normale en fibre moyenne.

Contrairement aux efforts de flexion, les efforts normaux font donc un usage optimal de la section.

Cependant, *« les coques à comportement exclusivement membranaire sont rares (ballon sphérique sous pression uniforme par exemple). » [7, p. 52]*

RAIDEUR MAXIMALE

De par l'utilisation optimale de l'épaisseur, une coque dans un état membranaire se différencie aussi par sa plus grande raideur. La variation de l'intensité de la charge, qui modifie l'amplitude des efforts normaux, implique la déformation uniforme de toutes les fibres de la section, tandis qu'une réponse flexionnelle ne demande qu'une déformation partielle des fibres qui, parallèlement, est associée à des déplacements plus grands.

ENERGIE DE DÉFORMATION INTERNE MINIMALE

Vu que les fibres sont moins uniformément sollicitées en flexion, les déformations et avec elles le travail des forces extérieures est plus grand. À l'équilibre, l'énergie de déformation interne qui doit équilibrer l'énergie apportée par le travail des forces externes, est également plus grande. Une coque qui réagit par un état membranaire présente donc une énergie de déformation interne inférieure à celle que mobilise la flexion.

Comme le mentionne également [25, p. 1], la maximisation de la raideur équivaut à la minimisation du travail des forces extérieures.

FRÉQUENCE PROPRE MAXIMALE

Une autre conséquence directe de la raideur plus grande, est une fréquence propre plus grande, comme le note [26]. La maximisation de la raideur équivaut alors à maximiser les fréquences de vibration propres de la structure.

CONSÉQUENCES POUR UNE COQUE QUI N'ADMET PAS DE TRACTION

Pour une coque dont le matériau n'admet pas de traction, l'on doit garantir un état de contraintes se rapprochant le plus possible d'un état membranaire avec exclusion des contraintes de traction.

Des efforts flexionnels sont cependant admissibles dans la mesure où ils peuvent être compensés par la compression membranaire.

En effet, dès qu'une coque à une certaine épaisseur, elle peut, grâce à l'effort de compression, mobiliser un certain moment résistant même si la résistance du matériau en traction est théoriquement nulle (cf. Règle du tiers central A.2).

Bien entendu, il faut bien dire théoriquement, car dans la réalité, même dans un matériau sollicité en compression pure, apparaissent des contraintes de traction qui résultent de la dilatation transversale, à moins que la section soit confinée. Cette traction transversale est cependant considérée dans la résistance à la compression d'un matériau. Évidemment, un

matériau qui ne possède aucune résistance à la traction ne peut pas résister à la compression non-confinée.

4.1.2 INCOMPATIBILITÉ DES CONDITIONS AUX LIMITES AVEC L'ÉTAT MEMBRANAIRE

Un état membranaire implique nécessairement que les conditions statiques et cinématiques aux limites soient compatibles avec les actions membranaires. Une incompatibilité apparaît alors fréquemment au niveau des appuis ou des discontinuités.

Une *condition d'appui de type membranaire*, permettrait la rotation et le déplacement normal à la surface, de sorte à ne pas induire de moment de flexion ou d'effort tranchant. Dans les faits, ce type de liaison est généralement impossible à réaliser.

Les effets qui résultent de cette incompatibilité s'appellent « *effets (flexionnels) de bord* » [7, p. 52]

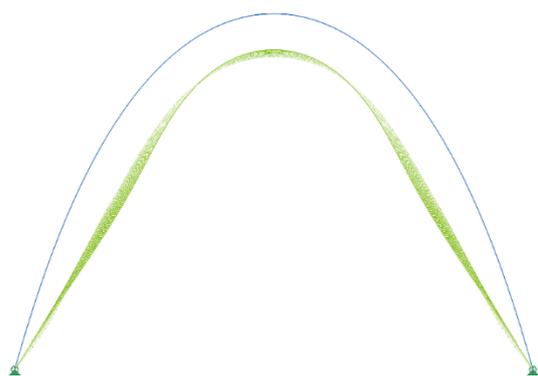


Figure 4.1.1 - Déformée amplifiée 5000 fois d'une voûte à profil en chaînette sous l'action du poids propre obtenue avec Pythagore.

La figure ci-contre illustre un tel effet flexionnel de bord à l'exemple d'une voûte en chaînette. Les efforts normaux de compression imposent une contraction. Si l'une des lignes d'appui était libre de translater, la déformée représenterait approximativement une homothétie de la géométrie initiale. Comme les appuis sont fixes, la voûte doit fléchir à sa base.

Les conditions aux limites sont donc cinématiquement incompatibles avec la déformée et, en parallèle, une ligne d'appui libre en translation serait statiquement incompatible avec la nécessité de reprendre la poussée exercée.

Cependant, à condition que les déformations soient relativement petites, il s'avère souvent que « *il ne naît des efforts flexionnels qu'au voisinage immédiat des discontinuités ; dès qu'on s'en écarte, ces efforts s'amortissent très rapidement et disparaissent au point qu'il ne reste que les efforts membranaires* » [7, p. 52]

Cependant, si on regarde la déformée en Figure 4.1.1 on dirait que la flexion est maximale où le bras de levier est le plus grand, soit environ à mi-hauteur de la paroi de la voûte en chaînette. L'affirmation de Frey et Studer concerne alors probablement davantage des

coques à double courbure, ou les effets flexionnels peuvent certainement être amortis sur une plus petite distance.

« *De tels effets de bord apparaissent au niveau des appuis, des jonctions de coques, des raidisseurs, des changements d'épaisseur, des charges concentrées, etc.* » [7, p. 52]

4.1.3 EXEMPLE D'UNE COQUE MEMBRANAIRE – LE SMITHFIELD MARKET

Pour donner un exemple de la performance d'une coque membranaire, on donne l'exemple d'une coque très mince citée également par Heyman : la coupole en béton armé du Smithfield Market¹ à Londres. Pour une portée libre de 68.6 m x 38.9 m et une hauteur de 9.1 m, cette forme épouse un parabololoïde elliptique. Les sections sont donc paraboliques avec une épaisseur variant de seulement 76 mm (3 pouces) au sommet à 160 mm (6 ¾ pouces) aux bords. Elle est ceinturée par des poutres en béton précontraint.² Le décintrement avait par ailleurs été effectué en mettant les poutres périphériques en tension.

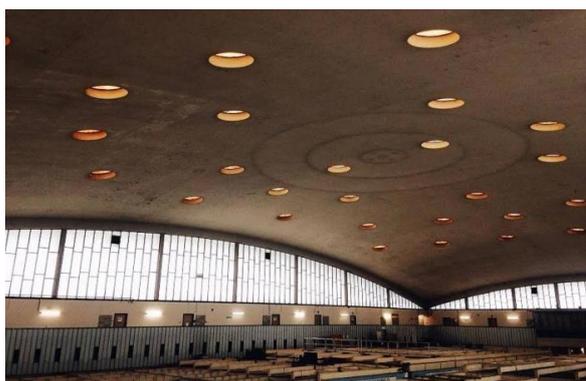


Figure 4.1.2 - Coupole du Smithfield Poultry Market – Vue intérieure



Figure 4.1.3 - Coupole du Smithfield Poultry Market – Vue extérieure.

Source : <https://historicengland.org.uk>

Il faut dire que cette structure mobilise aussi bien des efforts de flexion que de traction, notamment aux bords.

Par ailleurs, l'influence des charges variables (notamment neige et vent) sur ce type de coques minces sont du même ordre de grandeur que le poids propre.

¹ C'est aussi un exemple pour lequel un modèle réduit à l'échelle 1/12 avait été réalisé pour évaluer la structure, notamment la charge limite à l'égard de sa résistance au flambement local.

² Source des données : [114, p. 79]

4.2 GÉOMÉTRIE ET COMPORTEMENT MÉCANIQUE

Quel que soit la méthode d'optimisation de la forme retenue, la géométrie des coques a un impact important sur sa capacité à résister aux charges, sur les efforts prédominants et sur son efficacité structurelle.

Selon les méthodes d'optimisation, cette géométrie doit être plus ou moins approchée avant d'être optimisée. Dans ce qui suit, nous allons récapituler les propriétés géométriques les plus importantes de ces points de vue.

4.2.1 SURFACE MOYENNE DÉVELOPPABLE / NON-DÉVELOPPABLE

Comme évoqué, le comportement mécanique d'une coque peut être très différent en fonction de la « développabilité » de sa surface moyenne.

- Les coques à surface moyenne développable, tel que les voûtes en berceau sont des *coques à simple courbure*. Leur déformation peut se faire sans déformation de la surface moyenne dans son plan.
- Pour les coques dont la surface moyenne présente une double courbure, telle que les coupoles, toute déformation implique une modification de la métrique interne de leur surface moyenne.

Elles sont de ce fait plus rigides et les efforts membranaires sont mis à contribution à plus forte raison.

Cette propriété va de pair avec une différence importante entre les coques à courbure gaussienne nulle et non-nulle.

En considération de l'analogie entre la chaînette et l'arc formulée par Hooke, le polygone funiculaire de l'arc ¹ peut être approché par une chaîne suspendue renversée. Cette chaîne présentera une géométrie unique en réponse à un chargement précis. Si l'on modifie légèrement la direction ou l'intensité d'une des forces, la forme du polygone funiculaire change de façon sensible.

De façon analogue, la géométrie de la surface moyenne d'une coque qui résiste essentiellement par compression membranaire, peut être approchée par un réseau de chaînes ou par un tissu suspendu.

Heyman remarque à propos de l'analogie avec un tissu : « *By contrast with the flexible chain, the behavior of a hanging flexible membrane, made say of cloth, is markedly different.* »

¹ Ou le profil de la surface moyenne d'une voûte en berceau

Such a membrane, in the form perhaps of part of a sphere, or of any other non-developable surface, can carry a wide range of different loadings without altering its basic shape. » [20, p. 28]

On pourrait comprendre que la géométrie du réseau de chaînes est invariable, ce qui n'est pas totalement juste, comme on va le montrer au chapitre 4.4. Néanmoins, la géométrie du réseau de chaînes va être nettement moins sensible à la modification des charges que le serait la chaîne en représentation de l'arc.

Le réseau va répartir la charge dans plusieurs directions et l'ensemble des charges appliqués sur les autres nœuds vont contribuer à l'équilibre. Donc, l'amplitude de la charge supplémentaire est plus petite en relation avec l'ensemble des charges agissant sur le système que si on imagine une simple chaîne.

De plus, dans le cas de la coque pleine, non-développable, des efforts membranaires transversaux vont apparaître, de traction ou de compression.

Si l'on imagine la portion supérieure d'une coupole hémisphérique, l'application d'une charge ponctuelle à son sommet va d'abord comprimer davantage radialement la coque et en parallèle les efforts de compression concentriques du au poids propre vont diminuer.

Si l'on augmente la charge, des efforts de traction concentriques vont apparaître. Les contraintes qui en résultent, pourront se répartir sur toute l'épaisseur de la matière, contrairement aux contraintes de traction qui seraient liées à des efforts de flexion.

Ainsi, même un matériau avec une faible résistance à la traction, pourra reprendre des efforts de traction relativement importants et par conséquent reprendre des charges plus grandes.

Heyman commente plus loin que *« la coque, contrairement à l'arc, ne doit pas être construite en pratique avec une épaisseur raisonnable afin d'admettre une enveloppe de charges en toute sécurité, bien qu'une certaine épaisseur minimale (qui est en effet généralement très faible) soit nécessaire pour éviter le flambement local. »* [10, p. 28].

Que l'épaisseur ne doive pas être adaptée pour accommoder une enveloppe de charges, serait vrai pour un matériau qui admet à la fois de la compression et de la traction, du moins pour les coques synclastiques.

Mais même pour un matériau faible en traction, grâce à la répartition des contraintes sur l'épaisseur de la coque, elle réagit mieux à la variation des charges que la forme

développable qui doit mobiliser de la flexion et des contraintes de traction concentrées au niveau des fibres extrêmes dès que l'excentricité $e = M/N$ quitte le tiers central.

La « développabilité » de la surface moyenne d'une coque, a également un impact important sur sa stabilité face aux phénomènes de flambement local. Bien que la théorie linéaire de l'instabilité (théorie d'Euler) ne soit pas directement applicable aux coques, car elle sous-estime les contraintes critiques « *jusqu'à dix fois* » [7, p. 229], il reste logique que cette contrainte critique augmente avec l'inertie de la section de coque à laquelle l'effort de compression s'applique suivant la direction normale. Les coques à double courbure sont donc « *beaucoup plus stables que celles à simple courbure* » [7, p. 241].

Il faut aussi noter que dans les coques à simple courbure, telles que les voûtes en berceau, la contrainte principale de compression agit généralement dans le sens de la seule courbure principale et donc perpendiculairement à la section suivant la courbure nulle.

4.2.2 SURFACE MOYENNE SYNCLASTIQUE / ANTICLASTIQUE

On peut se poser la question sur la géométrie la mieux adaptée à favoriser les efforts membranaires normaux de même signe et annulant les efforts hors plan. Est-ce la surface synclastique ou la surface anticlastique ?

Dans les cas des structures tendues en général, les membranes en particulier, la courbure de Gauss négative est une condition pour pouvoir appliquer une pré-tension. À l'intersection de deux fils, les résultantes des forces de traction appliquées à chaque fil, sont, au droit de l'intersection, de directions opposées et s'annulent.

Au droit d'un point hyperbolique d'une coque, on peut trouver des situations d'équilibre semblables où les résultantes hors plan peuvent s'annuler. Pensons au centre de la noue entre deux coupes qui constitue en parallèle le sommet d'un arc.

Pour la coupole hémisphérique sous poids propre, la théorie membranaire permet de démontrer que la calotte, de colatitude inférieure à 51.82° , est entièrement en compression. Au-delà, des tractions concentriques appariassent.

Si on considère les efforts internes de même signe, une forme anticlastique est plus à même d'équilibrer les efforts hors plan. Si on considère une action où les composants normaux à la surface moyenne dominant (y compris le poids propre), la forme synclastique semble

pouvoir mieux répondre par des efforts membranaires de même signe pour équilibrer la charge.

On peut alors retenir que suivant la prédominance des efforts normaux ou celle des charges, l'une ou l'autre forme saura mieux répondre. Dans la pratique, les efforts internes sont souvent largement prédominants au niveau des surfaces de transition entre différentes formes géométriques comme nous l'avons vu à l'exemple de la noue. Si on souhaite une forme qui ne travaille qu'en compression, il faut alors nécessairement qu'elle présente localement une surface moyenne anticlastique. Pour une partie de coque qui est essentiellement sollicitée par des charges externes, il faut que les deux courbures principales s'opposent à son action. Si on souhaite que les efforts normaux correspondants soient de même signe, la surface moyenne doit être synclastique.

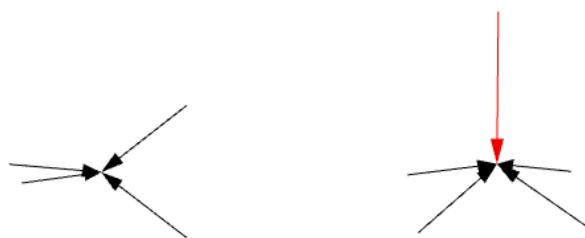


Figure 4.2.1 – Schéma d'équilibre des efforts normaux suivant les directions principales d'une surface. À gauche, sans charge externe (élément de surface anticlastique), à droite avec charge externe (élément de surface synclastique).

4.3 MÉTHODES D'OPTIMISATION DIRECTES OU INDIRECTES

Comme nous l'avons vu, on distingue deux familles de méthodes numériques : les méthodes directes et les méthodes indirectes. La qualification fait référence à la manière de contrôler les paramètres cible de l'optimisation.

Dans le cas de l'optimisation de coques on cherche généralement à optimiser l'état de contraintes en minimisant celles qui résulteraient d'efforts de flexion. Comme évoqué, les méthodes directes mesurent directement les contraintes pour orienter le processus d'optimisation.

On distingue également les implémentations vectorielles et matricielles suivant la structure mathématique sur laquelle on s'appuie. Les implémentations matricielles ont l'avantage d'exprimer plus aisément les relations d'interdépendance entre éléments.

Comme la *méthode des densités de forces* et ces dérivés ou la méthode des *systèmes à particules et ressorts*, la majorité des méthodes sont des méthodes matricielles. Parmi les méthodes que nous avons regardées de plus près, seule la *relaxation dynamique* est donnée sous forme vectorielle.

Toutes ces méthodes matricielles s'appuient sur une matrice de topologie, donc de la connectivité entre nœuds.

Les rigidités des éléments sont définies de façon relative. Elles ne sont pas liées aux propriétés d'un matériaux utilisé pour la structure finale. C'est pourquoi, on peut parler de « *raideur géométrique* » [32, p. 115]. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas où la surface moyenne d'une coque est discrétisée par un réseau de nœuds liés par des éléments linéiques. L'exception est donnée par la relaxation dynamique appliquée à l'optimisation de réseaux de câbles ou de barres, où l'on peut directement appliquer des valeurs réelles aux rigidités des éléments.

Les matrices de rigidité, telles qu'on les connaît de la méthode des déplacements trouvent leur application dans les modèles aux éléments finis. Aucune des méthodes précitées n'en fait usage.

Selon Sobek, les méthodes indirectes seraient « *bien moins pertinentes que les méthodes directes* »¹. C'est un point de vue qui peut être discuté et dépend probablement du type de structure, de l'approche et des critères de pertinence.

Du point de vue de l'élégance des mathématiques mais aussi de la rapidité, c'est très certainement vrai pour un réseau de câbles. On a vu que la méthode des densités de force permet d'obtenir l'état d'équilibre exact pour une géométrie et des densités de forces données, par la simple résolution d'un système d'équations linéaires. L'optimisation qui nécessite une itération, consiste alors essentiellement à trouver les valeurs pour ces densités de forces correspondant à la forme souhaitée.

D'un autre côté, avec la relaxation dynamique on ne fait qu'approcher l'état d'équilibre par itération. Dans le cas du réseau de câbles, on peut néanmoins directement travailler avec des valeurs réelles pour les propriétés des matériaux. Cependant, l'atout principal pour le concepteur, c'est qu'on puisse aisément influencer sur le résultat par le choix de la géométrie initiale.

Pour les coques et voûtes, la question de la préférence entre méthode direct et indirecte doit se poser en considérant les effets de la discrétisation. Si l'on souhaite appliquer une méthode directe à l'optimisation d'une coque, l'on doit pouvoir mesurer l'ensemble des contraintes. Ceci implique de recourir à une modélisation complète des éléments constitutifs. On doit donc faire appel à une méthode telle que la modélisation aux éléments finis de coques couplée à un algorithme d'optimisation. L'observations des effets de la discrétisation permet de mieux évaluer si la mise en œuvre d'une méthode aux éléments finis est toujours pertinente.

On peut d'entrée noter qu'elle demande un environnement logiciel plus complexe et moins accessible que des solutions basées sur des éléments plus simples. De plus, les méthodes aux éléments finis sont nettement plus coûteuses en termes de calcul.

¹ « *den direkten Methoden weit unterlegen* » [8, p. 76]

4.4 DISCRÉTISATION DES ACTIONS

4.4.1 LA DISCRÉTISATION DES EFFORTS - UN MODÈLE DE RÉPONSE À UN CHARGEMENT DONNÉ

Comme nous l'avons déjà vu à plusieurs reprises, l'action de l'arc peut être représentée par un polygone funiculaire positionné par rapport à la ligne moyenne. À savoir que la position du polygone n'est pas clairement définie, sans qu'il y ait une articulation qui constituerait un point de passage obligé.

Si ce polygone funiculaire peut se confondre avec la ligne moyenne de l'arc, celui-ci travaille purement en compression. Dès que le polygone doit s'éloigner de la ligne moyenne, s'excentrer, des moments de flexion apparaissent.

Selon le principe de la plus petite énergie de déformation interne, ce polygone tenterait donc de se rapprocher le plus que possible de la ligne moyenne pour échapper à l'apparition de moments de flexion.

Tant qu'une excentricité locale est comprise dans le tiers central de la section, le moment correspondant peut être compensé par l'effort normal de compression pour éviter l'apparition de contraintes de traction au niveau des fibres extrêmes. Au-delà, dans le cas où il s'agit d'un matériau théorique avec une résistance à la traction nulle, le matériau se fissure.

L'intégrité de la structure est menacée à partir du moment où le réseau s'approche suffisamment du parement pour que la section sollicitée à la compression devient tellement petite qu'il n'est plus capable de résister à la contrainte. La section est alors entièrement plastifiée, il y a écrasement local du matériau, une articulation se forme et un déplacement peut suivre dont l'ampleur dépend de l'état d'équilibre que la structure est capable de trouver ou non.

Cette représentation valable en deux dimensions peut se traduire en trois dimensions. Les premiers modèles suspendus de la fin du XIX^{ème} siècle reposent sur ce principe tout comme les méthodes numériques qui, depuis O'Dwyer, discrétisent l'action de la coque par un réseau de forces.

Il faut bien noter qu'il s'agit d'une représentation d'un réseau qui doit pouvoir s'inscrire dans une coque. Ce n'est absolument pas une représentation des efforts réellement présents.

Par rapport à la représentation 2D de l'arc, le théorème de la sûreté de Heyman dit : « *If a line of thrust can be found which is in equilibrium with the external loads and which lies wholly within the masonry, then the structure is safe.* » [36, p. 254] ¹

Transposé en trois dimensions, ce réseau doit s'inscrire dans l'épaisseur de la coque et idéalement décrire sa surface moyenne. Dans ce cas idéal, le réseau de forces correspond à des efforts membranaires.

Dans l'hypothèse que le réseau de force est composé uniquement de vecteurs compression, ces efforts membranaires sont essentiellement des efforts de compression, mais ils sont, sauf exception ², aussi accompagné d'efforts tangentiels.

Si l'on souhaite tenir compte de la résistance à la compression, on peut se représenter les vecteurs du réseau comme des bielles de compression, qui doivent pouvoir être contenues dans l'épaisseur du matériau. Il s'agit là d'une modélisation du côté de la sécurité puisque dans les faits, les efforts sont diffus, donc plus petits.

Comme on l'a vu plus haut, la coque non-développable synclastique dispose, en complément au mécanisme exposé pour l'arc, à savoir le développement d'un moment de flexion, un deuxième mécanisme qui lui permettent de s'opposer à des sollicitations qui éloignent le réseau de forces de sa surface moyenne. Elle peut mobiliser des efforts de traction soutenue par une contrainte repartie sur toute l'épaisseur.

4.4.2 LA DISCRÉTISATION POUR L'OPTIMISATION DE FORMES

Lorsqu'on cherche à optimiser une forme, on vise à favoriser la mobilisation de certains efforts, les efforts membranaires dans le cas de coques en général et, plus spécifiquement, la compression membranaire dans le cas des coques funiculaires. La forme inverse de cette dernière serait une membrane suspendue qui mobilise essentiellement de la traction membranaire accompagnée d'efforts tangentiels.

Une discrétisation de la membrane tendue en éléments linéiques correspondrait à un réseau de câbles ou de chaînes.

L'optimisation de la forme vise la modification de la géométrie globale. La discrétisation permet autant pour les modèles physiques que pour leur simulation numérique, de disposer

¹ Comme Heyman part de l'hypothèse d'une résistance en compression infinie, il ne considère pas une distance minimale aux bords.

² Dans l'état plan de contraintes, il n'y a pas de contrainte de cisaillement si et seulement si les deux contraintes principales sont identiques. Pour l'état membranaire, la contrainte de cisaillement correspond aux contraintes dues à l'effort tangentiel.

d'une géométrie déformable. La structure discrétisée ne reprend ainsi que certains efforts et en exclu ou limite d'autres. Le réseau de câbles en discrétisation d'une membrane n'admet que des efforts dans le plan de la surface décrite par le réseau. Ces efforts se traduiraient dans la coque par des efforts membranaires.

Comme le maillage est vide, il n'y a pas une surface qui doit se déformer dans son plan pour accompagner des modifications de la géométrie. Les moments de flexion dans le plan sont à priori exclu. Subsistent des efforts normaux accompagnés d'efforts tangentiels. En effet, le report d'efforts normaux discrétisés sur une membrane produit des efforts tangentiels, sauf exception (cf. page précédente).

Le principe de la discrétisation pour l'optimisation de formes consiste donc à ne conserver que les éléments qui représentent au mieux les efforts qu'on veut maximiser afin de minimiser les autres.

Ce principe est davantage en faveur des méthodes indirectes d'optimisation de forme. Bien qu'on puisse recourir à une méthode directe en soi, telle que la méthode des densités de forces appliquée à un réseau de câbles ou de chaînes, pour approcher la géométrie d'une coque qui résiste principalement par la mobilisation d'efforts de compression membranaires.

4.4.3 RÉSEAUX DE CHAINES : MAILLAGE ET DÉFORMABILITÉ

La géométrie du maillage d'un réseau de câbles influence évidemment sa déformabilité. Tandis que pour une structure on va rechercher le réseau qui possède la géométrie la moins déformable, pour l'optimisation de forme, on va travailler avec la géométrie la plus déformable possible.¹

En Figure 4.4.1, on montre la superposition de deux essais de relaxation dynamique de réseaux de câbles suspendus inversés. Il s'agit d'un maillage quadrangulaire, l'un sans et l'autre avec des liens diagonaux.

Le réseau carré de 2 m de côté, comporte dans les deux cas un maillage carré régulier de 25 cm dont les liens travaillent uniquement en traction tout en présentant une raideur très grande (100 MN/m). Sur chaque nœud agit une charge verticale vers le haut proportionnelle à la surface des facettes qui entourent le nœud et représentent un poids propre relativement petit (2.3 N/m² - un tissu par exemple).

¹ Bien qu'on puisse viser un certain flux des efforts par l'orientation ou l'alignements de liens par exemple.

On applique une charge ponctuelle supplémentaire de 1 kN orientée vers le haut sur l'un des nœuds.

Naturellement, le maillage quadrangulaire sans diagonales se déforme nettement plus que celui doté de diagonales.

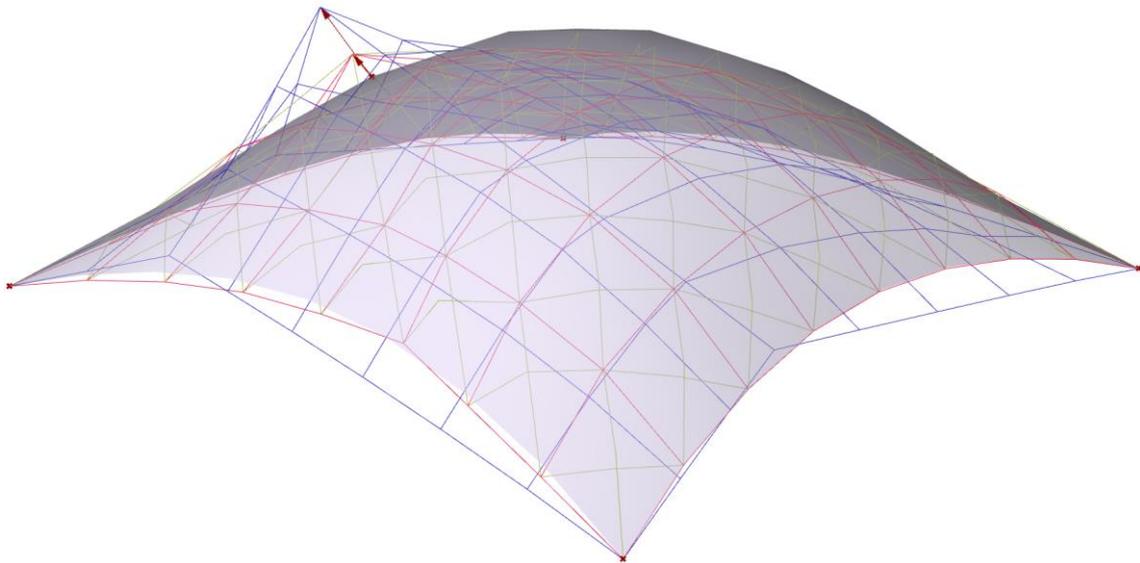


Figure 4.4.1 – Essai de relaxation dynamique réalisé avec deux réseaux de câbles numériques. Superposition des résultats obtenus pour un réseau quadrangulaire (en bleu) et le même réseau doté de liens diagonaux (en rouge). La géométrie initiale pour les deux réseaux est représentée par le maillage à surface grise.

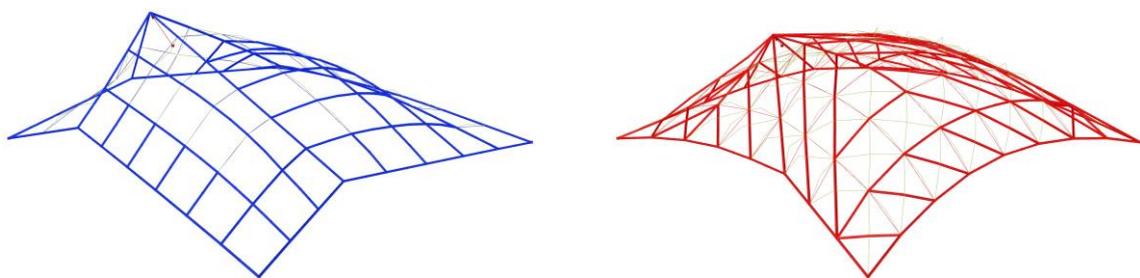


Figure 4.4.2 - Mise en évidence des liens les plus sollicités.

À cet endroit, on peut revenir sur la remarque de Heyman cité en 4.2.1, qui considère que la membrane flexible suspendue, comme un tissu, peut réagir à une variation de charges sans changer sa forme de base.

Par la discrétisation, la stabilité géométrique peut être vérifiée si on représente le tissu par un réseau triangulé qui admet autant de la compression que de la traction. Bien que dans ce cas, il s'agirait de la représentation d'une membrane rigide.

Un tissu à mailles lâches correspondrait à un maillage quadrangulaire. Si les fils du tissu sont bien serrés les uns contre les autres, alors le frottement et la compression transversale des fils permet d'obtenir une certaine rigidité de déformation dans le plan, ce qui implique qu'il devient moins déformable.

4.5 VÉRIFICATION DE LA SÉCURITÉ STRUCTURALE

Comme le relate l'un des ouvrages de référence en la matière, le livre « Calcul à la rupture et analyse limite » de Jean Salençon, on différencie traditionnellement « Calcul à la rupture » et « Analyse limite ».

Le Calcul à la rupture est fondé d'une part sur l'opposition des efforts mobilisés à ceux admissibles et d'autre part sur l'observation de l'équilibre statique. Il fait cependant abstraction de la distribution interne précise des contraintes.¹ Par ailleurs, les efforts sont déterminés sur la géométrie d'une structure non-déformée² et sa déformation n'est pas prise en compte pour évaluer l'état d'équilibre.

L'analyse suivant la théorie du calcul à la rupture ne fournit ainsi qu'une condition à la stabilité qui n'est pas suffisante.

L'analyse limite fournit la vérification d'une autre condition : l'équilibre statique de la structure déformée. Elle ne considère cependant souvent que la déformation instantanée et dans certains cas, comme dans l'analyse de l'état limite de stabilité présentée par Heyman, elle correspond à une approche par la cinématique des solides indéformables. Dans ce dernier cas, on considère le mouvement relatif des voussoirs ou autres éléments de maçonnerie, qui sont regardés comme étant parfaitement rigides en soi.

Dans le cas de Heyman, on peut par ailleurs même faire abstraction de l'amplitude des efforts. L'analyse de stabilité se résume alors à une vérification géométrique de concordance entre la structure et la position des lignes d'action possibles.

Aujourd'hui, on sait que les déformations différées, le fluage ou la relaxation, ou les déformations liées à l'historique de chargement, peuvent avoir une influence sur la stabilité d'un ouvrage. La connaissance, du moins approximative, de la distribution des contraintes fournit alors une clef pour évaluer la déformation à court et à long terme. Elle peut ainsi être nécessaire afin de pouvoir garantir la stabilité. Ceci est d'autant plus vrai, s'il s'agit de matériaux susceptibles de se déformer, comme c'est le cas pour le béton ou à plus forte raison pour la terre qui présente à la fois une élasticité faible et une tendance prononcée au fluage.

¹ La distribution des contraintes doit néanmoins être approchée par un modèle simplifié pour pouvoir évaluer un effort résistant. Prenons l'exemple de la distribution triangulaire des contraintes dans la section de la poutre fléchi d'Euler-Bernoulli.

² Theorie 1.Ordnung en allemand

Les sous-chapitres qui suivent sont donc structurés selon les trois principaux critères de la vérification de la sécurité structurale : La stabilité globale, le respect des seuils de contrainte qui permet d'évaluer le comportement à court et à long terme des matériaux et avec lui la déformation de la structure, puis la stabilité locale. Autant la stabilité locale que globale sont évidemment en relation directe avec le niveau de contraintes et de déformations qui en résultent.

4.5.1 STABILITÉ GLOBALE

Pour revenir aux fondements, la stabilité globale d'un système est donnée lorsque chacun de ses composants se trouve dans un état d'équilibre pour tous les cas de charges envisageables. Pour l'ensemble des cas, le principe fondamental de la statique doit être satisfait. La somme des forces et la somme des moments agissant sur chaque élément doivent être nulles.

Pour évaluer cet état d'équilibre ce sont essentiellement deux approches qui s'offrent : L'analyse limite de stabilité ou un calcul en non-linéarité matérielle aux éléments finis qui, suivant le cas, est à effectuer en grands déplacements.

Pour l'approche bidimensionnelle de l'arc, on se sert du polygone funiculaire¹ qui exprime l'existence d'un tel état d'équilibre à condition de pouvoir s'inscrire dans l'épaisseur.

Pour tenir compte de la résistance à la compression, il suffit de donner une certaine épaisseur au polygone funiculaire. Selon Harvey, on l'appelle la *bande support* ou zone support. Si on considère une distribution triangulaire des contraintes sur la hauteur de la section, cette largeur est donnée par $b = \frac{4N}{3f_c}$, si on considère une section entièrement plastifiée la largeur devient $b = \frac{N}{f_c}$.

Selon le théorème de la sureté de Heyman ainsi complété, la stabilité est garantie dès qu'on peut trouver une *bande support* qui s'inscrit entièrement dans la section. Comme le dépassement de cette condition va dans un premier temps, conduire à la formation d'une rotule plastique qui entraîne une modification de la géométrie de la structure, il s'agit là à priori, d'une borne inférieure pour l'état limite. L'analyse cinématique permet ensuite de

¹ Ou dans le cas de constructions clavées, de la ligne des centres de pression. Elle correspond au tracé qui relie les prolongements des lignes d'action du polygone funiculaire sur les joints entre voussoirs.

définir si la modification de la géométrie conduit à l'instabilité par la formation d'un mécanisme à 4 rotules.

Pour les arcs et voûtes à simple courbure, c'est une méthode largement utilisée pour la vérification de la stabilité. Comme on l'a vue, cette approche bidimensionnelle est implémentée par différents logiciels d'actualité mais elle peut aussi facilement être appliquée manuellement. Elle concerne les voûtes dont la résistance à la traction est considérée nulle.

L'extension de cette méthode à la troisième dimension et donc son applicabilité à des coques à double courbure est moins aisée. La méthode des réseaux de forces, comme les proposent à l'origine O'Dwyer puis le BRG et Fantin, consiste à vérifier si la « *résille caténaire inversée* » [31, pp. 15, 56], le pendant tridimensionnel du polygone funiculaire, peut s'inscrire dans l'épaisseur d'une coque.

La prise en compte des contraintes limites est ici plus difficile. Lors de l'analyse d'une section de voûte en berceau, on observe une tranche d'épaisseur constante. La force représentée par le polygone funiculaire correspond ainsi toujours à une section connue. Ce n'est plus le cas si on considère une résille caténaire. Comme le démontre Fantin, ce problème est surmontable par une implémentation informatique. Son application « Manacoh (Masonry Network Analysis for Construction History) »¹ permet d'analyser des structures existantes avec la prise en compte de contraintes limites.

Comme pour l'analyse bidimensionnelle, on ne saurait tenir compte de la résistance en flexion du matériau/composite. De même, la prise en compte de la traction membranaires, qui peut contribuer de façon très notable à la stabilité, demanderait que le réseau de forces puisse les représenter.

Ces méthodes de discrétisation représentent donc, comme la méthode bidimensionnelle, une borne inférieure. La capacité portante d'une telle coque peut être bien supérieure à celle obtenue par un réseau de forces qui n'admet que de la compression.

Cependant, pour des structures constituées de matériaux sujets aux déformations différées, la relaxation ou le fluage, et qui montrent des niveaux de contrainte élevés, d'autres vérifications s'imposent.

¹ <http://bestrema.fr/manacoh/>

Par ailleurs, une structure à faible résistance en traction, conçue à partir d'un réseau de forces en compression, est stable à condition que, pour tous les cas de charge, le réseau reste à une distance suffisante des fibres extrêmes et que le niveau de contraintes reste inférieur aux seuils admissibles selon les différents critères. Ce réseau de forces ou résille caténaire inversée, peut être obtenu par les différentes méthodes d'optimisation applicables aux réseaux de câbles.

L'autre voie permettant de vérifier la stabilité d'une coque à géométrie quelconque passe par une modélisation aux éléments finis. Le programme doit alors présenter la capacité d'effectuer des calculs en non-linéarité matérielle. Il pourra ainsi prendre en compte la plastification des sections et la fissuration. Si les contraintes observées sont proches des seuils admissibles, il faudra vérifier par un calcul en grands déplacements.

Certains programmes, comme Pythagore, savent également prendre en considération le fluage et l'historique des chargements. Notamment pour un matériau comme la terre crue, leur considération peut être importante.

4.5.2 SEUILS DE CONTRAINTES

Nous avons vu que seul les coques dont la surface moyenne peut être décrite mathématiquement, peuvent faire l'objet d'une approche analytique à travers l'une des théories de coques, notamment celle de Love pour les coques minces.

Pour les autres formes, l'analyse des contraintes passe nécessairement par des méthodes numériques. Dans une certaine mesure, les approches numériques qui offrent une représentation discrétisée des efforts admissibles, sous forme d'un réseau de forces, permettent également d'évaluer le niveau de contrainte et de déformation. Mais, ils sont avant tout destinés à vérifier la stabilité globale.

Pour obtenir une approximation plus précise des contraintes et du comportement à court et à long terme, la modélisation aux éléments finis s'est établie comme l'outil clef.

Son utilisation implique cependant d'une part, de disposer d'un logiciel qui possède les capacités requises et d'autre part, de connaître les fondements théoriques de son fonctionnement ainsi que ses limitations liées à l'implémentation.

L'APPLICATION DE LA MÉTHODE AUX ÉLÉMENTS FINIS AUX COQUES

Dans ce qui suit, nous allons reprendre quelques notions et effets qu'il faut considérer lorsqu'on applique l'analyse aux éléments finis à des coques

Comme évoqué, de nombreux types d'éléments finis de coque différents ont été développés. En fonction des caractéristiques de la coque à modéliser, on emploie des éléments qui s'appuient sur les théories générales correspondantes. De ce point de vue, on distingue notamment entre les coques minces et à épaisseur modérée ainsi qu'entre coques à forte courbure ou surbaissées. L'expérience a montré que certains éléments sont plus performants que d'autres en ce qui concerne leur capacité à s'adapter à des situations et à des géométries différentes, mais aussi, pour représenter correctement les discontinuités, telles que raccords, pliures, surépaisseurs, réservations, présence de raidisseurs etc.

La problématique récurrente lors du développement d'éléments de coques semble être la conciliation entre la bonne *conformité aux frontières* et en même temps, la représentation juste des *modes rigides*. Le choix du type de repère, curviligne ou cartésien, pour la représentation des champs de déplacement y prend une position importante. La continuité aux frontières est mieux assurée par une représentation curviligne, les modes rigides peuvent mieux être représentés dans un repère cartésien.

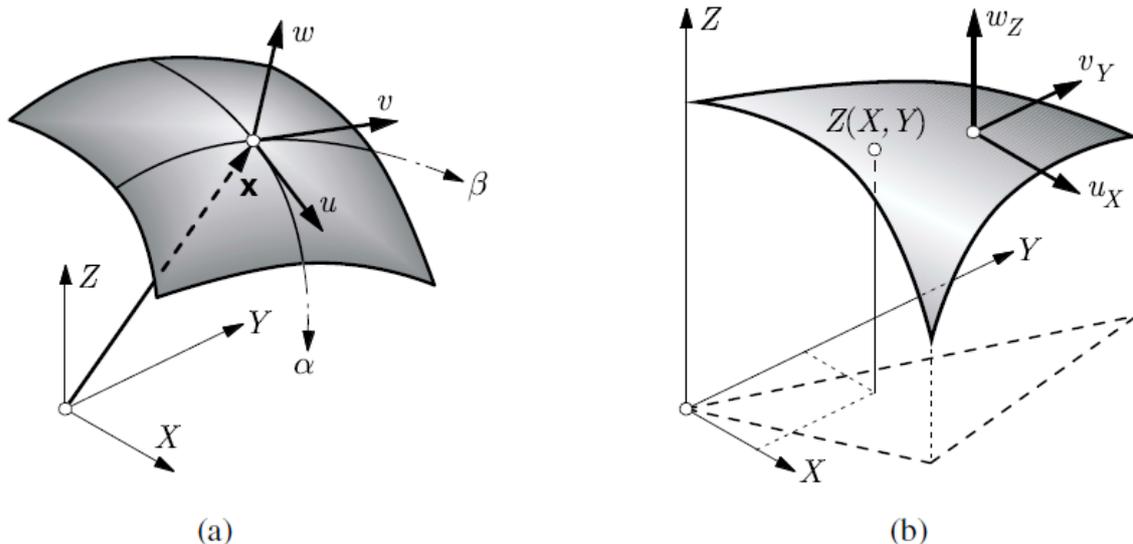


Figure 4.5.1 - Composants d'un champ des déplacements :

a) Coordonnées curvilignes avantageuses pour la conformité aux frontières

b) Coordonnées cartésiennes avantageuses pour la représentation des modes rigides

Dans [7, p. 202]

Les *éléments de coque minces à forte courbure*, sont généralement exprimés en coordonnées curvilignes. Si les éléments sont formulés correctement, ils convergent « *vers la solution exacte des coques minces, au sens de la théorie et des hypothèses de Love* ».

Leur emploi est cependant laborieux. La spécification de la géométrie n'est pas aisée et nécessite souvent une description analytique de la surface moyenne. Le TGC de l'EPFL n'en recommande pas l'usage dans la pratique. De plus, « *l'extension de tels éléments dans le domaine non linéaire semble quasiment impossible* ».

Les *éléments basés sur une théorie de coques minces surbaissées* introduisent quelques simplifications en réponse aux problématiques rencontrés avec les éléments courbes.

En effet, un élément très petit d'une coque, bien qu'à forte courbure, est davantage à l'image d'une coque surbaissée. La théorie des coques surbaissées permet de simplifier grandement la formulation comparée à la théorie de Love. Elle permet notamment de se servir de l'approximation des petits angles pour exprimer les rotations.

Ici encore, le choix du repère est d'importance. Tandis qu'une représentation en coordonnées curvilignes (selon Donnell) ne peut s'appliquer « *qu'aux seules coques surbaissées* », une formulation en composantes cartésiennes des déplacements (selon Marguerre), « *converge vers la solution exacte de Love* » [7, p. 205], même pour des coques à forte courbure.

Ceci s'explique par la différence entre les hypothèses de simplification. Tandis que Donnell néglige la courbure pour l'expression des rotations, la théorie de Marguerre se contente de l'hypothèse des pentes faibles et les courbures ne sont pas affectées.

Les éléments finis de coque surbaissée, exprimées en composantes cartésiennes, « *présentes de nombreux avantages* ». Ils offrent un bon compromis entre les éléments à forte courbure (selon Love), plus lourds, et les plaques-membranes qui constituent une simplification extrême. Ils « *permettant de conserver la courbure* », offrent une « *formulation simple* », des « *modes rigides exactement représentés* » et ils « *acceptent les intersections de coque et les jonctions aux poutres et raidisseurs* ». « *Ils sont très populaires, car ils peuvent cumuler simplicité, précision, sûreté et économie.* »

« *Toutefois, ils sont non conformes et peuvent poser de délicats problèmes de verrouillage membranaire, de modélisation et de discrétisation.* » [7, p. 207]

Les *éléments plaques-membranes minces* sont des éléments plans qui combinent champs flexionnel et membranaire. Son utilisation implique la discrétisation de la structure courbe

en facettes planes. La discrétisation peut faire apparaître des problèmes, tels que « *arrêtes artificielles, moments parasites, petits angles dièdres, etc.* » [7, p. 207]. Afin de minimiser leur apparition, il faut mailler suffisamment fin et ainsi approcher au mieux la géométrie courbe. À condition que la géométrie courbe puisse s'inscrire dans la géométrie facettée, « *on converge vers la solution exacte des coques à forte courbure* » (Love).

En parallèle, ce type d'élément est particulièrement bien approprié pour la modélisation de structures plissées ou de coques prismatiques.

En outre, la modélisation est relativement simple, puisqu'il suffit de subdiviser la surface moyenne. La jonction avec d'autres éléments, l'introduction de raidisseurs ou d'autres singularités est également aisée.

PROBLÉMATIQUES LIÉES À LA DISCRÉTISATION

Les problèmes liés à la discrétisation en éléments finis peuvent « *être sérieux* » et conduire à des « *comportements inattendus* » [7, p. 216].

Les « *arrêtes artificielles* » peuvent apparaître quand l'approximation polynomiale (spline) des génératrices d'une surface moyenne, n'épouse pas parfaitement la géométrie originale. A la jonction de deux éléments courbes, dont les tangentes ne sont plus alignées, on peut voir apparaître des plis, nommés arrêtes artificielles.

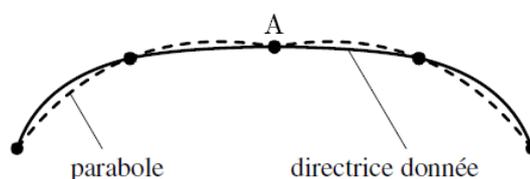


Figure 4.5.2 – Approximation d'une courbe par une parabole (Spline de 2nd degré interpolée entre trois points). Les tangentes à la jonction entre deux éléments ne sont plus colinéaires. Illustration dans [7, p. 216]

A la jonction d'éléments surbaissés en coordonnées cartésiennes, rapportées à des plans de référence locaux, des *failles* peuvent apparaître. Les nœuds générés le long des arrêtes respectives ne sont alors plus associés.

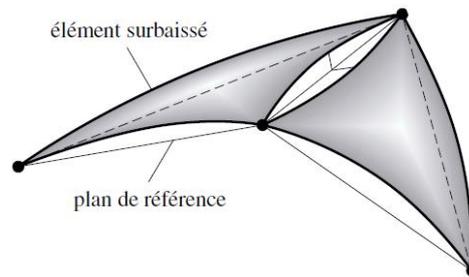


Figure 4.5.3 – « Dislocation inévitable à la jonction de deux éléments triangulaires de type Marguerre » [7, p. 216]

Évidemment, la discrétisation doit épouser la géométrie au plus près. Des facettes trop grandes en relation à la courbure conduisent à une géométrie dont les *épaisseurs sont faussées*. Frey et Studer donnent l'exemple d'un raidisseur.

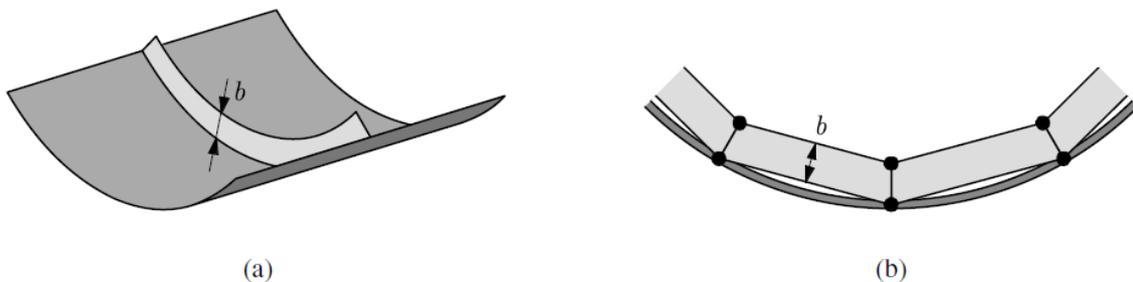


Figure 4.5.4 – « Dislocation modifiant la raideur d'une structure : (a) vue ; (b) discrétisation (coupe). » [7, p. 217]

La présence d'arrêtes parasites, notamment en combinaison avec des éléments plans, conduit nécessairement à l'apparition de *moments parasites*. Les éléments plans transmettent la charge aux arrêtes en mobilisant des efforts de flexion, là où la coque serait capable de ne travailler que en mobilisant des efforts membranaires.

Le TGC de l'EPFL illustre ce fait à l'exemple du cylindre facetté soumis à pression uniforme.

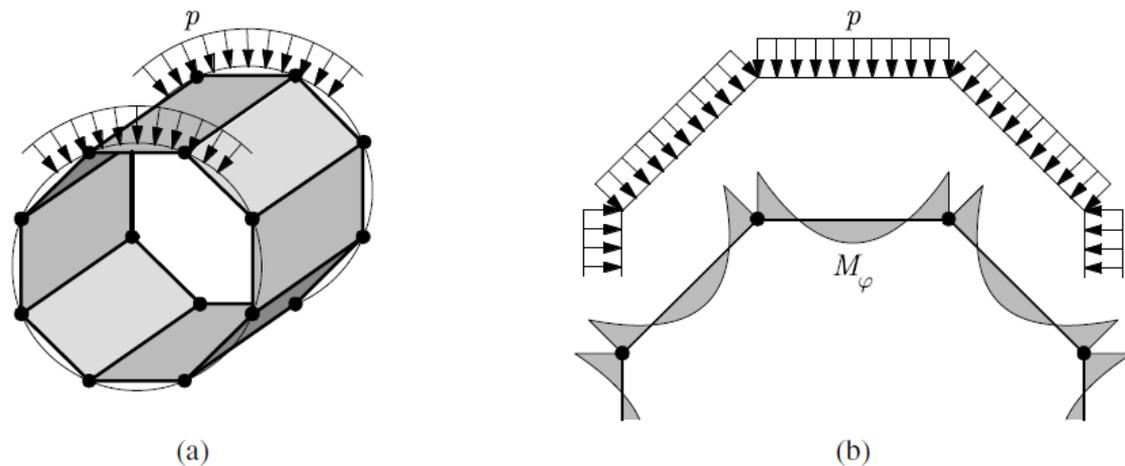


Figure 4.5.5 – Moments parasites qui apparaissent sur un cylindre grossièrement facetté soumis à pression uniforme. [7, p. 217]

Les moments parasites « *restent en principe faible si la discrétisation est raisonnablement fine, et s'atténue asymptotiquement* » mais leur importance est « *difficile à évaluer* » [7, p. 217].

Différentes problématiques sont liées au sixième degré de liberté des nœuds. La plupart des éléments de coque mince ne définissent pas de raideur pour la rotation dans le plan (ou autour de la normale). La théorie de Love, par exemple, ne présente que cinq équations d'équilibre valables. La sixième qui décrit l'équilibre de rotation autour de la normale, n'est pas valable du fait de « *l'hypothèse de la faible épaisseur* » [7, p. 43].

Si ce degré de liberté est simplement ignoré, ceci peut amener à des *difficultés de conformité des raccords* entre éléments finis. Par exemple, deux facettes connectées à angle droit, ne peuvent pas transmettre la rotation de flexion au cisaillement membranaire de son voisin et vice-versa. Il peut en résulter une déformabilité au cisaillement membranaire sous-évaluée, donc une « *sur-rigidité inadmissible* » [7, p. 219]. Des problématiques semblables apparaissent lors de la connexion à d'autres types d'éléments, tels que des éléments de poutres.

Puisque l'assemblage spatial des éléments alimente les 6 degrés de liberté de chaque nœud, on recourt à différentes stratégies pour rétablir la conformité avec les 5 degrés de libertés des nœuds d'un élément.

L'une des stratégies consiste à introduire une rigidité fictive. Le TGC de l'EPFL « *déconseille fortement* » cette technique car « *les résultats peuvent être très sensibles au choix de la rigidité fictive* » [7, p. 220].

Selon le TGC, pour des éléments présentant des surfaces approximativement coplanaires à proximité du bord connecté (angle entre tangentes < 10⁻⁴ rad), cette rigidité en rotation autour de la normale peut être négligée.

Les éléments finis recommandés sont les éléments plaques-membranes, les éléments de coque surbaissée et les éléments de type isoparamétrique tridimensionnel dégénéré, tous exprimés en coordonnées cartésiennes. » [7, p. 227]

MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS AVEC PYTHAGORE

« Les dalles du logiciel Pythagore sont des éléments finis isoparamétriques, qui peuvent avoir une forme quelconque (qui doit tout de même rester globalement convexe). Leur comportement peut être décrit comme la superposition : » « d'une fonction membrane » et « d'une fonction coque ». [37, p. 8.8.6]

Pythagore offre ainsi la possibilité de générer des éléments finis de coques courbes. Ils peuvent être définis soit grâce au maillage automatique GMSH des surfaces, soit en définissant manuellement les éléments de type DA (dalle/coque). Les contours peuvent être des lignes, des arcs de cercle, d'ellipse, des splines ou des BSplines.

4.5.3 STABILITÉ LOCALE - RÉSISTANCE AU FLAMBEMENT

Pour le cas des coupoles, Heyman donne la contrainte critique de flambement [10, p. 31] suivante :

$$\sigma_{cr} = kE \frac{t}{R_{min}} \quad 4.5.1 - \text{Coupoles : Contrainte critique de flambement selon Heyman}$$

Avec $k = 0.25$ (coefficient variable selon l'auteur), E – Module d'élasticité, t – épaisseur, R_{min} – rayon de courbure minimal de la surface moyenne.

Ce qui étonne dans cette formule, c'est que seul le rayon de courbure minimal est considéré tandis que la direction de la résultante des contraintes ne semble en même temps pas avoir

d'importance. On s'attendrait à ce que la courbure mesurée dans le plan normal à la résultante des contraintes de compression maximale soit à considérer à plus forte raison.

Le Traité de génie civil de l'EPFL présente une approche plus prudente.

Il est d'abord noté que « *en général, la théorie linéarisée surestime la charge réelle d'instabilité de la coque, et souvent de beaucoup (jusqu'à dix fois)* ». Ceci s'expliquerait notamment par le fait que « *l'instabilité des coques est très sensible aux imperfections* » [7, p. 229] autant matérielles que géométriques.

En gardant en mémoire que les imperfections ne peuvent à priori pas être modélisées, l'analyse des phénomènes d'instabilités nécessitent une approche par la « *théorie non-linéaire complète* », à savoir un calcul en non-linéarité matérielle (plasticité) et en non-linéarité géométrique (grands déplacements).

« *Le calcul numérique non linéaire est actuellement la meilleure solution.* » [7, p. 232] La difficulté reste l'inconnue des imperfections à laquelle s'ajoute la difficulté de représenter avec précision et sûreté les lois non-linéaires bidimensionnelles de certains matériaux (béton armé p. ex.).

Autre fait important, pour les coques, il est fréquent que la ruine locale par flambement entraîne la ruine totale de la structure, notamment si le niveau de contrainte est semblable dans l'ensemble dans la structure. Un niveau de contrainte peu élevé en situation permanente permet de réduire ce risque, comme en cas de surcharge locale, des zones moins sollicitées peuvent reprendre les efforts et assurer une certaine redondance.

En prédimensionnement, on peut obtenir une idée des ordres de grandeur à partir de formules établies pour les coques à géométrie simple soumis à pression uniforme. Le TGC de l'EPFL présente les deux formules suivantes. Elles donnent la pression (uniforme) de bifurcation critiques p_{cr} appliqué sur la surface de la coque pour une sphère et une coque cylindrique.

$$p_{cr} = \frac{2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} E \left(\frac{t}{a} \right)^2$$

4.5.2 - Pression critique pour une coque sphérique chargée par une pression uniforme (Zoelly 1915)

$$p_{cr} = \frac{1}{4(1-\nu^2)} E \left(\frac{t}{a} \right)^3$$

4.5.3 - Pression critique pour une coque cylindrique chargée par une pression uniforme (Lévy 1884, Bryan 1886)

t - épaisseur ; *a* - rayon de courbure ; *E* - module d'élasticité ; *ν* - coefficient de poisson

En conception, il convient de d'observer certains facteurs géométriques et constructifs qui influent sur la capacité d'une coque à résister au flambement local. Ils découlent directement de l'observation des formules précédentes.

- « *Les coques à double courbure sont beaucoup plus stables que celles à simple courbure* »
- Une forte courbure est favorable. La charge critique augmente avec le carré de la courbure pour la sphère et à la troisième puissance pour le cylindre.
- L'influence de l'épaisseur est identique à celle de la courbure.
- La charge critique est proportionnelle au module d'élasticité. Il faut alors faire très attention avec des matériaux dont le module est faible « *(attention au béton léger, même si la stricte résistance autorise ce matériau)* ».

5 MÉTHODE D'OPTIMISATION DE LA GÉOMÉTRIE & SON APPLICATION

Cette section vise l'implémentation d'une procédure d'optimisation appliquée à la géométrie du cas d'étude.

5.1 OBSERVATIONS, ESSAIS PRÉALABLES & MÉTHODE RETENUE

Au chapitre 3.2, nous avons vu que pour la définition de formes funiculaires sous l'action de leur poids propre, deux méthodes ressortent, la relaxation dynamique appliquée à des réseaux de chaînes numériques et la méthode des réseaux de forces et ces dérivés.

Appliqué aux coques, les deux représentent un réseau de forces, donc une *discrétisation des efforts* nécessaires pour résister à une charge donnée. Cette discrétisation comporte l'avantage de pouvoir d'entrée et avec facilité, exclure les efforts flexionnels de la réaction de la structure discrétisée. Si le maillage est suffisamment fin en relation à l'épaisseur de la coque représentée ainsi, cette absence d'efforts flexionnels est largement conservée.

La conception de la forme et le dimensionnement des coques sont indissociables. L'intégration d'un outil de définition de forme à un environnement de conception est alors un argument de poids. Comme nous l'avons vu, ils existent des implémentations à la fois pour la TNA que pour la relaxation dynamique intégrées à l'environnement de conception paramétrique de Rhino 3D + Grasshopper. Notamment lorsqu'il s'agit de représenter des géométries complexes, c'est l'un des outils de premier choix pour l'architecte et il l'est de plus en plus aussi pour l'ingénieur.

Notre choix est largement motivé par l'utilisation de cet environnement de conception. Il est accessible au plus grand nombre. Son coût d'acquisition est bas comparé à d'autres environnements de conception ou de calcul qui offrent des fonctionnalités applicables à l'optimisation.

Il est hautement adaptable. En effet, notamment Grasshopper, le plug-in consacré à la conception paramétrique, repose en grande partie sur les contributions d'utilisateurs. Au-delà de la programmation visuelle, on a la possibilité de programmer ces propres composants et il est relativement simple d'implémenter des plug-ins pour Grasshopper. Par ailleurs, dans le cadre de ce travail, nous avons développé un plug-in en C#, nommée « PythagoreGH », pour générer les fichiers d'entrée pour Pythagore.

L'implémentation programmatique d'une méthode d'optimisation serait relativement aisée en se basant sur les présentations mathématiques disponibles, mais néanmoins liée à un investissement en temps considérable qui dépasserait le cadre de ce travail. Nous allons alors utiliser un outil déjà disponible et mis à l'épreuve depuis un certain temps.

Des essais préalables ont été effectués avec *RhinoVAULT 2* qui implémente la TNA. Il s'est avéré très difficile d'approcher une géométrie cible. L'utilisateur influe sur la géométrie de façon indirecte. On exposera le workflow de *RhinoVAULT 2* au dernier chapitre de cette section, où on va comparer les états de contrainte obtenus pour les géométries générées.

Notre choix a finalement été porté sur la relaxation dynamique implémentée dans *Kangaroo Physics 2*. Comme mentionné, la relaxation dynamique est un outil très polyvalent qui peut être appliqué à de nombreux problèmes d'optimisation de formes. L'approfondissement de sa connaissance semblait alors intéressant.

La relaxation est appliquée à un réseau de chaînes inversé. La manipulation de la géométrie se fait directement et le processus est transparent. On comprend assez aisément les relations de cause à effet lors des modifications sur la géométrie initiale.

5.2 RELAXATION DYNAMIQUE D'UN RÉSEAU DE CHAINES NUMÉRIQUE

La méthode d'optimisation de la forme par relaxation dynamique d'un réseau de chaînes suspendu a été affinée par l'analyse aux éléments finis des géométries obtenues. Plusieurs allers-retours ont été nécessaires. La mise en place d'un plug-in qui génère les fichiers d'entrée, a facilité l'analyse répétée dans Pythagore v20.06 de SETEC TPI.

Les analyses aux éléments finis se sont, dans ce premier temps, basées sur une modélisation simplifiée du comportement du matériau : Il était admis isotrope et dans le domaine élastique linéaire. Les calculs sont effectués en petits déplacements. Ces choix relatifs à l'analyse sont les plus à même de permettre de juger de la performance de l'outil d'optimisation. Ils excluent les effets d'une déformation de la géométrie sous chargement sur les efforts.

La construction de la géométrie initiale est exposée de façon détaillée en annexe A.3. Nous n'allons en résumer que les grandes lignes dans ce chapitre. Cette première géométrie avait déjà fait l'objet d'une analyse avec un logiciel de prédimensionnement, directement intégré à l'environnement de Grasshopper, nommé Karamba3D. Cette analyse est également consultable en annexe. Ici, nous allons reprendre uniquement les résultats obtenus avec Pythagore.

5.2.1 1^{ÈRE} ÉTAPE : APPROXIMATION DE LA GÉOMÉTRIE PAR UN MAILLAGE GROSSIER

La géométrie cible a été approchée par des courbes (splines de 3^{ème} degré) tracées dans l'espace avec les principales dimensions comme référence. Un maillage grossier a été construit manuellement sur ces courbes, puis affiné par subdivision et lissage.

Une première série de deux relaxations a permis d'atteindre un état stable qui a fait l'objet d'une première analyse aux éléments finis. Le maillage relativement large permet d'obtenir un équilibre assez rapidement lors de la relaxation. Il est ainsi bien adapté à une première analyse bien qu'on ne puisse s'attendre à des résultats de calcul qu'approximatifs.

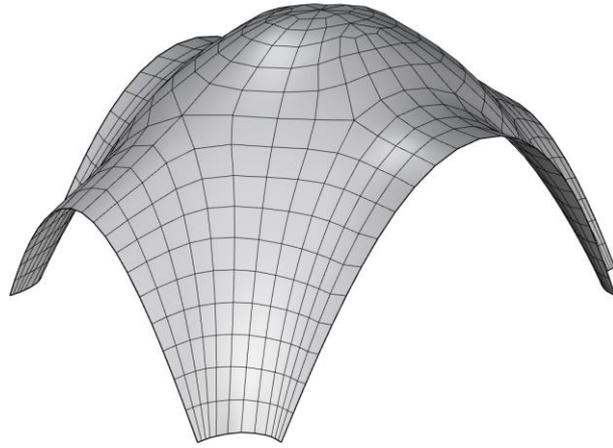


Figure 5.2.1 – 1^{ère} série de relaxations - Vue perspective du maillage

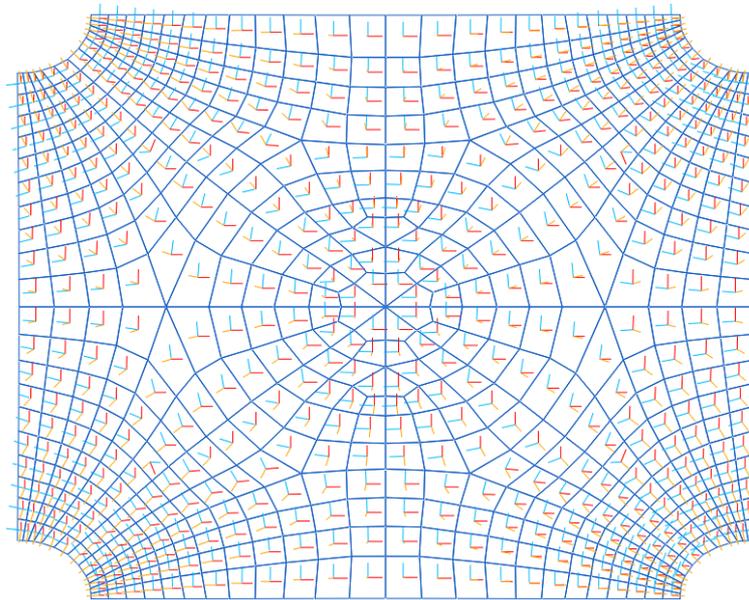


Figure 5.2.2 - 1^{ère} série de relaxations - Vue en plan - Repères locaux des facettes (x-rouge, y-bleu)

Les moments de flexion relevés étaient relativement faibles mais existants. Ils concernaient notamment :

- les sommet des petits arcs d'ouverture,
- les jambages de ces mêmes arcs,
- les zones de transition entre arcs des grandes ouvertures et coupole.

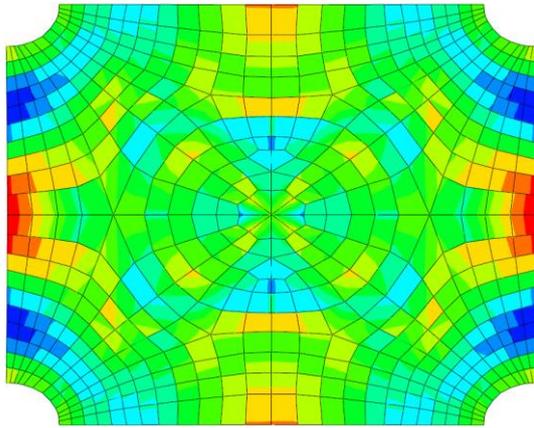


Figure 5.2.3 - 1^{ère} série de relaxations – Moments MX.

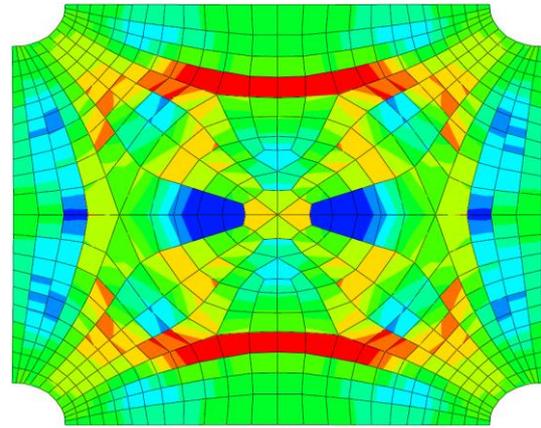


Figure 5.2.4 - 1^{ère} série de relaxations – Moments MY.

Sur les graphiques iso-couleurs ci-dessus, les zones rouges correspondent aux moments de flexion positifs maximaux (< 0.040 kNm/m) et les zones bleus marine aux moments négatifs minimaux (> -0.034 kNm/m).

Notamment les moments maximaux correspondaient aux surfaces de plus forte courbure. Ces moments ont pu être le résultat d'un maillage trop grossier.

Le modèle est effectivement constitué d'éléments finis de dalle qui approche la courbure de la surface par des éléments aux arrêtes droites. Il faut alors disposer d'un maillage assez fin.

5.2.2 AFFINAGE DU MAILLAGE

Le maillage a été redivisé une première fois de façon à diviser la longueur des arrêtes par deux. Le Catmull-Clark algorithme a été utilisé à cette fin. La géométrie a été relaxée puis le maillage redivisé à nouveau de façon à obtenir une longueur moyenne des côtés, inférieure à l'épaisseur de la coque, assumée de 95 mm. Une deuxième relaxation a été effectuée. Lors de cette dernière, les nœuds se sont déplacés au plus de quelques millimètres avant que la résille atteigne l'équilibre statique.

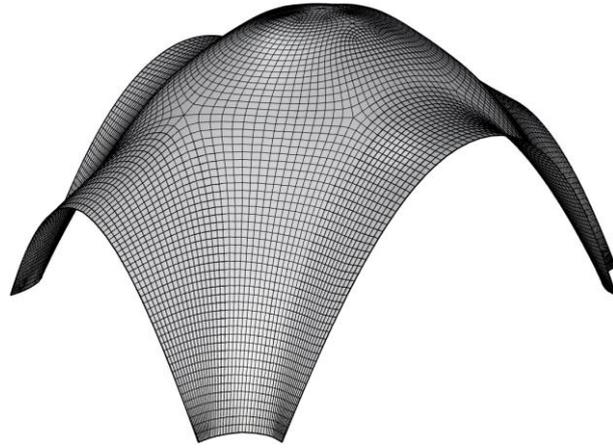


Figure 5.2.5 – 2^{ème} série de relaxations - Vue perspective du maillage

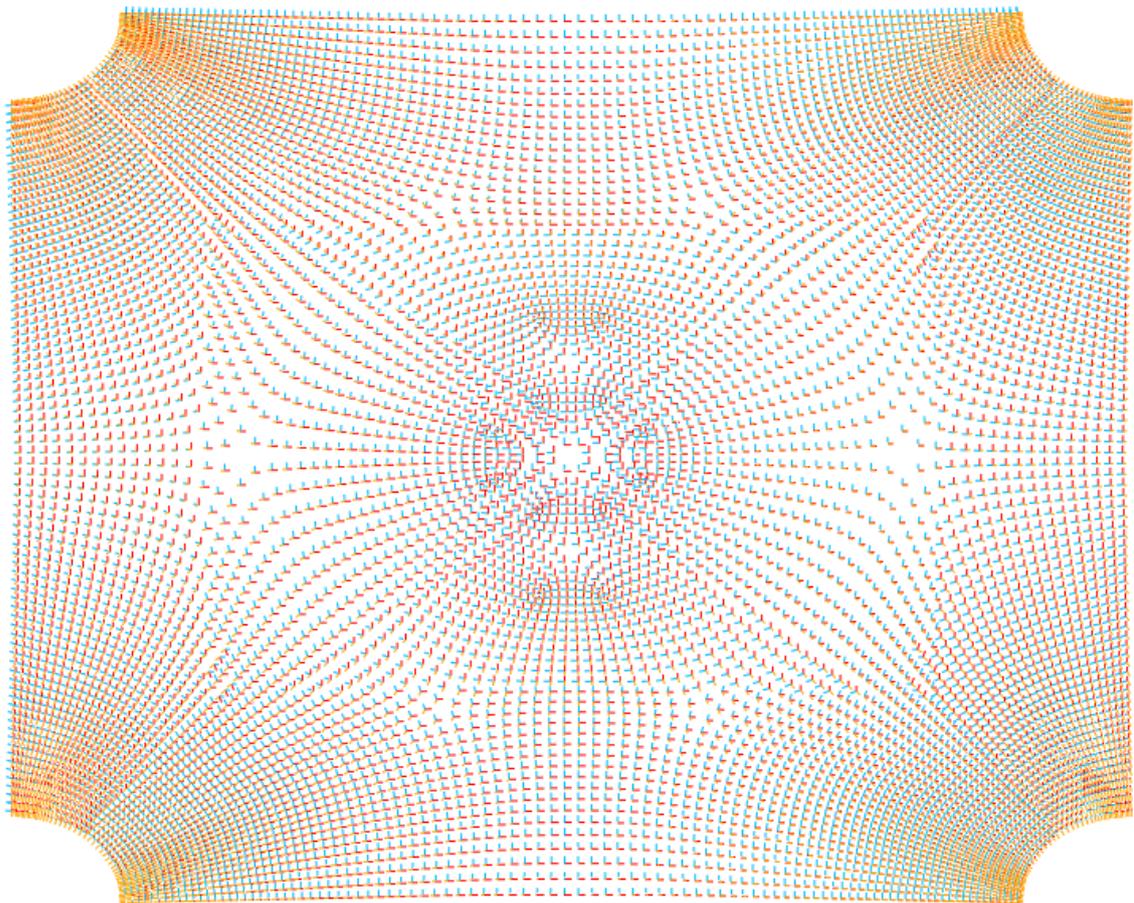


Figure 5.2.6 - 2^{ème} série de relaxations - Vue en plan - Repères locaux des facettes (x-rouge, y-bleu)

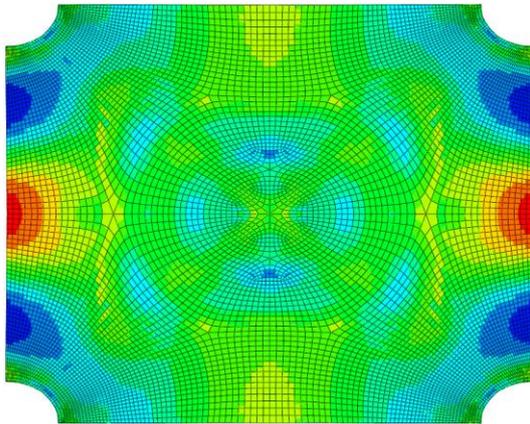


Figure 5.2.7 - 2^{ème} série de relaxations – Moments MX.

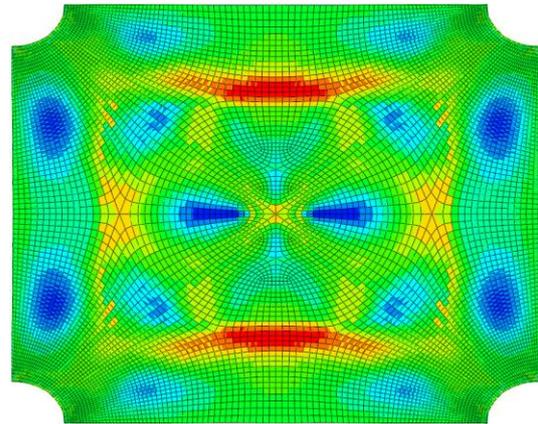


Figure 5.2.8 - 2^{ème} série de relaxations – Moments MY.

Les moments de flexion positifs maximaux (< 0.064 kNm/m) sont supérieurs aux résultats précédents (< 0.040 kNm/m).

L'intensité des moments négatifs minimaux (bleu marine) est également plus grande (> -0.045 kNm/m contre > -0.034 kNm/m).

On peut en déduire que le maillage plus grossier renseigne déjà bien sur la présence de moments. Son affinage permet d'en saisir plus précisément l'intensité et la distribution. La structure présente donc des moments de flexion bien que ceux-ci soient relativement faibles.

L'analyse des contraintes principales montre que les contraintes de traction sont relativement faibles par rapport aux contraintes de compression. Avec -59 kPa de traction maximale, et 698 kPa de compression maximale, le ratio de leur amplitude est de 8.5% .

5.2.3 CORRECTION DU MAILLAGE & AJUSTEMENT DE LA RELAXATION

Le maillage a ensuite fait l'objet de légères corrections, puis il a été soumis à une nouvelle relaxation pour améliorer la distribution des contraintes et réduire davantage celles de traction.

Les sommets des arcs d'ouverture avaient légèrement été « tirés » vers le centre de la structure lors des précédentes relaxations. Ils ont été redressés d'aplomb par l'extension des arêtes jusqu'à intersection avec le plan vertical passant par leurs naissances.

Un lissage manuel a permis de retirer certaines bosses aisément visibles.

De légers ajustements ont également été faits aux paramètres qui contrôlent la relaxation de la résille.

La charge surfacique a été augmentée d'un facteur 230 (de 10N/m² à 230daN/m²) pour correspondre approximativement à la masse de la structure réelle. La raideur axiale des liens a été augmentée d'un facteur 1000 (de 10⁵ à 10⁸ N/m). L'augmentation relative de la raideur par rapport à la charge était alors d'un facteur 4.35.

Le mouvement des sommets d'arc vers le centre était dû à des forces très faibles. Comme les articulations au milieu des barres possédaient une raideur flexionnelle quasiment nulle (10⁻⁶ Nm²), même des actions extrêmement faibles conduisaient à ce mouvement indésirable et sans avantage pour la performance de la géométrie.

Pour prévenir ce phénomène, la raideur flexionnelle (EI) a été augmentée à 1.75*10⁻⁴ Nm², ce qui correspond approximativement à celle d'un ressort plat en acier d'une section de 0.1*10 mm².

Pour empêcher le déplacement des supports face à la charge accrue, leur raideur a également été augmentée de 10⁶ à 10¹⁰ N/m.

Le seuil de convergence qui est comparé au mouvement moyen des nœuds entre itérations a légèrement été abaissé de 10⁻¹⁸ à 10⁻¹⁵ m.

Les moments n'ont à peine évolué. Ainsi, les moments de flexion positifs maximaux (< 0.061 kNm/m) ont pu être très légèrement réduits par rapports aux précédents (< 0.064 kNm/m). L'intensité des moments négatifs minimaux est également très légèrement réduite (> -0.044 kNm/m contre > -0.045 kNm/m).

L'analyse des contraintes principales montre cependant que les contraintes de traction minimales sont avec -36 kPa, nettement plus faibles qu'avant (-59 kPa). Les contraintes principales de compression, n'ont quasiment pas changées. Leur maximum est de 692 kPa. Le ratio des intensités traction/compression est ainsi ramené à **5.2 %**.

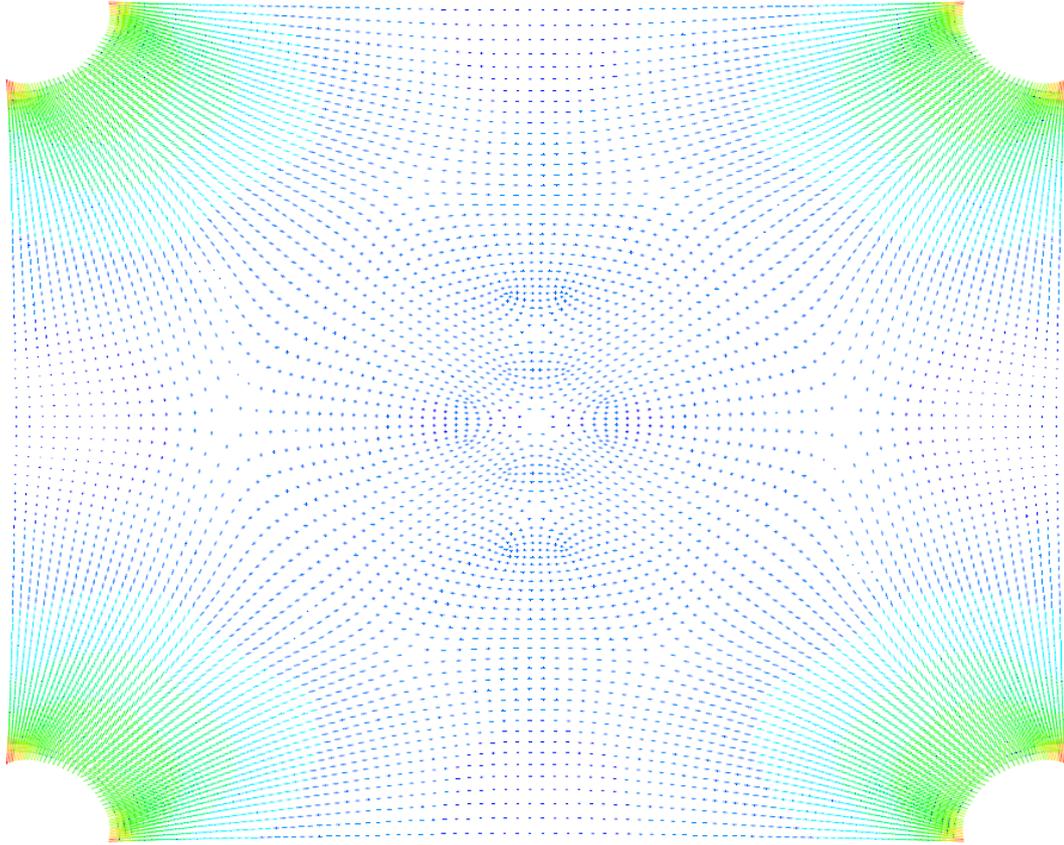


Figure 5.2.9 - 3^{ème} série de relaxations - Vue en plan – Contraintes principales en fibre moyenne. Sur cette représentation, les contraintes de traction sont trop petites pour être visibles.

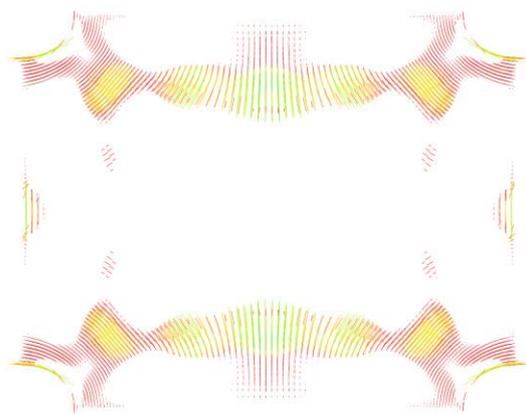


Figure 5.2.10 - 3^{ème} série de relaxations – Contraintes principales de traction en fibre inférieure

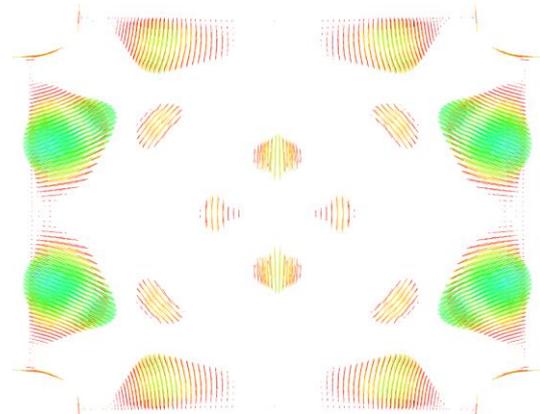


Figure 5.2.11 - 3^{ème} série de relaxations – Contraintes principales de traction en fibre supérieur

Les contraintes de traction sont toujours orientées transversalement à la direction principale en compression qui correspond à celle de la descente des charges. Pourtant, elles sont quasiment absentes de la fibre moyenne. Le coefficient de poisson avait été pris égale à 0,

donc il ne s'agit à priori pas de contraintes transversales induites par la compression. Elles doivent être liées à des moments de flexion.

En fibre inférieure, leurs positions correspondent effectivement bien à celle des moments positifs. On voit que les deux zones de transition entre coupole et grands arcs d'ouverture sont assez sollicitées. On peut expliquer ces moments par la méthode d'optimisation. Les liens du maillage parallèles à l'arc d'ouverture sont probablement plus sollicités. La relaxation de la résille quasiment inextensible, va déplacer les nœuds davantage suivant les forces dominantes. La direction secondaire est aussi secondaire pour l'équilibre et donc pour l'optimisation.

5.2.4 CONCLUSION

L'optimisation a permis d'obtenir une structure qui sous son poids propre montre des moments de flexion qui sont néanmoins faibles. Les contraintes de traction sont petites et apparaissent perpendiculairement aux directions de la descente des charges. Elles sont donc systématiquement accompagnées d'une compression transversale.

Cette méthode n'a pas su atteindre l'état idéal où les moments de flexion sont complètement absents. On ne mesure cependant pas de moments qui agiraient sur les contraintes normales en direction de la descente de charge. Les moments apparaissent selon les directions secondaires perpendiculaires.

La très grande rigidité en traction des membrures de la résille laisse relativement peu de liberté de mouvement aux nœuds. Le tracé initial des courbes impose un certain cheminement des forces. Ils sont ramenés le plus directement vers les supports par une série d'arcs qui s'inscrivent dans la structure. Ce sont aussi les directions principales qui seront davantage optimisées. Les liens transversaux doivent suivre. Ils ne transfèrent que des forces de cohésion relativement faibles et une apparition de moments de flexions est alors tout à fait possible.

Dans le chapitre suivant, nous allons explorer une autre méthode et regarder une géométrie de référence pour mieux pouvoir juger de la performance de la méthode proposée. On va également répondre à la question si une résille souple, constituées de membrures élastiques, permet d'obtenir une géométrie complètement dépourvue de moments de flexion.

Quant à la performance, nous pouvons déjà noter qu'en considération du seul poids propre, les contraintes de traction sont suffisamment faibles pour être admissibles par un très grand nombre de matériaux. La présence simultanée systématique de contraintes de compression perpendiculaires modérées est favorable à la résistance des maçonneries. Elle augmente le frottement interne et peut, selon la disposition de l'appareillage, améliorer la capacité de résistance à la traction et à la flexion. La détermination du comportement mécanique de la maçonnerie fait l'objet de la section suivante.

5.3 ÉVALUATION DE PERFORMANCE

Afin de pouvoir évaluer la performance de la méthode décrite dans le chapitre précédent, nous allons présenter et appliquer une autre méthode de définition de formes funiculaires. Nous pourrions comparer les résultats de leur analyse avec ceux obtenus précédemment. Par ailleurs, nous allons aussi considérer leur applicabilité à la pratique professionnelle du concepteur qui doit généralement suivre un certain nombre de contraintes géométriques et donc pouvoir contrôler au mieux la forme finale.

Dans un premier temps nous allons appliquer la Thrust Network Analysis (TNA) implémenté par l'application RhinoVAULT 2.

Ensuite, afin de disposer d'un objet de référence idéal, nous allons analyser des voûtes dont le profil est obtenu par l'expression mathématique de la chaînette qui, selon la théorie, devrait travailler purement en compression sous l'action de son poids propre.

L'ensemble des calculs ont été effectués avec les mêmes paramètres que pour le cas d'étude : matériau isotrope à comportement élastique linéaire, coefficient de poisson égale à 0, calcul géométriquement linéaire.

5.3.1 COMPARAISON AVEC DES GÉOMÉTRIES OBTENUES PAR LA TNA

Comme évoqué plus haut, la Thrust Network Analysis (TNA) est apparentée avec la méthode des réseaux de forces, elle-même fondée sur la méthode des densités de force et, selon son inventeur, « une extension de la méthode dite 'd'analyse de la ligne de poussée', développée par Jacques Heyman » [4, p. 43].

Le Block Research Group (BRG) à l'École Polytechnique Fédérale de Zürich (ETHZ) a développé l'application RhinoVAULT 2 qui implémente la TNA.

Comme on l'a vu, RhinoVAULT, le prédécesseur, est également l'un des outils qui aurait été utilisé pour définir la géométrie du *Droneport Project*.

OBJET ÉTUDIÉ

Nous allons nous intéresser à la géométrie de la *Free-form tile vault*, une construction expérimentale qui a été érigée par le BRG à Zurich en 2010 ¹.

¹ Cf. [39] et <https://blockresearchgroup.gitbook.io/rv2/examples-1/simple-free-form-vault>



Figure 5.3.1 - Photographie par Klemenz Breitfuss de la structure expérimentale réalisée sur le campus de l'ETHZ en 2010. Disponible sur le site internet du BRG.

La structure réalisée est un modèle réduit de la géométrie disponible sur la page Gitbook du BRG.

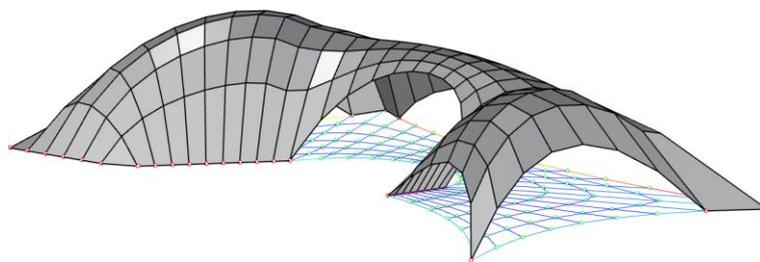


Figure 5.3.2 - Géométrie téléchargeable sous format rv2 (Session RhinoVAULT2) sur la page Gitbook du BRG.



Figure 5.3.3 - Charge concentrée de 3 t appliquée à la structure expérimentale. « Aucune fissuration visible » n'a pu être constatée. [38, p. 53]

Le modèle numérique présente un grand côté de 20.1 m, une hauteur de 4.5m, une surface développée de 206 m² et couvre une surface de 141 m² tandis que la structure réalisée présente un grand côté de 7.5 m, une hauteur de 1.75 m et une surface développée de 28.6 m² [38, p. 47]. La structure réalisée est donc réduite d'un facteur d'environ 0.37. Les proportions sont approximativement respectées à l'exception de la hauteur qui devrait être

de 1.70 m au lieu de 1.75 m. Néanmoins, la géométrie est légèrement différente. Entre-autres, les appuis ne peuvent naturellement pas être ponctuels comme lors de leur modélisation.

WORKFLOW AVEC RHINOVAULT 2

Les étapes pour la définition de forme avec RV2 sont les suivantes :

1. Création d'un maillage à plat et conversion en schéma de forme en plan : L'emprise et la finesse du maillage sont définies ici.
2. Définition des points d'appui et de densités de forces pour les arrêtes du schéma puis relaxation du maillage plan.

La densité de force par défaut est de 1. Pour les arrêtes constituant les bords libres, on doit définir des densités de force plus élevées pour éviter qu'elles soient trop déformées par la traction du maillage lors de la relaxation. Dans l'exemple étudié, la densité de force assignée aux arrêtes de bords varie entre 2 et 12.

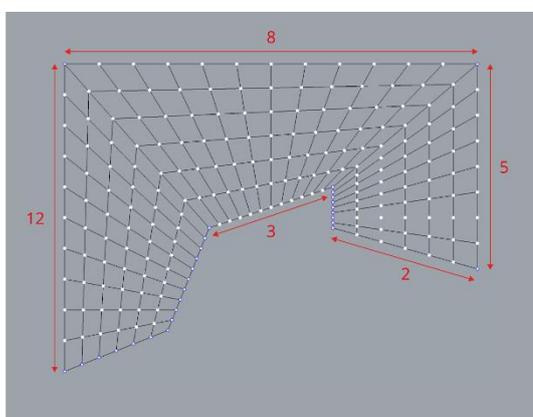


Figure 5.3.4 – Valeurs de densités de forces appliquées aux bords.¹

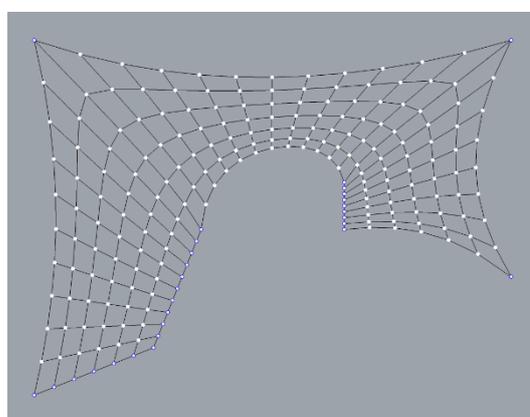


Figure 5.3.5 – Schéma de forme après relaxation.

3. Génération du diagramme de forme plan et du diagramme de forces initial.

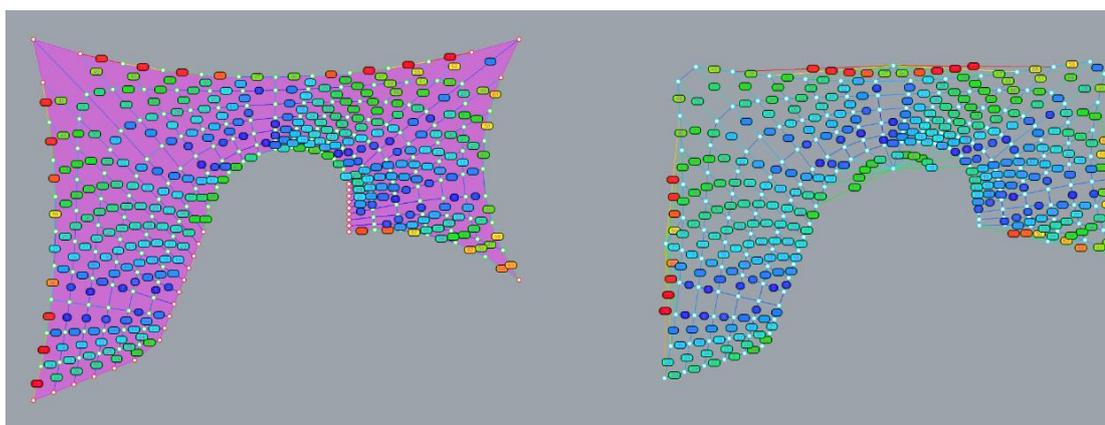


Figure 5.3.6 – Diagramme de forme (à gauche) et diagramme des forces initial. Les nombres indiquent la déviation angulaire (en degrés) entre arrête et vecteur force relativement à la valeur cible qui est de 90°.

¹ Illustrations issues de la page Gitbook du BRG.

4. Calcul de l'équilibre horizontal

Cette étape est la plus intense en termes d'effort de calcul. L'algorithme va tenter d'annuler les déviations angulaires entre les arrêtes et les vecteurs force correspondants (la valeur cible étant de 90°). L'utilisateur peut pondérer la prévalence d'un diagramme sur l'autre. Généralement on démarre avec une pondération de 100% pour le diagramme de forme. C'est alors le diagramme de force qui va s'adapter pour correspondre à la forme. L'équilibre est atteint lorsque l'ensemble des déviations est inférieur à la tolérance qui est par défaut de 5° .

Comme on le verra plus bas, cette étape peut être relativement rapide pour de petits maillages avec quelques centaines de facettes et devenir très longue pour des maillages avec un nombre de facettes plus élevé.

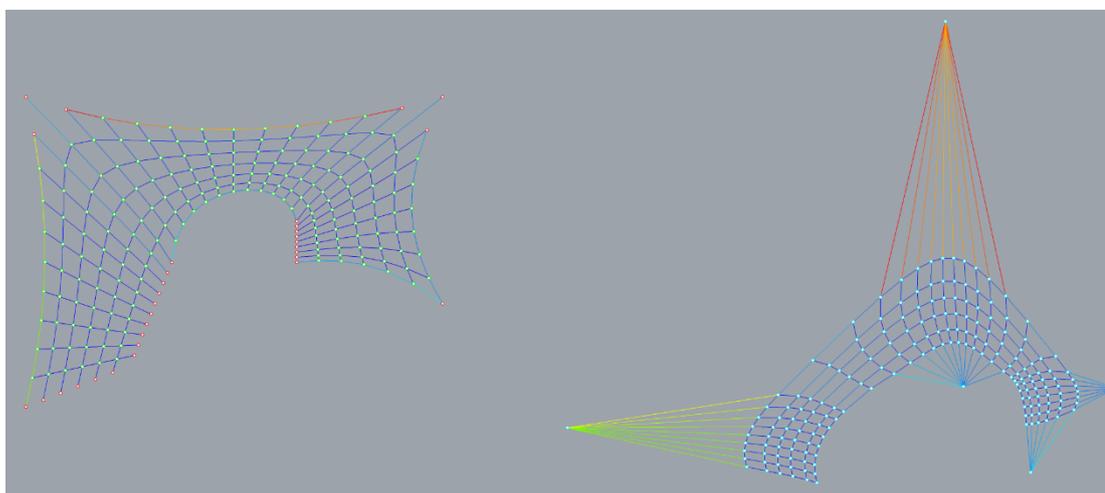


Figure 5.3.7 – Diagramme de forme (à gauche) et diagramme des forces équilibré.

5. Une fois l'équilibre horizontal atteint, l'on peut calculer l'équilibre vertical. Il s'obtient rapidement car seul l'altitude des nœuds est variable lors de cette étape de calcul. Comme seul paramètre, l'utilisateur peut définir une altitude cible pour l'ensemble de la structure. On obtient alors la géométrie en trois dimensions.

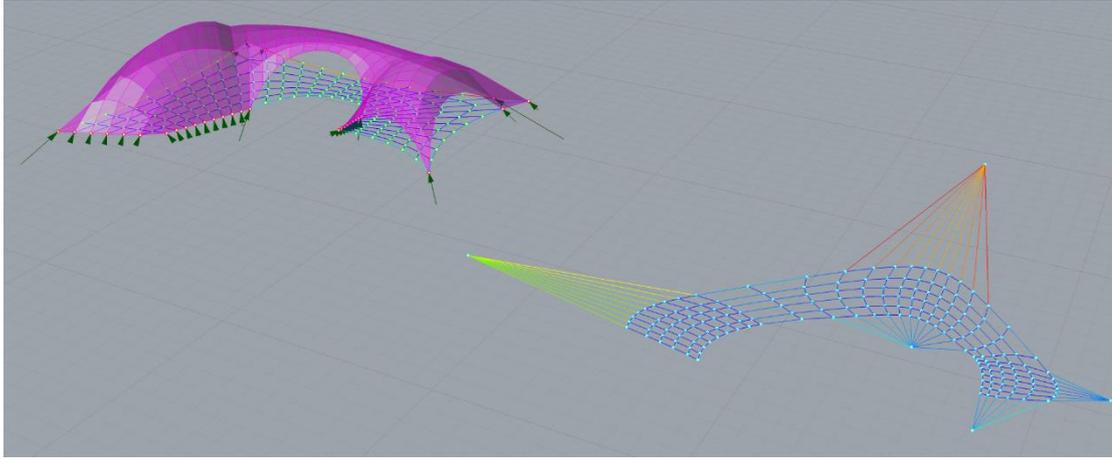


Figure 5.3.8 – Géométrie en trois dimensions, le thrust diagram.

Après avoir défini cette forme d'équilibre initiale, l'utilisateur peut influencer sur la géométrie tridimensionnelle de différentes façons indirectes. Il peut notamment :

- Modifier la géométrie du diagramme des forces, position des nœuds ou longueur min. et max. des vecteurs. Ensuite on doit d'abord recalculer l'équilibre horizontal avec, cette fois, une pondération de 100% pour la prévalence du diagramme des forces puis recalculer l'équilibre vertical.
- Modifier les propriétés du diagramme plan de forme : position et poids des nœuds ou densité de force des arrêtes puis recalcul des deux états d'équilibre.
- Modifier l'altitude des supports et recalculer l'équilibre vertical.

Hormis l'altitude des supports, l'utilisateur ne peut néanmoins pas influencer directement sur la géométrie tridimensionnelle. Seul la forme projetée plane peut être modifiée. Pour modifier les altitudes de certains nœuds, on doit « jouer » avec les densités de forces, limiter les valeurs minimales et maximales admises pour les forces ou directement modifier le diagramme des forces. Ensuite, on espère qu'une solution d'équilibre satisfaisante en résulte. L'obtention d'un équilibre n'est cependant pas garantie.

Ainsi, il est par exemple très difficile, voire impossible, d'obtenir des arcs de rive qui soient situés dans des plans verticaux ou qui du moins s'en approchent.

OBSERVATION DES MOMENTS DE FLEXION ET CONTRAINTES

Nous allons utiliser la géométrie donnée par les auteurs de l'application dans le tutoriel que nous avons commenté ci-dessus.

Le maillage doit néanmoins être repris pour pouvoir être appliqué à un calcul aux éléments finis.

Les arêtes ont été redivisées de façon à obtenir 720 facettes au lieu des 180 facettes du modèle original.

Les densités de force ont été définies telles que spécifiées dans l'exemple, Les angles d'appui ont été arrondis et l'appui ponctuel au S-E élargie de façon à obtenir plusieurs nœuds d'appui.

Il a fallu 7500 itérations pour trouver l'équilibre horizontal.

Une tentative avec un plus grand nombre de facettes (2880) ayant été infructueuse. Il était impossible d'obtenir un équilibre horizontal même après 100'000 itérations.

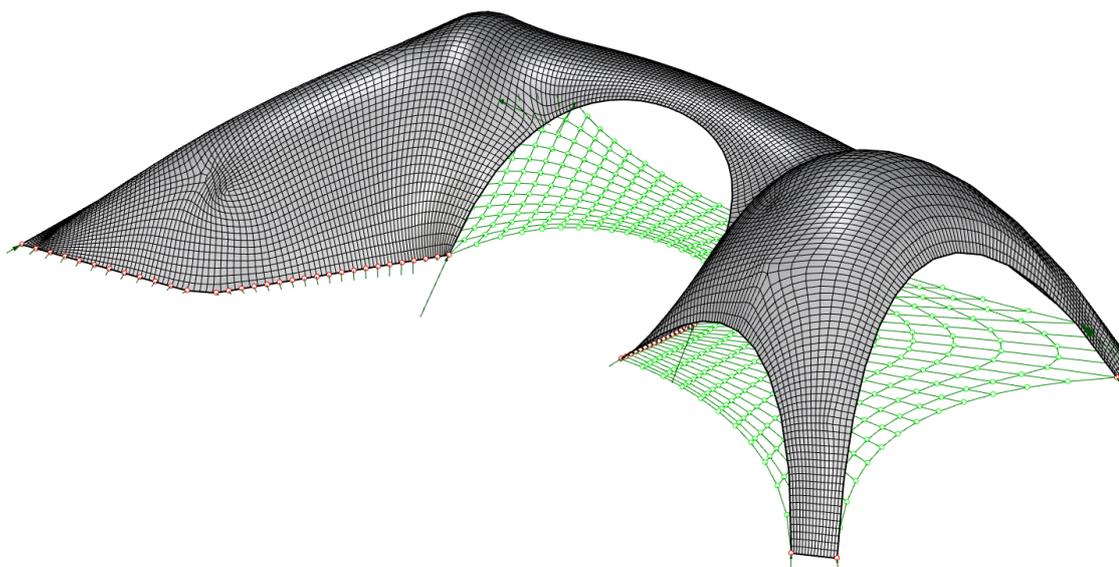


Figure 5.3.9 – Tilevault - « thrust diagram », après remaillage avec la fonction « quadremesh ».

La géométrie obtenue a ensuite été remaillée de façon à obtenir des facettes dont le côté moyen ne dépasse pas l'épaisseur de la coque. Le ratio longueur/largeur devait être inférieur à 4, tel qu'exigé par Pythagore.

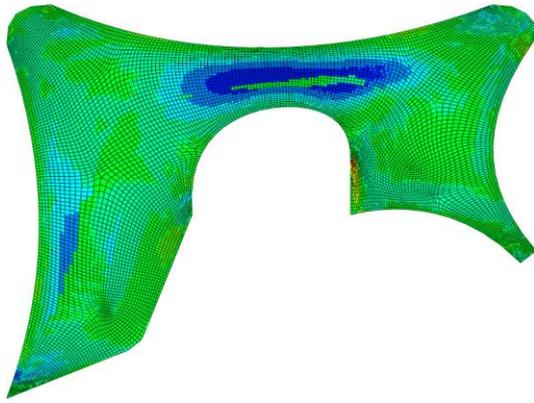


Figure 5.3.10 – Tilevault – Moments de flexion M_X
– La zone bleu correspond à un moment de -
0.59 kNm/m.



Figure 5.3.11 – Tilevault – Contraintes principales
de traction en fibre supérieure

Des moments de flexion sont bien présents. Les contraintes de traction semblent être élevées en comparaison aux contraintes de compression. Il faut dire que l'approche de ce modèle a nettement moins été soignée que pour le cas d'étude. On peut s'attendre qu'avec un affinage, on obtienne des résultats quelque peu meilleurs. Néanmoins, cette première approche laisse présumer que les géométries de coques obtenues avec RV2 présentent bien aussi des moments de flexion lorsqu'elles sont soumises à leur poids propre.

5.3.2 VOÛTE À PROFILE EN CHAINETTE

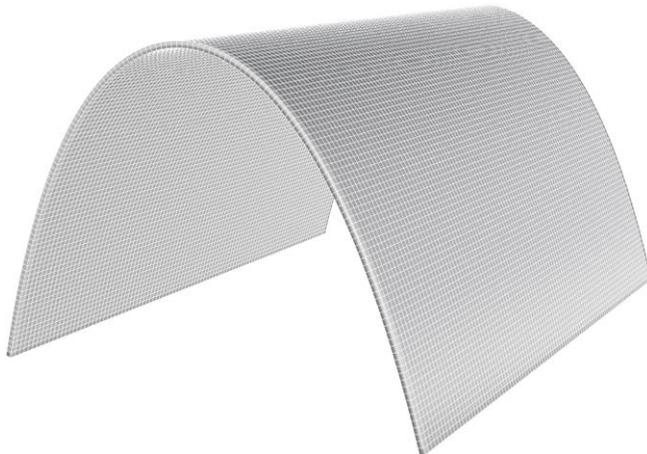


Figure 5.3.12 – Voûte à profile en chainette - Perspective

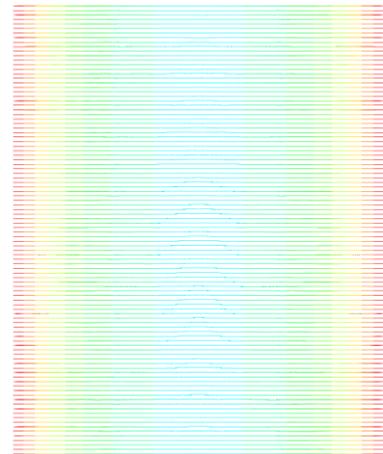


Figure 5.3.13 – Voûte à profile en
chainette – Vecteurs contraintes
principales en fibre moyenne.

La voûte à profil en chainette a une épaisseur de 10 cm. Sa surface moyenne porte sur 8.00 m, affiche une longueur de 10.0 m et une hauteur au sommet de 5.52 m

Les contraintes sont très uniformément distribuées sur l'épaisseur. Son maximum est de 150 kPa, le long des lignes d'appui.

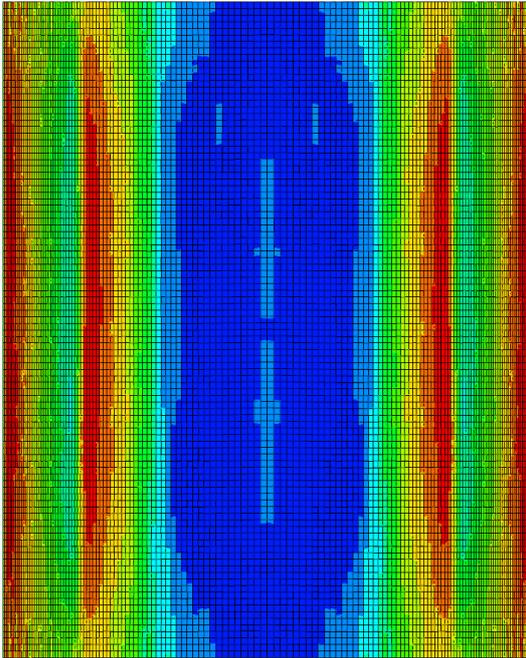


Figure 5.3.14 – Voûte à profile en chainette – Moments de flexion M_X (agissant dans les plans transversaux) – La zone bleue correspond à un moment d'amplitude maximale de -0.006 kNm/m.



Figure 5.3.15 – Voûte à profile en chainette – Contraintes principales de traction en fibre supérieure, ou elles sont d'amplitude maximale. Les vecteurs bleus correspondent à la plus forte valeur de -0.4 kPa.

Les moments de flexion et les contraintes de traction sont quasiment inexistantes.

5.3.3 RELAXATION DYNAMIQUE AVEC MEMBRURES FLEXIBLES

Un essai de relaxation dynamique avec une résille flexible doit nous permettre de répondre à la question de savoir si celle-ci serait plus enclin à éliminer les moments de flexion que la méthode avec une résille avec une grande rigidité en traction.

La résille de départ est identique à celle utilisée pour le cas d'étude.

Elle est soumise à une série de 3 relaxations dynamiques où les membrures sont extensibles. Après chaque relaxation, la géométrie est remise à l'échelle selon la direction verticale seulement afin de remettre le sommet à la hauteur initiale.

Une quatrième relaxation avec membrures rigides ne laissait plus percevoir de déformation.

L'ensemble des paramètres de relaxation sont identiques à ceux appliqués au cas d'étude après ajustement (chiffre 5.2.3). Seule la rigidité axiale est réduite à 10^5 N/m contre 10^8 N/m.

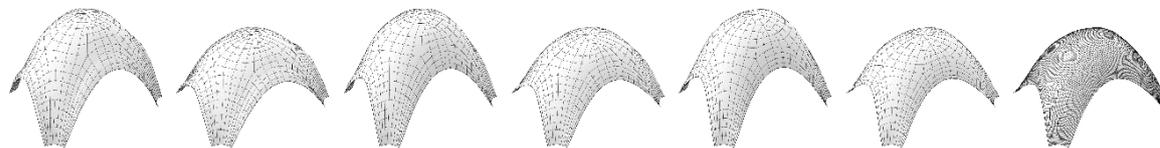


Figure 5.3.16 – Relaxation membrures flexibles – Séquences de relaxation-mise à l'échelle, puis remaillage

La relaxation répétée tend à faire disparaître les arcs d'ouverture. Après la 3^{ème} séquence, les faces sont complètement lissées.

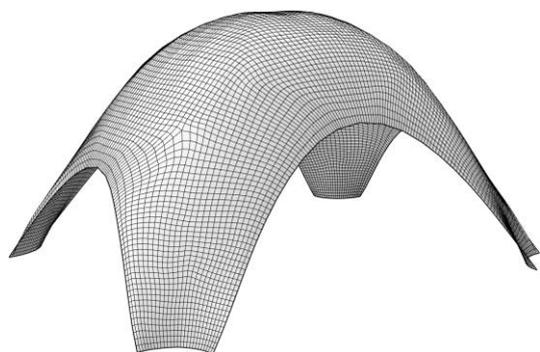


Figure 5.3.17 – Relaxation membrures flexibles – Perspective du modèle.

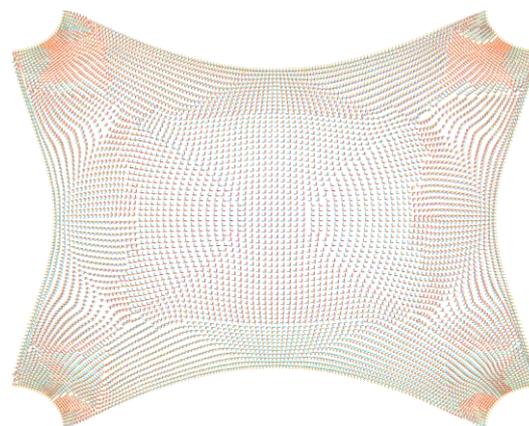


Figure 5.3.18 – Relaxation membrures flexibles – Orientation des repères locaux.

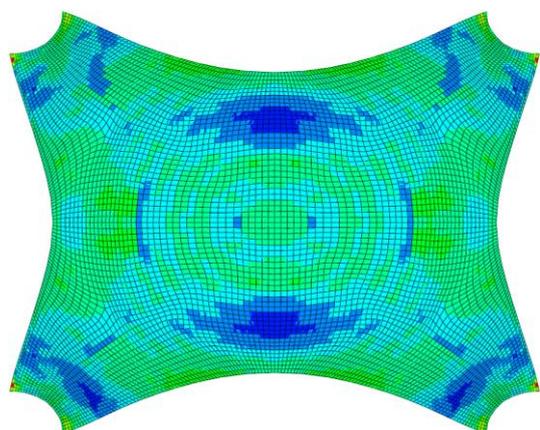


Figure 5.3.19 – Relaxation membrures flexibles – Moments de flexion MX – Les zones bleu marine correspondent à un moment d'amplitude maximale de -0.09 kNm/m.



Figure 5.3.20 – Relaxation membrures flexibles – Moments de flexion MY

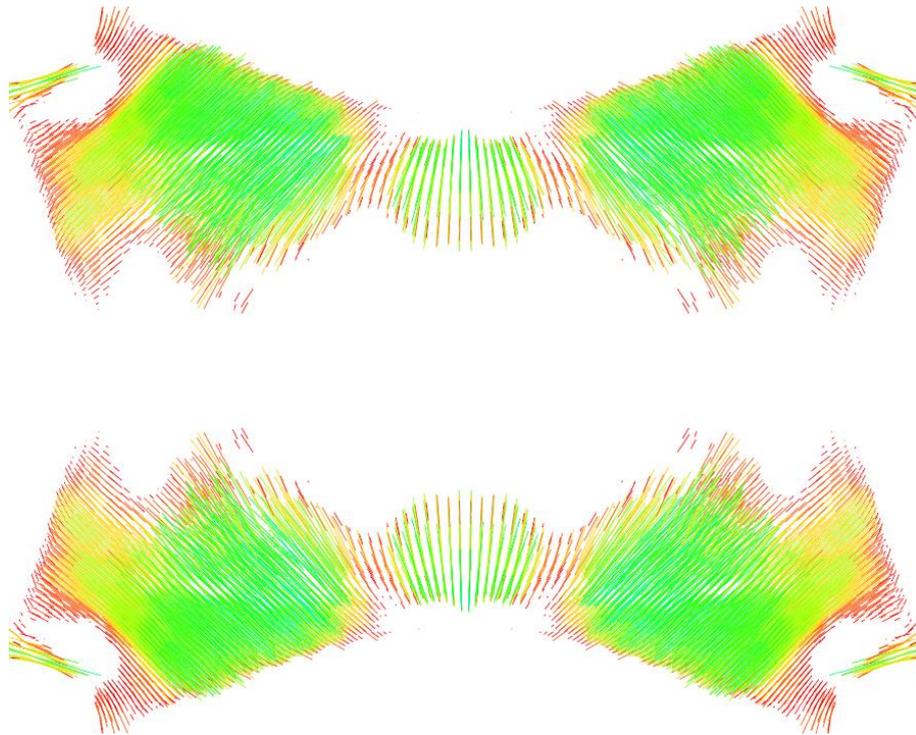


Figure 5.3.21 – Relaxation membrures flexibles – Vecteurs contraintes principales de traction au niveau de la fibre supérieure où elles sont largement présentes contrairement aux fibres moyenne et inférieure où elles n’apparaissent qu’aux bords. Les vecteurs verts et cyans correspondent à une contrainte de > -32 kPa.

Les moments de flexion sont même supérieurs à ceux présentés par la géométrie optimisée du cas d’étude. Les contraintes de traction sont du même ordre.

La relaxation dynamique appliquée à un maillage élastique ne semble alors pas pouvoir offrir une meilleure réduction des moments de flexion.

6 MODÉLISATION DE L'ACTION MÉCANIQUE DE LA MAÇONNERIE

La voûte catalane est traditionnellement constituée de briques de terre cuites. Pour le Droneport Project, objet de l'étude, la brique de terre crue devait initialement intégralement remplacer la terre cuite. Finalement, un hybride a été réalisé en raison de difficultés liées à l'exécution, telle que l'affirment ses auteurs.

Traditionnellement, le montage recourt à différents types de mortier. Le plâtre et le mortier de chaux ou de ciment pour la terre cuite, éventuellement le mortier de terre pour la terre crue. Ici, une comparaison de performances de deux variantes semble intéressante. L'une traditionnelle, l'autre intégralement constituée de terre crue.

On va, dans un premier temps, regarder quelles sont les propriétés qui qualifient les matériaux constitutifs pour, in fine, proposer une modélisation du mode de résistance de la maçonnerie de la voûte catalane. Une attention particulière sera portée sur les propriétés d'adhérence qui, comme nous le verrons, sont primordiales pour la résistance de l'appareillage de la voûte catalane.

6.1 DÉFINITIONS

Pour un élément de maçonnerie parallélépipédique oblong tel que la brique, on distingue les faces, les chants et les bouts.

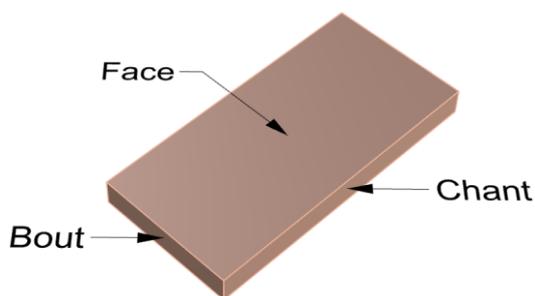


Figure 6.1.1 – Désignation des faces d'une brique

6.2 CADRE RÉGLEMENTAIRE & NOTATIONS

La principale référence normative au niveau européen, pour le dimensionnement des ouvrages en maçonnerie, est donnée par l'Eurocode 6 (EC6). Il est composé de trois parties :

- EN 1996-1-1 Règles générales

- EN 1996-1-2 Calcul du comportement au feu
- EN 1996-2 Conception, choix des matériaux et mise en œuvre
- EN 1996-3 Méthodes de calcul simplifiées

Les annexes nationales complètent les règles énoncées par des règles applicables au niveau des différents pays.

Les caractéristiques des produits et les procédures relatives à leur fabrication et classification sont établies par une série de normes européennes et des compléments nationaux.

L'EC6 n'est pas directement applicable aux maçonneries de terre crue, mais il sert de référence, d'une part, pour établir des règlements spécifiques, encore très peu développés, et d'autre part, pour orienter la démarche de vérification en complément de ces règlements spécifiques.

Ce cadre réglementaire, notamment l'EC6, définit les grandeurs qui qualifient le comportement mécanique des parties constitutives de la maçonnerie et de leur interaction. Pour qualifier le comportement de l'appareillage, il propose des méthodes de calcul basées sur les propriétés des parties constitutives. En l'absence d'essais effectués pour un appareillage particulier, on peut recourir à ces méthodes, néanmoins, pour des maçonneries de murs d'un appareillage courant.

Sur des maçonneries d'un appareillage plus complexe appliqué à la construction de coques, ces méthodes ne peuvent s'appliquer que partiellement. Il faut alors établir des méthodes propres qui s'appuient sur les propriétés des parties constitutives. Leur fiabilité est à vérifier par des essais.

6.2.1 MAÇONNERIE TRADITIONNELLE – TERRE CUITE

PROPRIÉTÉS INHÉRENTES AUX MATÉRIAUX CONSTITUTIFS : ÉLÉMENTS ET MORTIER

Comme tous les matériaux, les matériaux de maçonnerie sont qualifiés par des valeurs de résistance à la compression, à la traction axiale, à la flexion et au cisaillement.

Ils sont très majoritairement, plus résistants en compression et on n'admet que peu de contraintes de traction ou de cisaillement. Ceci est d'autant plus vrai pour le composite que constitue la maçonnerie.

Autant les éléments que les mortiers, sont donc généralement classés en fonction de leur résistance à la compression.

Les déformations élastiques et plastiques, instantanées ou différées, par le retrait ou par le fluage, revêtent une importance particulière. Ils impactent par l'interaction entre mortier et éléments la résistance de l'ensemble, notamment par la déformation relative.

RÉSISTANCES

Les notations adoptées par l'EC6 qui seront reprises ici, sont les suivantes :

f_b Résistance à la compression moyenne normalisée de l'élément (bloc)

La résistance à la compression déclarée pour un type de bloc, correspond soit à la valeur moyenne soit à la valeur caractéristique, en fonction de la norme applicable au type (blocs de béton, blocs en béton cellulaire autoclavé, briques de terre cuite, pierres naturelles). L'annexe nationale française récapitule les valeurs déclarées pour chaque type (cf. [39, p. 3.6.1.2]).

L'EC6-1 précise que « *lorsque le fabricant déclare la résistance à la compression normalisée des éléments de maçonnerie comme une résistance caractéristique, il convient de convertir cette dernière en résistance moyenne équivalente* » [40, p. 3.1.2.(2)].

La norme EN 772-1, définit les procédures d'essai de la résistance à la compression applicable aux blocs de maçonnerie ainsi que leur normalisation. La *résistance à la compression normalisée* f_b correspond à la valeur corrigée en fonction de la teneur en eau et de la dimension des échantillons.

Pour des échantillons conditionnés dans une atmosphère avec $\leq 65\%$ d'*humidité relative de l'air* (HRA), le premier facteur, nommé *coefficient de conditionnement*, est de 1.

Pour un échantillon présentant une hauteur de 100 mm et une petite largeur de 100 mm, le deuxième facteur, dit *facteur de forme* est de 1. Il augmente avec la taille de l'échantillon et la proportion hauteur/petite largeur.

f_m Résistance à la compression minimale du mortier

Contrairement à la brique, la résistance à la compression du mortier f_m est la valeur minimale.

PROPRIÉTÉS DE L'INTERFACE MORTIER - BRIQUE

Notamment en traction, on doit assumer un comportement fragile des matériaux. Ils peuvent fissurer. Pour certaines sollicitations, on doit néanmoins pouvoir considérer une certaine résistance en traction et en flexion.

La résistance au cisaillement est augmentée par la compression transversale. Le frottement permet de résister à des efforts tranchants même si la matière a fissuré.

Ailleurs, c'est l'adhérence entre éléments et mortiers qui va limiter la résistance de la maçonnerie en traction et en cisaillement. L'adhérence est généralement plus faible que la résistance propre aux composants.

Selon les normes européennes, l'adhérence peut être évaluée par des essais pour une sollicitation en cisaillement ou en traction par flexion. Il n'existe cependant pas de norme ou de directive pour le contrôle de la résistance à l'arrachement centré.

ADHÉRENCE EN TRACTION PAR FLEXION ET FLEXION DU MUR

Pour des appareillages de murs, l'*adhérence en traction par flexion* caractérise notamment la *résistance à la flexion de la maçonnerie pour plan de rupture parallèle aux lits de pose* f_{xk1} .

L'essai d'adhérence en traction par flexion (méthode *Bondwrench*) est réglementé par la norme EN 1052-5.

Pour les valeurs de référence, on peut se reporter aux valeurs de f_{xk1} .

Mauersteine	f_{xk1} (N/mm ²)			
	Normalmörtel		Dünnbettmörtel	Leichtmörtel
	$f_m < 5$ N/mm ²	$f_m \geq 5$ N/mm ²		
Ziegel	0,10	0,10	0,15	0,10
Kalksandstein	0,05	0,10	0,20	nicht verwendet
Betonstein	0,05	0,10	0,20	nicht verwendet
Porenbetonstein	0,05	0,10	0,15	0,10
Betonwerkstein	0,05	0,10	nicht verwendet	nicht verwendet
Maßgerechter Naturstein	0,05	0,10	0,15	nicht verwendet

Table 6.2.1 - Résistance à la traction en flexion pour plan de rupture parallèle aux lits f_{xk1} – Valeurs admises par l'EC6 en l'absence de résultats d'essais.

ADHÉRENCE EN CISAILLEMENT

L'adhérence en cisaillement influe fortement sur la *résistance à la flexion de la maçonnerie pour plan de rupture perpendiculaire aux lits de pose* f_{xk2} et, évidemment, sur sa *résistance au cisaillement* f_{vk} .

La *résistance initiale au cisaillement* f_{vk0} est donnée pour une combinaison élément-mortier. D'après l'EC6-1, en l'absence d'essais, les valeurs du tableau suivant peuvent être assumées (cf. [40, p. 3.6.2]) :

Mauersteinart	f_{vk0} (N/mm ²)			
	Normalmörtel mit einer Festigkeitsklasse	Dünnbettmörtel (Lagerfugendicke 0,5 mm und \leq 3 mm)	Leichtmörtel	
Ziegel	M10 – M20	0,30	0,30	0,15
	M2,5 – M9	0,20		
	M1 – M2	0,10		
Kalksandstein	M10 – M20	0,20	0,40	0,15
	M2,5 – M9	0,15		
	M1 – M2	0,10		
Beton	M10 – M20	0,20	0,30	0,15
Porenbeton	M2,5 – M9	0,15		
Betonwerkstein und maßgerechter Naturstein	M1 – M2	0,10		

Table 6.2.2 - Résistance initiale au cisaillement f_{vk0} – Valeurs admises par l'EC6 en l'absence de résultats d'essais.

Pour une brique de terre cuite combinée à un mortier standard d'une classe de résistance entre 2.5 et 9.0, $f_{vk0} = 0.20$ MPa.

Dans les résultats d'essais exposés par Brameshuber [41, p. 11] avec des briques pleines combinées aux mortiers des groupes II (2.5 MPa), IIa (5.0 MPa) et III (10.0 MPa), les résistances les plus faibles sont étonnamment données pour le groupe intermédiaire. Les moyennes minimales sur plusieurs séries de test sont respectivement 0.37 MPa, 0.04 MPa et 0.97 MPa.

Selon la DIN 18580, les mortiers de recette du groupe II, contiennent souvent une proportion forte de chaux, ceux du groupe III montrent un fort dosage en ciment pur et ceux du groupe IIa sont un entre-deux.

La valeur de référence retenue par Brameshuber pour le groupe intermédiaire, le plus faible est de 0.35 MPa [41, p. 12].

PROPRIÉTÉS DU COMPOSITE MAÇONNERIE

RÉSISTANCES

L'EC6 concerne essentiellement les appareillages courants de murs et ne traite pas les voûtes ou plus spécifiquement les voûtes catalanes.

D'une façon générale, les résistances caractéristiques peuvent être définies soit par l'expérimentation, soit, pour des appareillages classiques de murs, par les expressions données au chiffre 3.6 de l'EC6-1.

Bien que ces expressions ne soient pas parfaitement adaptées à la maçonnerie de la voûte catalane, nous allons les aborder afin de disposer de valeurs de référence. Pour une étude de projet, il faudrait à un moment donné pouvoir s'appuyer sur des résultats d'essais. Pour un prédimensionnement cependant, on ne dispose pas nécessairement de valeurs de référence et les essais dépasseraient le cadre de ce travail.

RÉSISTANCE À LA COMPRESSION

L'EC6-1 définit la résistance caractéristique en compression de la maçonnerie par une relation entre résistance moyenne normalisée du bloc et résistance minimale du mortier de la forme :

$$f_k = K \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta$$

6.2.1 – EC6 - Résistance à la compression caractéristique d'un mur.

La résistance caractéristique établie par des essais doit également être exprimée sous cette forme.

Pour les maçonneries à joints entièrement remplis les exposants prennent les valeurs $\alpha = 0.7$ et $\beta = 0.3$.

Pour des briques pleines de terre cuite, la constante K, donné par le tableau 3.3 de l'EC6-1, prend la valeur de 0.55¹.

¹ L'annexe nationale française ne fait pas d'autres prescriptions quant aux valeurs de α , β et K. L'annexe nationale allemande admet des valeurs différentes. Pour des briques pleines (Tableau NA.6) elle admet $K = 0.95$, $\alpha = 0.585$, $\beta = 0.162$. Pour des mortiers \leq IIa (5 MPa), la résistance de l'élément f_{st} ne doit pas être admise supérieure à 45 MPa et pour des mortiers \geq III (10 MPa) elle ne doit pas être admise supérieure à 60 MPa.

f_{st} remplace f_b et doit être déterminée avec prise en compte de l'orientation du chargement.

Si le mur n'est pas à boutisse traversante et présente donc des plans de joints parallèles à la surface du mur, la résistance f_k doit être réduite par le facteur 0.8.

L'expression de la résistance caractéristique qui se rapprocherait le plus du cas de la voûte catalane serait alors donnée par :

$$f_k = 0.8 \cdot 0.55 \cdot f_b^{0.7} \cdot f_m^{0.3}$$

6.2.2 – Meilleure approximation selon EC6 de la résistance à la compression caractéristique d'un appareillage de voûte catalane.

RÉSISTANCE EN FLEXION

On distingue deux cas :

- f_{xk1} - Flexion avec plan de rupture parallèle aux lits
- f_{xk2} - Flexion avec plan de rupture perpendiculaire aux lits

L'essai de résistance en flexion de la maçonnerie est normé par l'EN 1052-2.

Dans [42, p. 13], des résultats d'essais de flexion à rupture parallèle aux lits sont exposés. Pour des briques de terre cuite pleines montés au mortier NM IIa ou NM III qui selon [43] présentent une résistance à la compression f_m de 5.0 MPa et de 10.0 MPa respectivement, Jäger donne les références suivantes :

$$0.22 \text{ MPa} \leq f_{xk1} \leq 1.10 \text{ MPa} ; \quad f_{xk1, \text{moyenne}} = 0.56 \text{ MPa} \text{ (moyenne sur 61 essais)}$$

Selon l'annexe nationale allemande à l'EC6-1, la résistance en flexion parallèle f_{xk1} doit être négligée sauf exception. Ce n'est pas le cas selon l'annexe nationale française.

En l'absence d'essais ou de valeurs de référence fiables pour une combinaison mortier-élément, l'EC6-1 définit des valeurs de références. Pour une brique de terre cuite combinée à un mortier d'usage courant $\geq M5$, on peut admettre¹ :

¹ Ceci vaut également pour les annexes nationales françaises et allemandes, à l'exception de f_{xk2} , qui est déterminé en fonction d'une expression impliquant la résistance au cisaillement et la compression normale, selon l'AN allemande.

$f_{xk1} = 0.1 \text{ MPa}$ et $f_{xk2} = 0.4 \text{ MPa}$.

RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT

Vis-à-vis du cisaillement, l'EC6 distingue 3 types de maçonneries. Les maçonneries à joints entièrement remplis, les maçonneries à joints verticaux secs et les maçonneries à joints interrompus¹.

En l'absence de résultats d'essais, pour les maçonneries à joints entièrement remplis, réalisée avec du mortier d'usage courant, la valeur admissible de la résistance au cisaillement caractéristique est donnée par la formule suivante.

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4 \sigma_d$$

6.2.3 – EC6 - Résistance au cisaillement d'une maçonnerie dont l'ensemble des joints sont remplis.

Avec :

f_{vk0} Résistance caractéristique initiale au cisaillement de la maçonnerie (sans prise en compte d'une compression perpendiculaire)

σ_d Contrainte de compression perpendiculaire

DÉFINITION DES VALEURS DE CALCUL

COEFFICIENT DE SÉCURITÉ γ_M À L'ELU

À l'ELU, les résistances caractéristiques sont affectées du *coefficient de sécurité* γ_M . Il varie fortement en fonction du type de mortier (cf. 6.3.2), de la catégorie de l'élément (cf. 6.3.1) et du niveau de contrôle.

Le coefficient est défini au chiffre 2.4.3(1) de l'EC6-1. L'annexe nationale française définit les valeurs suivantes :

¹ Le mortier n'est appliqué que sur des bandes parallèles au longs cotés.

Matériau		γ_M		
		Niveaux de contrôle		
		IL3	IL2	IL1
	Maçonnerie constituée de :			
A	Éléments de Catégorie I, mortier performantiel a) f)	1,5	2,0	2,5
B	Éléments de Catégorie I, mortier de recette b) f)	1,7	2,2	2,7
C	Éléments de Catégorie II, tout mortier a) b) e) f)	2,3	2,8	3,3
D	Ancrage d'acier d'armature	1,7	2,2	2,7
E	Acier d'armature et de précontrainte	1,15		
F	Composants accessoires c) d)	1,7	2,2	2,7
G	Linteaux conformes à la NF EN 845-2	1,5	2,0	2,5

a) Les prescriptions relatives aux mortiers performantiels sont données dans l'EN 998-2 et l'EN 1996-2.
b) Les prescriptions relatives aux mortiers de recette sont données dans l'EN 998-2 et l'EN 1996-2.
c) Les valeurs déclarées sont des valeurs moyennes.
d) Les éléments de coupure de capillarité sont supposés être couverts par les γ_M des éléments de maçonnerie.
e) Lorsque le coefficient de variation applicable aux éléments de Catégorie II n'est pas supérieur à 25 %.
f) Les éléments de catégorie I ont une résistance à la compression déclarée avec une probabilité de 95 % d'atteindre cette valeur. Les éléments de catégorie II ne présentent pas ce niveau de confiance. La correction résultant de cette dispersion est introduite par la valeur de γ_M (ligne C).

Les *niveaux de contrôle* (IL – *Inspection Level*) sont définis par l'annexe nationale française. Le niveau IL3 demande la mise en place d'un plan d'assurance qualité et l'encadrement du contrôle d'exécution par une tierce partie. Le niveau IL1 correspond au seul contrôle interne par l'entreprise qui exécute les travaux.

On note que le coefficient varie très sensiblement en fonction du niveau de contrôle et de la catégorie des éléments.

DÉFORMATIONS

MODULE D'ÉLASTICITÉ À COURT TERME

Selon l'EC6-1, le *module d'élasticité sécant à court terme* E suivant peut être admis [40, p. 3.7.2] :

$$E = K_E \cdot f_k$$

6.2.4 – EC6 – Module d'élasticité sécant à court terme E

Avec : $K_E = 1000$ (EC6 & NA-FR) ou 1100 (NA-DE pour briques)

MODULE DE CISAILLEMENT

Selon l'EC6-1, le module de cisaillement suivant peut être admis [40, p. 3.7.3] :

$$G = 0.4 E$$

6.2.5 – EC6 – Module de cisaillement G

Compte tenu de la relation $G = \frac{1}{2(1+\nu)} E$, applicable à un matériau isotrope, cela reviendrait à admettre un coefficient de poisson $\nu = 0.25$.

FLUAGE, RETRAIT/GONFLEMENT & DILATATION THERMIQUE

Selon l'EC6-1, le *module d'élasticité à long terme* $E_{\text{long term}}$ suivant peut être admis [40, p. 3.7.2] :

$$E = \frac{E}{1+\phi_{\infty}}$$

6.2.6 – EC6 – Module d'élasticité à long terme $E_{\text{long term}}$

Où ϕ_{∞} est le *coefficient de fluage ultime*, soit le ratio entre la valeur finale du fluage et la déformation élastique instantanée. $\phi_{\infty} = \frac{\epsilon_{c,\infty}}{\sigma/E}$.

Pour les *coefficients de fluage ultime* ϕ_{∞} , des fourchettes de valeurs sont données en fonction du matériau des éléments par l'EC6-1.

À moins de disposer de données d'expérimentation fiables et applicables, on peut utiliser les valeurs de calcul proposées par les annexes nationales. Elles varient légèrement d'un pays à l'autre.

Ceci vaut également pour le retrait/gonflement à l'humidité et la dilatation thermique.

Éléments de maçonnerie en	Coefficient de fluage ultime ^{a)}		Retrait/Gonflement à l'humidité ou à long terme ^{b)}		Coefficient de dilatation thermique, $\alpha_t, 10^{-6}/K$	
	ϕ_{∞}		mm/m			
	plage	valeur recommandée de calcul	plage	valeur recommandée de calcul	plage	valeur recommandée de calcul
Terre cuite	0,5 à 1,5	1,0	0 à 0,6	+ 0,3	4 à 8	6
Silico-calcaire	1,0 à 2,0	1,5	- 0,4 à - 0,1	- 0,2	7 à 11	9
Béton de granulats courants et pierre reconstituée	1,0 à 2,0	1,5	- 0,6 à - 0,1	- 0,2	6 à 12	9
Béton de granulats légers	1,0 à 3,0	2	- 1,0 à - 0,2	^{d)}	6 à 12	10
Béton cellulaire autoclavé	0,5 à 1,5	1	- 0,4 à + 0,2	- 0,2	7 à 9	8
Pierre naturelle :						
— magmatique	^{c)}	0	- 0,4 à + 0,7	+ 0,1	5 à 9	8
— sédimentaire					2 à 7	5
— métamorphique					1 à 18	12

Table 6.2.3 – Fourchettes pour le fluage, le retrait/gonflement à l'humidité et la dilatation thermique donnés par l'annexe nationale française à l'EC6-1 [44, p. 13].

Pour une maçonnerie de briques combinées à un mortier d'usage courant, la valeur recommandée pour ϕ_{∞} est de 1, autant pour la France que pour l'Allemagne.

CONCLUSION

RÉSISTANCES DE RÉFÉRENCE FAIBLES

Les résistances de la maçonnerie qui peuvent être assumées selon l'EC6, semblent fréquemment être bien inférieures aux valeurs obtenues lors d'essais, ce qui paraît naturel étant donné que les règles de l'Eurocode doivent tenir compte de la combinaison de matériaux la plus défavorable.

Lorsque des performances particulières sont recherchées, il semble alors avantageux pour une première approche, de s'orienter aux valeurs connues pour des applications semblables et de les vérifier par des essais spécifiques par la suite.

6.2.2 MAÇONNERIE DE TERRE CRUE

Dans ce sous-chapitre, nous investiguons l'état de l'art du dimensionnement des structures en terre crue qui, comme évoqué, ne rentre pas dans le cadre d'application de l'Eurocode 6. Plus spécifiquement, nous nous intéressons aux contraintes admissibles pour les maçonneries porteuses en briques de terre crue stabilisée ou non-stabilisée.

On regardera également d'autres facteurs limitants et introduits par les principales normes applicables, comme l'épaisseur, l'élancements ou la hauteur totale.

On conclut sur les rapports entre valeurs de résistance/déformation obtenues en laboratoire et ceux applicables au dimensionnement des structures.

NORMES EXISTANTES

Parmi les normes d'actualité applicables aux structures porteuses en terre crue, on peut citer essentiellement ceux établis en Nouvelle Zélande, en Allemagne et au Nouveau Mexique.

Les deux dernières sont relativement simples dans l'approche des contraintes admissibles dans les maçonneries. Sont considérés essentiellement les murs.

En France où la recherche est très active depuis plus de quarante ans, notamment au Laboratoire CRAterre de l'École Nationale Supérieure d'Architecture de Grenoble, les *Appréciations techniques d'expérimentation* (ATEX) et Normes expérimentales fournissent les quelques références normatives. Bien que l'appellation « expérimentale » implique une validité limitée dans le temps et aussi des territoires où elles sont applicables, l'ATEX 2588, initiative de l'association ART.TERRE Mayotte, est probablement l'une des normes les plus pointues, en ce qui concerne le dimensionnement de structures en blocs de terre compressée (BTC), validé par un organisme de certification européen. Elle est accompagnée d'un dossier technique faisant office de cahier de charges.

L'ATEX 2588 a été actualisé pour la dernière fois en mai 2018 et était valable pour une période de trois ans sur le seul territoire Mayotte.

EARTHEN BUILDING MATERIALS CODE DU NOUVEAU MEXIQUE

Au Nouveau Mexique, le *Earthen Building Materials Code* [45] prescrit des essais en compression et en flexion pour évaluer la résistance des briques compressés (CEB) et aussi des briques d'adobe. Pour les deux, la résistance à la compression doit être au minimum de 2.07 MPa (300 PSI). L'échantillon est à présenter à plat. En flexion (test de flexion 3 points), la résistance minimale doit être de 0.34 MPa (50 PSI).

Le code ne définit pas de corrélation directe entre résistance des unités et la contrainte de dimensionnement admissible par la maçonnerie. Les contraintes sont limitées par une hauteur maximale des murs couplée à une largeur minimale, et en parallèle à une limitation de la hauteur des constructions à deux niveaux.

LEHMBAUREGELN ALLEMANDS

Les *Lehmbau Regeln* ont été publiées la première fois en 1998¹. Il s'agissait alors d'un règlement de construction reconnu par la Bundesbaubehörde² qui constituait la base légale pour la construction en terre. La troisième édition de 2009 ([46]) est la version en vigueur. Alors que pour la première édition, l'ensemble des exigences vis-à-vis des matériaux avaient été traité par le document même, aujourd'hui une partie de ces exigences a été publiée séparément soit sous forme de normes DIN³, soit sous forme de Notices techniques⁴.

Pour en citer deux, la résistance des briques est déterminée suivant la Norme DIN 18945 (2018) [47] et celle des mortiers suivant la Norme DIN 18946 (2018) [48].

La DIN 18945 définit 5 classes de résistance à la compression pour briques de terre crue non-stabilisés : 2, 3, 4, 5 et 6. Le chiffre qui désigne la classe, correspond à la valeur minimale admissible lors des tests en laboratoire, exprimée en MPa. La moyenne minimale est 25% supérieure.

Le tableau des *Lehmbauregeln* [46] définit alors la contrainte en compression admissible de la maçonnerie en fonction de cette résistance des briques et de celle du mortier.

¹ [121, p. 1]

² Équivalent du CSTB français

³ Normes DIN : <https://www.dachverband-lehm.de/wissen/lehmbau-din-normen>

⁴ Technische Merkblätter : <https://www.dachverband-lehm.de/wissen/technische-merkblaetter>

T 4-1 Anforderungen an tragende Wände ¹⁾ aus Lehmbaustoffen											
1		Mauerwerk aus Lehmsteinen in MG II			Mauerwerk aus Lehmsteinen ²⁾ mit Lehmörtel ³⁾			Stampflehm			Wellerlehm
2	Nachweise										
3	Bei 1-2 Vollgeschossen ⁴⁾	Steinfestigkeitsklasse			Steinfestigkeitsklasse			Druckfestigkeit und Schwindmaß			Druckfestigkeit
4	Steinfestigkeitsklasse bzw. Druckfestigkeit [N/mm ²]	2	3	4	2	3	4	2	3	4	1
5	Zulässige Druckspannungen [N/mm ²] ⁵⁾	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4 ⁶⁾	0,5 ⁶⁾	0,3	0,4	0,5	0,2
6	Schwindmaß [%]	–			–			≤ 2			
7	Mindestwanddicke für Außenwände [cm] ⁷⁾	36,5			36,5			32,5			40
8	Mindestwanddicke für Innenwände [cm] ⁸⁾	24			24			24			40
9	Mindestquerschnitt von Pfeilerartigen Wänden [cm ²]	1300			1300			1600			3200

Fußnoten zu Tabelle T 4-1

1) zulässige Geschoßhöhe :> 3,25 m

2) auch sonstigen künstlichen Steinen oder Natursteinen aller Art

3) auch Mörtel MG I

4) Geschoßhöhe ≤ 3,25 m, bei einem Vollgeschoß max. Wandhöhe einschließlich Kniestock 4 m über OK Sockel

5) Bei Pfeilerartigen Wänden ist die zulässige Spannung bis zum 1,5-fachen des Mindestquerschnittes mit dem Faktor 0,8 abzumindern.

6) zulässig bei Nachweis der Mörteldruckfestigkeit in Höhe der jeweiligen Steinfestigkeit

7) Eine Mindestwanddicke von 24 cm ist zulässig bei eingeschossigen Bauten, die nicht zum dauerhaften Aufenthalt von Personen dienen und deren Geschoßhöhe ≤ 2,5 m beträgt. Die Einhaltung der zulässigen Druckspannung sowie die Gewährleistung der räumlichen Stabilität ist nachzuweisen.

8) Bedingungen: Geschoßhöhe ≤ 2,75 m, Verkehrslast einschließlich Trennwandzuschlag ≤ 2,75 kN/m², nur zulässig als Zwischenaufleger durchlaufender Decken mit Stützweiten ≤ 4,5 m bzw. bei Anordnung einer Zentrierleiste auf einem Ringbalken 6,0 m. Eine Abweichung von diesen Bedingungen erfordert die gleichen Dicken wie bei Außenwänden.

On note qu'il n'y a de correspondance que pour les trois premières classes 2, 3 et 4, pour lesquelles la contrainte admissible est respectivement 15.0 % (ou 1 / 6.66), 13.3 % (ou 1 / 7.5) et 12.5 % (ou 1 / 8) de la résistance minimale de la brique.¹

¹ Les valeurs des contraintes admissibles en compression brique / mur sont identiques dans la documentation de la société Suisse des Ingénieurs et Architectes « SIA D0111-Lehmbauregeln ».

Le premier groupe de colonnes correspond aux mortiers de ciment et/ou de chaux. MG II désigne le groupe de mortier selon l'annexe nationale allemande à l'EC6-1 (DIN EN 1996-1-1/NA:2012), soit un M 2.5 qui possède une résistance minimale en compression de 2.5 MPa.¹

Le second groupe de colonnes correspond aux mortiers de terre, dont la résistance à la compression doit être au moins équivalente à celle des briques.

On note que la valeur admissible en compression pour la maçonnerie de briques de terre crue ne dépasse jamais **0.5 MPa**. Parallèlement, la limitation de la hauteur libre des murs et l'obligation de respecter des largeurs minimales doit permettre de limiter les contraintes de flexion et les risques d'instabilité.

NEW ZEALAND EARTH BUILDING STANDARDS

Les New Zealand Standards (NZS), offrent une approche nettement plus complète en matière de construction porteuses en terre. Ils se présentent sous forme de trois documents :

- NZS 4297 - Engineering design of earth buildings,
- NZS 4298 - Materials and construction for earth buildings,
- NZS 4299 - Earth buildings not requiring specific engineering design.

Le dernier document présente des règles forfaitaires. C'est une approche semblable à celle présentée par les règles du Nouveau Mexique et de l'Allemagne.

On y limite également les hauteurs libres et le nombre d'étages et impose des largeurs minimales pour les murs porteurs. Un accent particulier est mis sur la sécurité des constructions face aux séismes, la disposition des murs de contreventement et l'armature des murs afin de leur permettre de mieux résister à des charges horizontales.

Pour l'établissement de ces règles, on a, ici aussi, admis une contrainte maximale de compression de **0.5 MPa**² pour les murs en terre en général [49, p. 106]. Pour les maçonneries en briques de terre latéritique stabilisée compressées, les briques dites « *Cinva*³ », on admet cependant jusqu'à **2.0 MPa**.

¹ Cf. [112]

² Sans prise en compte du facteur de réduction tableau A2.

³ CINVA est l'acronyme pour « Centro Interamericano de Vivienda y Planeamiento » actif entre 1952 et 1972 à Bogotá, en Colombie.

L'approche de la NZS 4297 & NZS 4298 cependant, est plutôt comparable à celle qu'on connaît, à titre d'exemple des Eurocodes.

D'une part, comme dans la NZS 4299, on réitère la définition des contraintes admissibles par des maçonneries constituées de matériaux devant simplement suffire à certaines exigences minimales. Ce sont les « *standard grade earth constructions* ».

Table 4.1 – Strengths (MPa) to be used for design of standard grade earth wall construction

Compressive strength (flexural, direct compression or bearing)	$f_e = 0.5$
Maximum total nominal shear stress	$f_n = 0.09$
Shear strength of earth for wind loading and for seismic load with elastic response	$f_{es} = 0.08$
Shear strength of earth for limited ductile ($\mu = 2.0$) seismic loading	$f_{es} = 0.0$
Shear strength of steel reinforced earth	$f_{es} = 0.35$
Tensile/flexural bond strength	$f_{eb} = 0.02$
Flexural tensile strength	$f_{et} = 0.1$

C4.4.2

A wide variety of bond strengths have been encountered by earth building practitioners. Unstabilized earth brick construction has been found to have considerable bond strength, and values of 50 kPa have been measured, but zero bond strength has also been encountered. Up to 260 kPa bond has been measured in cement stabilized in situ adobe construction. Up to 890 kPa flexural tensile strength has been tested for cement-stabilized pressed brick. However, little is known about the as-built flexural strength of rammed earth panels and how this is affected by "cold joints" etc. In view of all these uncertainties and variabilities therefore, designers may only use a higher tensile/flexural bond strength if substantiated by pre-testing.

The in-wall strengths of table 4.1 are less than the strength test results obtained in the laboratory. Modifications for aspect ratio, characteristic strength, and mortar effects as outlined in this Standard all bring about reductions.

Table 6.2.4 - New Zealand Standard 4297:1998 – « Strength to be used for design of standard grade earth wall constructions ». Dessous, une note avec des ordres de grandeurs qui peuvent être rencontrés dans la pratique. [50, p. 23]

D'autre part, les contraintes admissibles par la maçonnerie peuvent y être calculées grâce à la prise en compte de différents facteurs, en se basant sur les résultats d'essais de résistance. Ce sont les « *special grade earth constructions* ».

La norme néo-zélandaise considère aussi bien les résistances en flexion / traction et en cisaillement, ce qui n'est pas ou que peu le cas pour les autres normes précitées.

DÉTERMINATION DE LA RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE

La méthode d'évaluation des unités¹ fait appel à un « aspect ratio factor » en fonction du ratio hauteur / petite largeur de l'échantillon présenté sur le banc d'essai.

Le facteur doit permettre d'obtenir la *résistance à la compression non-confinée* f'_{uc} de chaque échantillon. [51, p. 48]

Table A1 – Aspect ratio factor (k_a)

Height to thickness ratio	0.4	1.0	2.0	5.0 or more
Aspect ratio factor (k_a)	0.50	0.70	0.80	1.00

Pour un essai à 5 échantillons, la *résistance caractéristique* f' est alors définie par la formule suivante.

$$f' = \left(1 - 1.5 \frac{X_s}{X_a} \right) X_1$$

6.2.7 – NZS - Résistance caractéristique à partir de 5 échantillons

X_s / X_a est le coefficient de variation obtenu par le quotient de l'écart type X_s et de la valeur moyenne X_a . X_1 est la valeur la plus petite retenue lors des tests. L'ensemble des valeurs mesurées est au préalable corrigé par l'aspect ratio factor.

Pour un écart type de 10%, la *résistance caractéristique* est alors de 85% de la résistance non-confinée la plus petite mesurée. Pour un écart type de 20%, on retient 70%.

RÉSISTANCES DE DIMENSIONNEMENT

À partir des valeurs caractéristiques obtenues par les essais, la NZS 4297 définit dans un premier temps les résistances de la maçonnerie du mur.

Afin d'obtenir les valeurs de dimensionnement à l'ELU, la résistance du mur est affectée d'un « *facteur de réduction de capacité* » ϕ [50, p. 29] variable en fonction du type de sollicitation :

¹ Briques ou échantillon de mur de pisée ou de terre coulée.

- $\phi = 0.60$ for axial compression and bearing
- $\phi = 0.80$ for flexure
- $\phi = 0.70$ for shear
- $\phi = 0.70$ for metal connections embedded in earth.
- $\phi = 0.60$ for flexure determined using Appendix B.

COMPRESSION

Resistance du mur f_e .

Pour les maçonneries d'Adobe, le pisé et la terre coulée $f_e = f_{uc}$.

Pour les briques compressées, stabilisées ou non, $f_e = 0.5 f_{uc}$ soit 50 % de f_{uc} .

Comme mentionné, f_{uc} désigne ici la *résistance à la compression non-confinée caractéristique* de la série d'essais d'éléments (blocks seuls) déterminée selon les règles de l'appendice B de la NZS 4298.¹

Il ne semble pas exister d'exigences de résistance spécifiques pour des mortiers qui sont constitués de la même terre que les unités.² Seul les mortiers ciment/sable ou chaux/sable doivent présenter des dosages en liant compris entre 1/12^{ème} et 1/6^{ème} de volumes.

Resistance de dimensionnement à l'ELU $f_{e,d}$

Pour les briques compressées, stabilisées ou non, la contrainte admissible pour la compression axiale est donnée par $f_{e,d} = 0.6 f_e$ soit 30 % de f_{uc} .

TRACTION LIÉE À DE LA FLEXION

Pour des matériaux d'une résistance à la compression inférieure à 6 MPa et en l'absence de test spécifique de flexion, on peut admettre la résistance à la traction / flexion suivante³

$$f_{et} = 0.1 f_e$$

La contrainte admissible de dimensionnement devient après application du facteur de réduction propre à la flexion $f_{e,d} = 0.8 f_{et}$ soit 4 % de f_{uc}

¹ Il faut noter une ambiguïté car dans la NZS 4298, f_{uc} désigne la valeur de l'échantillon isolé.

² « *Mortar mixed from the same soil as the bricks need not be tested except for the shrinkage test* » [52, p. 19]

³ Il n'est ni indiqué, ni contre-indiqué que cette valeur puisse être appliqué à une maçonnerie par opposition à un matériau plus hétérogène comme le pisé. La présence des joints de mortiers n'est à priori pas forcément compatible avec une relation directe entre résistance en compression et en traction-flexion.

RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT

La résistance au cisaillement du mur est $f_{es} = 0.07 f_e$

La contrainte admissible de dimensionnement devient après application du facteur de réduction propre au cisaillement direct $f_{es,d} = 0.7 f_{es}$ soit 2.45% de f_{uc}

AUTRES CONSIGNES

Les Normes Néo-zélandaises imposent, elles aussi, des épaisseurs de mur minimales. Avec 250 mm pour le cas général et 130 mm pour les maçonneries de briques *Cinva*, les minimas sont nettement plus permissifs que dans les règlements vus précédemment.

L'ATEX 2588 - OUVRAGES EN MAÇONNERIE DE BTC¹- PAROIS ET MURS

Comme évoqué, en France, les ATEX et les Normes expérimentales (XP) constituent les seules références réglementaires pour les constructions en terre crue. L'ATEX 2588 est le plus récent² des ATEX, et les raisonnements s'appuient largement sur l'EC6.

RESTRICTIONS GÉNÉRALES

L'ATEX concerne exclusivement les murs porteurs de bâtiments jusqu'à R+1 ou en remplissage d'ossatures jusqu'à R+4.

Son application est restreinte au territoire de Mayotte qui se situe en zone à risque sismique modéré (zone 3) et qui doit faire face aux vents cycloniques et aux tempêtes tropicales (zone 5 des effets du vent). En considération de ce contexte, les murs porteurs doivent obligatoirement disposer de chaînages horizontaux et verticaux.

L'épaisseur brute minimale des murs est de 15 cm ou de 22 cm en cas d'exigences de résistance au feu. Ici l'ATEX est plus permissif comparé aux normes vues précédemment.

L'élancement géométrique des murs (h/e) est limité à 15.

D'autres restrictions concernent l'appareillage, la longueur minimale des trumeaux, la longueur libre maximale des murs, la catégorie et l'usage des édifices.

CLASSES DE RÉSISTANCE DES BLOCS

L'ATEX renvoi vers la norme expérimentale XP P 13-901 – « *Blocs de terre comprimée pour murs et cloisons : Définitions – Spécifications - Méthodes d'essais - Conditions de réception.* » de 2001, actualisée en mars 2022.

¹ BTC = Blocs de Terre Comprimée

² Entre-temps, en octobre 2021, une autre ATEX (n° 2957) a été publiée.

Cette dernière définit trois classes de résistance pour les briques de terre crue : BTC 20, 40 et 60. Le nombre correspond à la *résistance caractéristique du bloc au fractile 5% des briques sèches* f_b ¹ exprimée en bar, soit 0.1 MPa.

La résistance à la compression des briques peut être déterminée par des essais et la résistance caractéristique calculée en suivant les consignes de l'Annexe D de l'EC-0.

Les briques peuvent être stabilisées à la chaux, au ciment ou être constituées de terre crue non-stabilisée.

MORTIERS

Comme pour l'EC6, les joints de mortiers d'usage courant doivent présenter entre 10 et 15 mm d'épaisseur.²

Le mortier doit posséder des « *caractéristiques mécaniques voisines* » de celles des blocs de terre comprimée et la *résistance à la compression du mortier* f_m doit être au maximum de $2 f_b$. Cette limitation est justifiée par le risque de cisaillement des faces des blocs par le mortier trop résistant au moment du retrait de prise.

On préconise d'utiliser le même liant pour le mortier que celui qui aurait, le cas échéant, servi à la stabilisation de la brique. La consistance plastique de la pâte et le bon pouvoir de rétention d'eau contre la succion par les éléments sont également mis en avant.

Le tableau ci-dessous récapitule les compositions et propriétés des mortiers de recette à titre indicatif. On peut s'appuyer sur ce tableau pour la définition de la *résistance du mortier* f_m ou procéder à des essais. Pour l'adaptation du mortier au choix de la résistance des éléments, le texte renvoie vers l'Annexe nationale de l'EC 6-1³.

¹ La résistance est nommée « moyenne » au chiffre 3.4.2.1, mais au chiffre 1.2, il est bien dit que cette résistance moyenne est à assimiler à la valeur au fractile 5%.

² Sauf pour les appareillages particulier (arcs, murs arrondis, etc.) ou $10 < t < 25$ mm. [53, p. 57]

³ La clause 3.2.1(1) propose un tableau de formulation des mortiers en fonction de la résistance des blocs.

EXEMPLE DE COMPOSITION DU MORTIER					MORTIER		BTC
En masse (kg) de liant par m ³ de sable sec	Parts en volume				Résistance à la compression f_m selon la EN 1015-11 (N/mm ²)	Catégorie ou valeur équivalente	classe de résistance
	Ciment (C)	Chaux hydratée (CL)	Chaux hydraulique (HL)	Sable			
C 250	2	-	-	9	8	8 M5	BTC 40/60
C 250 CL 50	2	1	-	9	8	8 M5	BTC40/60
C 200 HL 100	2	-	1	10	8	8 M5	BTC40/60
C 200 CL 100	1	1	-	6	5	M5	BTC40
C 150 HL150	1	-	1	7	5	M5	BTC40
C 150 CL150	1	2.5	-	7	2.5	M 2.5	BTC20
C 100 HL 200	1	-	2.5	11	2.5	M 2.5	BTC20
HL 400	-	-	2	5	2.5	M 2.5	BTC20

Figure 6.2.1 – « Information indicative sur les performances des mortiers "recette" » [52, p. 59]

La catégorie de mortier (2.5, 5 ou 8) est donnée en avant dernière colonne. Elle ne correspond pas forcément à la classe du mortier selon les normes européennes, préfixée M.

RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE ET DE CALCUL DE LA MAÇONNERIE

RÉSISTANCE À LA COMPRESSION

La *résistance caractéristique à la compression* f_k de la maçonnerie peut soit être déterminée expérimentalement par des tests sur murets, soit être obtenue à partir de la classe de résistance des briques et du mortier suivant le tableau ci-dessous.

f_k (MPa)		Résistance à la compression du mortier de recette f_m (MPa)		
		2,5	5	8
Type de BTC	BTC20	0,97		
	BTC40		1,93	2,22
	BTC60		2,56	2,95

Figure 6.2.2 – « Résistance caractéristique à la compression f_k de la maçonnerie » [52, p. 25]

Les *valeurs de calcul* sont obtenues après division par le *coefficient de sécurité matériau* $\gamma_{m,BTC}$ de 3.3 ou 2.7 en cas d'un contrôle de qualité de l'exécution tiers [ibidem].

Pour les maçonneries directement exposées à l'eau de pluie, la résistance doit être divisée par 2.

La justification d'un mur essentiellement chargé verticalement, se fait conformément à l'EC6-1 (p.6.2.2) par l'application d'un *facteur de réduction* Φ qui tient compte de l'excentricité des charges.

RÉSISTANCE À LA TRACTION

On admet la *résistance caractéristique à la traction du bloc* f_{btm} suivante :

$$f_{btm} = 0.1 f_b$$

Quant à la valeur pour la maçonnerie, il faut se reporter à l'EC6, bien que ce ne soit pas mentionné explicitement.

RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT

On admet la *résistance caractéristique initiale au cisaillement de la maçonnerie* f_{vk0} suivante :

$$f_{vk0} = 0.1 \text{ MPa}$$

Cette valeur correspond à celle préconisée par l'EC6 pour des briques de terre cuite en combinaison avec un mortier M1 ou M2. À partir d'un M 2.5, elle est supérieure à 0.2 MPa. [40, p. 3.6.2(6)] Ce choix conservatif est assumé par les auteurs.

MODULE D'ÉLASTICITÉ

Les *modules d'élasticité* E_{BTC} pour les maçonneries sont donnés pour les 3 catégories de BTC. Ils varient entre 1.5 et 4.0 GPa (cf. tableau ci-après).

MODULE DE CISAILLEMENT

Le *module de cisaillement* G_{BTC} pour les maçonneries est défini par la même relation que celle donnée par l'EC6.

$$G_{BTC} = 0.4 E_{BTC}$$

FLUAGE

En référence¹ à la thèse de Nicole B. Trujillo, les auteurs retiennent une valeur pour le coefficient de fluage ultime comprise entre 2 et 3.

On se rappelle que pour les maçonneries de briques cuites, le coefficient de fluage ultime recommandé par les annexes nationales à l'EC6-1 est de 1.

RÉCAPITULATIF DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES

Le tableau ci-dessous récapitule les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie en fonction de la classe de résistance des blocs. Il faut noter qu'il n'est pas parfaitement clair, quelles valeurs se réfèrent aux **blocs** et quelles valeurs se réfèrent à la **maçonnerie**. Les marquages bleu et vert ajoutés au tableau correspondent à une attribution, parfois indirecte, dans le texte.

Caractéristiques du matériau				
MÉCANIQUE	Symbole	BTC 20	BTC 40	BTC 60
Masse volumique	ρ	1900 kg/m ³ (de 1800 à 2100 kg/m ³)		
Résistance moyenne à la compression du bloc	f_b	2 MPa	4 MPa	6 MPa
Résistance moyenne à la traction du bloc	f_{btm}	0,2 MPa	0,4 MPa	0,6 MPa
Cisaillement (G = 0,4.E)	G	0,6 GPa	1 GPa	1,6 GPa
Module de Young	E	1,5 GPa	2,5 GPa	4 GPa * <small>* pouvant monter à 5,5 GPa</small>
Coefficient de Poisson	ν	0,2	0,25	0,3
Résistance au cisaillement de la maçonnerie à l'origine	f_{vko}	0,10 Mpa	0,10 Mpa	0,10 Mpa
Coefficient de fluage ultime	ϕ_c	2 à 3	2 à 3	2 à 3
Retrait/Gonflement à l'humidité ou à long terme		-0,45 à +0,3 mm/m	-0,45 à +0,3 mm/m	-0,45 à +0,3 mm/m
Coefficient de dilatation thermique		6 à 12 10 ⁻⁵ /K	6 à 12 10 ⁻⁵ /K	6 à 12 10 ⁻⁵ /K

Figure 6.2.3 – Récapitulatif des propriétés mécaniques du bloc de terre comprimée (BTC). [52, p. 68]

¹ La « thèse de Nicole B. Trujillo de l'Université du Nouveau Mexique "Mix design and mechanical characterization of stabilized compressed earth blocks and assemblies for the Jemez pueblo in new Mexico" propose un coefficient de fluage moyen de 2.21 pour des BTC stabilisés hourdés au mortier de ciment et chargés à 20% de la valeur de ruine pendant 56 jours » [53, p. 66]

Comme pour la compression, les valeurs caractéristiques données pour les résistances, doivent être divisées par $\gamma_{m,BTC}$ (3.3 ou 2.7) afin d'obtenir les valeurs de calcul.

SÉISMES

La maçonnerie BTC offre « *une capacité de dissipation limitée* » [52, p. 11] en raison de sa « *faible résistance en traction* » et de sa « *faible ductilité* ». Le coefficient de comportement retenu est de 1.5.

CONCLUSION SUR LA REVUE DE NORMES

Dans ce qui suit, nous allons récapituler quelques différences entre les règlements abordés et notamment, la différence entre l'interprétation des résistances.

Peu avant la rédaction de la conclusion de cette revue de normes, une autre ATEX a été publiée, portant le numéro 2957. Elle concerne les constructions en briques de terre crue stabilisée avec les produits d'un fabricant du Tarn et n'a, cette fois, pas de validité limitée à un territoire. Nous n'allons pas aborder cette nouvelle ATEX dans les détails, mais nous pouvons noter qu'un certain nombre de progrès ont été faits. On accorde en partie des performances plus élevées tout en se prémunissant davantage des effets négatifs de l'humidité. Certains aspects de cette récente publication seront mentionnés dans cette conclusion.

GRANDES DISPARITÉS ENTRE VALEURS CARACTÉRISTIQUES & VALEURS ADMISES EN DIMENSIONNEMENT

Les résistances à utiliser en dimensionnement, restent relativement basses comparées aux valeurs que l'on obtient lors de test en laboratoire.

Les différentes normes applicables sont assez proches de ce point de vue. Les normes néo-zélandaises permettent cependant une approche plus précise et des valeurs de dimensionnement davantage en adéquation avec les résistances trouvées en laboratoire. Les valeurs admissibles sont donc plus élevées.

Cette forte modération des contraintes s'inscrit dans un contexte de recherches entreprises pour mieux quantifier l'impact de l'humidité sur la capacité portante, le comportement élasto-plastique et aussi le comportement à long terme, notamment le fluage.

La résistance minimale requise lors des tests des briques est d'au moins 2 MPa pour la norme allemande et la norme du Nouveau Mexique. La norme néo-zélandaise exige¹ 1.3 MPa pour des briques comprimées crues et 3.2 MPa pour des briques stabilisées.

Tandis que les normes allemandes limitent la contrainte de compression en dimensionnement systématiquement à 0.5 MPa et ne donne pas d'indication quant à la résistance à d'autres types de contraintes, les normes néo-zélandaises permettent des valeurs plus élevées en compression et spécifient des résistances à la fois en traction/flexion et en cisaillement. Les coefficients de sécurité sont variables en fonction du type de sollicitation. Pour la résistance en traction /flexion, elles recommandent des essais « *bond wrench* » [51, p. 47], mais en absence de tels tests, on peut admettre une résistance égale à 5 % de celle des blocs de maçonnerie en compression.

L'ATEX 2588 considère également tous les types de contraintes et déformation mais ici les valeurs de dimensionnement sont nettement plus conservatrices.

Considérons une maçonnerie constituée de briques de format 240 * 115 * 71 mm³ (« NF - Normalformat ») fabriquées à partir d'une terre de qualité, pour lesquelles la moyenne des résistances testées selon DIN 18945² serait de 7.5 MPa, la valeur minimale de 7.0 MPa et l'écart type de 0.3 MPa. Le tableau ci-dessous compare les valeurs admises au dimensionnement suivant les différents règlements en admettant un mortier M5.

¹ Le critère vaut pour des échantillons avec un ratio hauteur/petite largeur égale à 5. [52, p. 25] Selon DIN 18945, le test d'une brique au format NF (240 x 115 x 71 mm³) doit se faire sur une brique coupée en deux avec les deux moitiés montées l'une sur l'autre. Le ration h/l est alors de 142/115 = 1.23. Selon la norme NZS 4298, l'aspect ratio factor correspondant est de 0.72. La résistance minimale exigée, testée selon DIN, serait alors de 1.3/0.72 = 1.81 MPa pour une brique non-stabilisée et 3.2/0.72 = 4.44 MPa pour une brique stabilisée.

² En considération d'un test dans les conditions de la DIN 18945 (2018) [48] : La brique NF est coupée en deux et les moitiés superposées. En conséquence, un « aspect ratio factor » de 142/115 = 1.23 a été appliqué qui impose l'admission d'une résistance non-confinée à hauteur de 72 % de celle mesurée, conformément à l'annexe A de la norme NZS 4298.

Propriété	U	Lehmbau		NZS		ATEX 2588	
		k	d	k	d	k	d
Compression	MPa	-	0.50	2.38	1.43	2.56	0.95
Cisaillement initial	MPa	-	-	0.17	0.12	0.10	0.04
Flexion	MPa	-	-	0.24	0.19	-	-

k: valeur caractéristique; d : valeur de dimensionnement

Table 6.2.5 – Comparaison, suivant différentes références normatives, des résistances de dimensionnement d'une maçonnerie constitué de briques qui présentent 7.0 MPa comme résistance minimale en compression mesurée lors d'essais, combiné à un mortier M5.

On constate que les ratios entre compression admissible en dimensionnement pour la maçonnerie, et la plus petite valeur directement mesurée lors d'essais sur brique, varient largement. Pour les normes NZS, il est de 20.4%, soit un facteur de sécurité de **4.9**, pour l'ATEX 2588, le facteur est de **7.38** et pour les règles allemandes de **14.0**. Ce dernier est très grand car la résistance la plus élevée dans les Lehmbau Regeln, correspond à une résistance minimale de la brique de 4.0 MPa, tandis que la norme allemande de classification de briques de terre crue admet bien jusqu'à 6.0 MPa.

Dans l'ATEX 2957, les facteurs de sécurité du matériau ont été revues. Le γ_m le plus petit est de 2.5 au lieu de 2.7 pour l'ATEX 2588. De plus, désormais les constructions en brique de terre crue porteuse peuvent atteindre **trois niveaux** plus un niveau d'attique en bois, contre R+1 pour l'ensemble des règlements que nous avons vus.

CONSIDÉRATION DES MORTIERS DE TERRE

La norme allemande et la norme néozélandaises considèrent l'emploi du mortier de terre alors que les normes néo-mexicaines, et l'ATEX 2558 prescrivent l'usage de mortiers classiques au ciment, à la chaux hydraulique ou à la chaux aérienne.

La nouvelle ATEX 2957 rend également possible l'emploi de mortiers de terre et, les briques objets de l'ATEX étant stabilisées à la chaux, proscrit le ciment.

PEU OU PAS DE QUALIFICATION DES DÉFORMATIONS À LONG TERME

À l'exception de l'ATEX 2588, les normes analysées n'offrent pas d'approche permettant de quantifier les déformations à long terme par fluage.

Pour le pisé, il a été établi que le fluage était du « *même ordre de grandeur* » [53, p. 145] que celui du béton, pour autant que la granulométrie ait été optimisée et que le retrait était

faible. Le pisé comporte cependant, comme le béton, du granulat plus gros comparé aux éléments et au mortier qui constituent la maçonnerie de terre.

PERSPECTIVES

Des progrès semblent encore possibles, entre-autres par la mise en commun des expériences et approches différentes, selon les pays.

6.3 MATÉRIAUX CONSTITUTIFS ET PROPRIÉTÉS INHÉRENTES

Dans ce chapitre nous abordons les références normatives ainsi que les propriétés mécaniques des matériaux qui entrent dans la composition de la maçonnerie de la voûte catalane et plus particulièrement du Droneport projet. La réalisation telle qu'elle a été exécutée, comporte des briques de terre crue et cuite ainsi que différents mortiers, notamment de plâtre et de chaux / ciment.

D'une part, on souhaite révéler et souligner les aspects qui demandent une certaine vigilance et d'autre part identifier les avantages et les inconvénients, notamment des différents types de mortier.

6.3.1 BRIQUES

Ils existent une très grande variété de briques de terre qu'on peut différencier d'un côté, par les propriétés intrinsèques du matériau terre cuite ou crue et de l'autre, par leur format.

Leurs caractéristiques sont déterminées par la composition de la terre, par le processus de mise en forme, le mode de séchage et, le cas échéant, par les paliers de cuisson.

Nous allons nous intéresser aux seules briques pleines plates qui peuvent être formées par frappage¹, par compression, par extrusion ou par simple moulage.

Les formats normalisés sont très variables d'un pays à l'autre. Il n'existe pas de normalisation des formats au niveau européen.

Comme mentionné, contrairement aux maçonneries de briques de terre cuite, les maçonneries de briques de terre crue ne rentrent pas dans le cadre d'application de l'Eurocode 6 et des normes connexes.

TERRE CUITE

CATÉGORISATION

L'EN1996-1 renvoie à la conformité avec la norme EN 771-1 pour les caractéristiques des briques de terre cuite.

La norme distingue les *unités de maçonnerie LD* (low-density) et *unités de maçonnerie HD* (high-density) qui fait référence à la densité sèche. Seules les briques HD peuvent être directement exposées sans revêtement de protection.

Par ailleurs, la norme distingue deux *catégories d'unités de maçonnerie*, catégorie I et catégorie II. La *catégorie I* correspond à des unités pour lesquelles la résistance à la compression affichée correspond au fractile 5%. La *catégorie II* correspond à une fiabilité inférieure. Pour les deux catégories, autant pour les unités LD que HD, la résistance minimale des échantillons individuels doit être d'au moins 80% de la résistance affichée. [54, pp. 16, 22]

¹ En Allemand on parle de "Formschlagen" ou pour la technique artisanale appliquée à la terre, "Patzen" (cf. <http://www.lehmbau-atlas.de/lehmsteinbau.html>). Ce dernier consiste à jeter avec force un pàton de terre dans un moule, de façon à ce qu'il la remplisse entièrement. L'excédent est retiré en lissant la face libre. Ce mode de formage dynamique semble être particulièrement favorable à la résistance finale des briques. Pour une production mécanisée, on peut imaginer une presse qui applique une pression dynamique au départ et statique par la suite.

RÉSISTANCE À LA COMPRESSION ET CLASSEMENT

La norme EN 771-1, définit les spécifications pour les briques de terre cuite. Elle exige la déclaration de la *résistance à la compression moyenne*, et optionnellement la *résistance à la compression normalisée* par les fabricants. ¹

Comme mentionné, la *résistance à la compression moyenne normalisée* f_b sert de base aux calculs selon l'EC6 ². Rappelons que la résistance moyenne déclarée doit répondre aux critères supplémentaires évoqués pour la définition des catégories I et II ci-dessus.

CLASSEMENT

Bien que la définition de la résistance à la compression soit harmonisée au niveau européen, les classes de résistance des briques sont définies au niveau national.

La norme allemande DIN 105, entre-temps retirée, définissait des classes de résistance allant de 4 à 60, où le nombre correspond à la valeur minimale de la résistance à la compression en MPa des échantillons individuels. La classe 8 doit ainsi présenter une résistance individuelle minimale de 8.0 MPa et une résistance moyenne minimale de 10.0 MPa.

Druckfestigkeits- klasse	Druckfestigkeit N/mm ²	
	Mittelwert	kleinster Einzelwert
4	5,0	4,0
6	7,5	6,0
8	10,0	8,0
12	15,0	12,0
20	25,0	20,0
28	35,0	28,0
36	45,0	36,0
48	60,0	48,0
60	75,0	60,0

Figure 6.3.1 – Classes de résistance, résistance moyenne et minimale selon DIN 105.

Le successeur de la DIN 105, la DIN 20000-401 correspond au complément national actuel pour l'EN 771-1 et elle reprend la logique de classement de la DIN 105. Les valeurs

¹ Les valeurs individuelles pour chaque échantillon ainsi que l'écart type doivent être déclarées également.

² Comme évoqué, l'EC6-1 précise que « *lorsque le fabricant déclare la résistance à la compression normalisée des éléments de maçonnerie comme une résistance caractéristique, il convient de convertir cette dernière en résistance moyenne équivalente* » [41, p. 3.1.2.(2)]. Cette remarque n'est pas d'importance pour les briques de terre cuite puisque l'EN 771-1 exige la déclaration de la résistance moyenne. D'autres normes de la série EN 771 cependant demandent la déclaration de la valeur caractéristique.

moyennes associées aux classes sont identiques. La résistance minimale n'est cependant plus nommée alors que c'était elle qui correspondait au nombre de la classe dans la norme précédente. Par ailleurs, la DIN 20000-401 redéfinit le facteur de forme.

En France, le complément national NF EN 771-1/CN définit les classes de résistance de RC 28 à RC 400 où le nombre correspond à la résistance moyenne en compression¹ exprimée en bar, donc 0.1 MPa. Les briques pleines doivent être au minimum de classe RC 100 [39, p. 15].

EXEMPLE

Sur le marché français on trouve relativement peu de briques pleines qui aient été classées selon la norme française.

Pour donner un exemple, on peut citer une brique vendue sur le marché allemand, la « Poroton-Schallschutzziegel Mz NF-1,8 ». C'est une brique d'une densité moyenne $(1.8 \text{ t/m}^3)^2$, présentant une certaine porosité. Elle est en classe de résistance 20 selon la norme DIN 20000-401 et doit ainsi présenter une résistance à la compression moyenne normalisé f_b de 25.0 MPa.

Selon les données du fabricant, la maçonnerie hourdée au mortier d'usage courant de groupe IIa³ présente alors une résistance à la compression caractéristique de 6.7 MPa. On note qu'elle est environ du quart de celle de la brique.

RÉSISTANCE EN TRACTION

L'évaluation de la résistance à la traction des briques n'est pas normée, ni au niveau européen, ni au niveau national français ou allemand.

Cependant, des essais systématiques ont été effectués entre-autres, par l'université d'Aix-la-Chapelle qui permettent d'établir des relations par rapport à la résistance en compression. Pour des briques pleines, on indique des valeurs relatives à la résistance en compression (valeur mesurée) qui varient de 1% à 8%, avec une moyenne à 4%. La valeur retenue pour

¹ Il n'est pas précisé s'il s'agit de la résistance normalisée ou non-normalisée. Étant donné que c'est la résistance moyenne normalisée qui sert de base au calcul de la résistance caractéristique de la maçonnerie, il ferait du sens que ce soit la valeur normalisée.

² Selon la DIN 105 les classes de densité allaient de 1.2 t/m³ à 2.2 t/m³. La DIN 20000-401 étend la plage de 0.8 t/m³ à 2.4 t/m³.

³ Selon l'annexe nationale allemande à EC6-1 et la norme DIN 18580, un mortier d'usage courant du groupe de mortier (MG) IIa, possède une résistance de compression caractéristique f_m de 5.0 MPa. (cf. [44, p. 12])

établir la résistance caractéristique à partir de la résistance moyenne en compression, est de 3.2% [42, p. 4].

Une valeur de référence pour la résistance caractéristique en traction de la brique serait alors donnée par la relation :

$$f_{b,t,ref} = 0.032 f_{b,moyenne}$$

6.3.1 – Résistance en traction caractéristique de la brique (valeur de référence à vérifier au cas par cas)

Appliqué à l'exemple précédent, elle serait de $0.032 * 25 \text{ MPa} = 0.8 \text{ MPa}$, avec un minimum de 0.25 MPa (1%).

Cette relation est évidemment à vérifier par des essais au cas par cas.

ÉLASTICITÉ

Les normes applicables aux briques de terre cuite ne proposent pas de procédé pour l'évaluation de leur élasticité. L'Eurocode donne cependant des indications pour l'évaluation de l'élasticité de la maçonnerie, comme on l'a vu.

Pour décrire l'élasticité des éléments, on utilise couramment le module d'élasticité sécant correspondant à la déformation pour « *1/3 de la contrainte de rupture* » appliqué selon la normale à la face de pose [41, p. 6].

Évidemment, il varie fortement en fonction des qualités de l'argile, du procédé de fabrication et de la résistance à la compression. Pour obtenir un ordre de grandeur, on peut observer le graphique de contrainte-déformation ci-contre. La relation semble être bien linéaire. La courbe correspond à un module d'environ $4 \text{ MPa} / 0.36 \text{ mm/m} = 11.11 \text{ GPa}$, ce qui correspond au tiers du module moyen d'un béton C30/37.

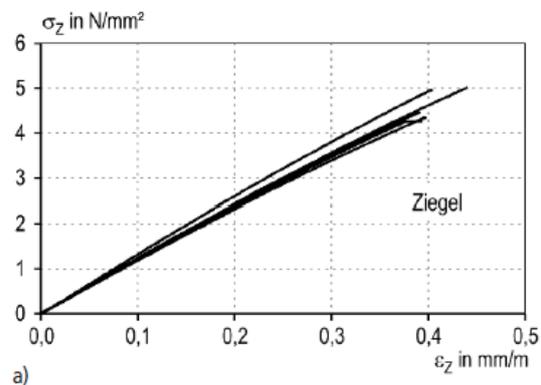


Figure 6.3.2 – Courbe contrainte déformation de briques pleines dans [41, p. 6]

Ailleurs¹, on trouve une fourchette de valeurs entre 4 et 13 GPa. En l'absence de données précises, on doit assumer une relation linéaire entre résistance et module, en sachant que les résistances moyennes varient typiquement entre 4 et 60 MPa. On peut alors émettre une hypothèse par interpolation linéaire.

¹ Cours FS10 de 2002 “Werkstoffeigenschaften” à l’ETHZ.

TAUX INITIAL D'ABSORPTION

Une propriété qui n'est pas de nature mécanique mais qui influe fortement sur la performance de la maçonnerie, est le *taux initial d'absorption*. « *Le taux initial d'absorption (IRA) indique l'aspiration de la brique : un IRA élevé signifie un transfert rapide de l'humidité du mortier à la brique, et donc une liaison affaiblie, tandis qu'un IRA faible pourrait empêcher la brique d'absorber suffisamment d'humidité pour développer une liaison.* » [55, p. 915] La détermination de l'IRA est réglé par l'EN 772-11.

« *Le IRA de briques d'argile se situe généralement entre 0.35 et 3.60 kg/ (m².min)* » [55, p. 919].

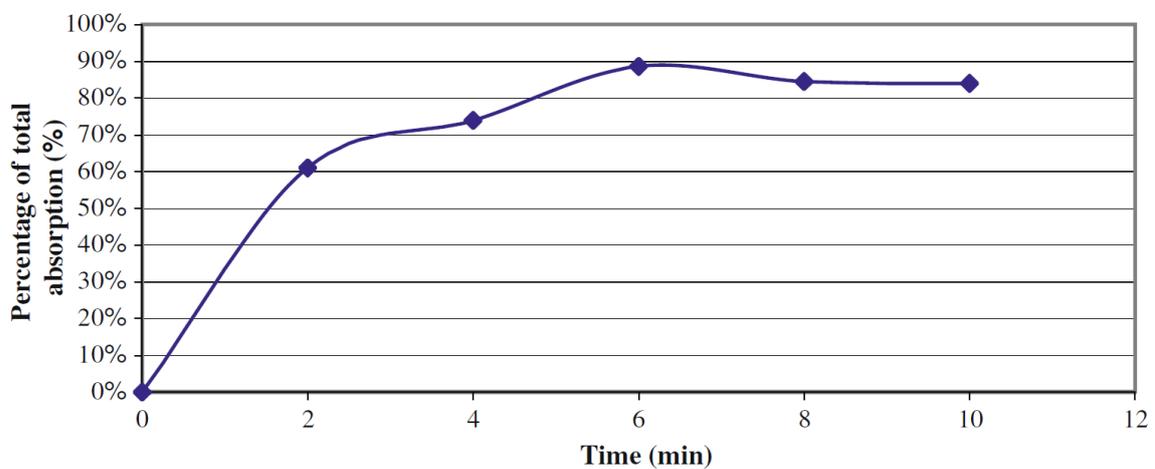


Figure 6.3.3 – Dynamique de l'absorption d'eau par des briques à fort taux d'absorption initial (3.22 kg/(m².min). Dans [55, p. 919].

TERRE CRUE

Les briques de terre crue se présentent soit sous forme pleine ou, pour les briques extrudées, parfois avec des perforations.

Hormis le format, on distingue notamment les briques stabilisées ou non-stabilisées.

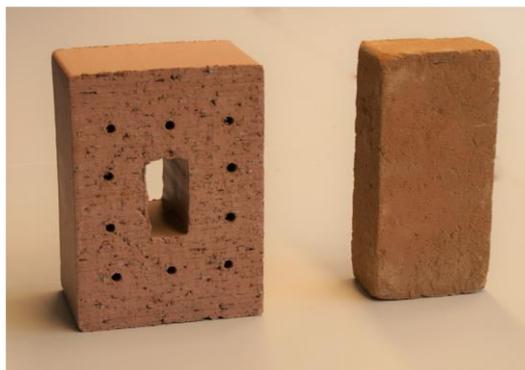


Figure 6.3.4 - Briques de terre crue. A gauche une brique extrudée au format¹ « 3DF » et à droite une brique « frappée en forme » au format « NF ». Dans [56, p. 2].

De par le procédé de fabrication, on distingue les briques ou *blocs de terre compressée* (BTC), les *blocs de terre extrudée* (BTE) et les *briques de terre moulée* (BTM), aussi nommées *adobes*, qui sont généralement renforcées aux fibres végétales.

Comme déjà évoqué au sujet des briques cuites, il existe aussi la technique du *frappage en forme*.

STABILISATION ET IMPACT ENVIRONNEMENTAL

La terre crue non-stabilisée possède sa cohésion grâce à la proportion d'argile qu'elle contient. L'argile fait donc office de liant.

Bien que le terme puisse comprendre un ensemble vaste de techniques, y compris la compression, l'ajout de fibres, etc., communément on entend par stabilisation, l'ajout d'un liant à la terre. Le plus commun est l'usage du ciment, de la chaux ou parfois du bitume.

La stabilisation aux liants vise la réduction de la sensibilité à l'eau et l'augmentation de sa résistance mécanique. Le procédé le plus courant fait appel au ciment dosé à entre 5 et 10% de la masse de la terre, suivi par l'emploi de la chaux, éventuellement accompagné d'un étuvage.

¹ La DIN 1053-1 définit les dimensions standard pour briques cuites et la DIN 18945 pour briques de terre crue.

Des recherches récentes ont porté sur l'utilisation de la pouzzolane naturelle combinée à la chaux aérienne et au plâtre, ce qui semble offrir des résultats assez remarquables notamment pour réduire, voire quasiment supprimer la sensibilité à l'eau. Cf. [57] et [58].

D'autres recherches portent sur l'utilisation de dispersants et de coagulants qui trouvent déjà application dans l'industrie céramique. Ils augmentent temporairement la plasticité de la pâte conduisant à un réarrangement des particules et permettent d'obtenir des densités et donc des résistances plus élevées. Cf. [59].

Les dernières recherches visent avant tout la réduction de l'impact environnemental d'une stabilisation. Il faut noter ici que dans la majorité des situations, les performances d'une terre non-stabilisée sont suffisantes à condition que le matériau soit protégé de l'eau à l'état liquide.

L'impact environnemental de constructions en terre est potentiellement très bas. Il dépend essentiellement de trois facteurs. Les deux premiers sont liés à la fabrication, à savoir le mode de séchage et l'éventuelle stabilisation aux liants hydrauliques. Le troisième est le transport.

Pour donner des ordres de grandeur¹, un panneau préfabriqué en béton armé de 20cm d'épaisseur demande une énergie primaire non-renouvelable d'environ 275 kWh/m² pour sa fabrication et mise en place, hors transports sur le chantier. Pendant sa durée de vie, depuis la fabrication jusqu'à son recyclage, il est responsable pour le rejet d'environ 85 kg/m² de CO₂.

Une brique de terre crue, fabriquée manuellement avec un matériau extrait sur site, et séchée au soleil, ne demande logiquement pas d'énergie primaire et ne cause aucun rejet de CO₂. Elle est donc parfaitement neutre en ce qui concerne son impact climatique.

Comme de nos jours, la transformation des produits en terre est elle aussi, en grande partie mécanisée, on consomme tout de même une certaine quantité d'énergie qu'il faut considérer.

¹ Il faut noter que les valeurs varient d'une base de données à l'autre. Ici on s'est basé sur des fiches d'évaluation fournies par la base de données de référence en France, nommée INIES.

Pour un mur en brique de terre crue non-stabilisée fabriquée industriellement, d'une épaisseur de 34 cm, on doit compter environ 130 kWh / m² pour la fabrication et la mise en œuvre et un rejet équivalent CO₂ de 15 kg/m².

Ce mur en brique de terre crue demande donc environ deux fois moins d'énergie primaire et cause presque six fois moins d'émissions de CO₂ que le panneau béton.

Actuellement, on voit apparaître de nombreux produits de terre stabilisée au ciment. Comme mentionné, le contenu en pourcentage de la masse varie de 5 à 10 %. Il faut savoir qu'un béton courant comporte environ 15%. Le ciment est le constituant qui présente de loin l'impact environnemental le plus grand. Ainsi, une terre stabilisée à 10% est déjà nettement moins performante, voire même moins avantageuse, au niveau de son impact environnemental, qu'un béton. En effet, la terre est généralement utilisée en plus forte épaisseur.

L'avantage doit donc être examiné de près afin que la stabilisation ne soit employée que là où elle est vraiment nécessaire. Dans certaines situations où une stabilisation s'imposerait, un autre matériau comme le béton, peut être à la fois plus écologique et plus économique.

CADRE NORMATIF

Comme mentionné, en France les briques de terre crue stabilisées et non-stabilisées sont encadrées par la norme expérimentale XP P 13-901 – « *Blocs de terre comprimée pour murs et cloisons : Définitions – Spécifications - Méthodes d'essais - Conditions de réception* ». Cette norme a été introduite en 2001 et actualisée en mars 2022.

En Allemagne la DIN 18945 s'applique uniquement aux briques de terre non-stabilisées (cf. [47, p. 4]).

Les deux normes, dans leur version en vigueur, sont semblables sur de nombreux points. Notamment, les classes de résistance et les classes d'application en fonction de l'exposition à l'eau, obéissent approximativement aux mêmes critères, bien qu'elles soient nommées différemment. Dans la XP P 13-901, elles ont été introduites avec la version de 2022.

Comme la norme française concerne également les briques stabilisées, celle-ci prévoit en plus de l'essai de résistance à la compression d'échantillons dans des conditions de température et d'hygrométrie ambiante¹, un essai de résistance avec la brique mouillée².

CLASSEMENT EN FONCTION DE LA RÉSISTANCE À L'EAU

Les deux normes définissent quatre classes d'application listées ci-dessous :

Situation d'exposition	Classe d'application	
	DIN 18945	XP 13-901
Maçonnerie extérieure, sans enduit, exposée	Ia	CL1
Maçonnerie extérieure, enduite, exposé	Ib	CL2
Maçonnerie extérieure et intérieure protégée	II	CL3
Maçonnerie intérieure, sèche (sans mortier)	III	CL4

Table 6.3.1 – Classe d'application en fonction de l'exposition d'après [60, p. 11]

Les critères de classement, à priori³ identiques pour les deux normes, sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

Classe d'application	Immersion (10 min) Pert masse [%]	Contact tissus humide 24h	Résistance à l'absorption une face [heure]	Cycles gel/dégel nb
Ia	≤ 5	Pas de fissures ou de gonflement	≥ 24.00	≥ 15
Ib			≥ 3.00	≥ 5
II	≤ 20		≥ 0.25	x
III	x	x	x	x

Table 6.3.2 – Critères de classement pour classe d'application selon DIN 18945.

¹ Étuvé à 40°C, acclimatation au laboratoire pendant 2 heures, assemblage des demi-briques au mortier après trempage des faces de contact pendant 15 min., puis repos de 24 heures dans un sac étanche. Les instructions concernant le test de résistance sont extraites de l'ancienne norme de 2001. Il faudrait vérifier si ça n'a pas changé dans la version 2022.

² Immersion de 2 heures, assemblage des demi-briques puis 48 heures de repos dans un sac étanche.

³ D'après ce qu'on peut conclure de [61, p. 16]. Je n'ai pas eu accès à la norme française de 2022.

CLASSEMENT EN FONCTION DE LA RÉSISTANCE EN COMPRESSION

Les essais se font pour les deux normes sur une brique divisée en deux et superposée au mortier. La DIN 18945 impose des échantillons conditionnés à 23°C et 50% d'HRA.

Comme nous l'avons déjà évoqué, la DIN 18945 définit 5 classes de résistance à la compression pour briques de terre crue. Le chiffre qui désigne la classe, correspond à la valeur minimale admissible lors de tests en laboratoire. La moyenne minimale est 25% supérieure. Les classes, en fonction des résistances moyennes et minimales, sont exposées par le tableau ci-dessous :

1	2	3
Druckfestigkeitsklasse	Druckfestigkeit f_{st} N/mm ²	
	Mittelwert	Kleinster Einzelwert
2	2,5	2,0
3	3,8	3,0
4	5,0	4,0
5	6,3	5,0
6	7,5	6,0

Table 6.3.3 – Classes de résistance des briques de terre crue non-stabilisée selon DIN 18945

Selon Dirx, la XP P 13-901 définit sept classes de résistance allant de **RC 0** à **RC 6** où le chiffre correspond à la résistance en compression au fractile 5%, exprimée en MPa. RC 0 possède une résistance inférieure à 1 MPa. Dans l'ancienne version, les classes de résistance étaient celles vues dans l'ATEX 2588.

RÉFÉRENCES

Afin de disposer de valeurs de référence nous allons regarder les essais effectués dans le cadre de différents travaux de recherche.

Nicole B. Trujillo, dans le cadre de son doctorat [61], évalue les caractéristiques mécaniques de différents BTC fabriqués artisanalement, stabilisés au ciment et certains, à la chaux. Les résultats de ses essais sont récapitulés dans le tableau en annexe A.6.

Philipp Wiehle & Maximilian Brinkmann effectuent des essais sur deux types de briques de terre crue non-stabilisées, issues d'une fabrication industrielle, dans le cadre d'un programme de recherche porté communément par l'institut fédéral des sciences des matériaux¹, l'université de Darmstadt et le bureau d'études ZRS. Ils en présentent un rapport au congrès international sur la construction en terre² à Weimar en 2020. Les briques testées sont pleines aux formats NF (Normalformat : 240x115x71 mm³) et 3DF (3 Dünnformate : 240 x 175 x 113). La NF est battue en forme, la 3DF est extrudée et comporte des petites perforations (cf. Figure 6.3.4).

Ils testent également des mortiers de terre industriels qui répondent à la norme DIN 18946. Les M2 présentent une résistance à la compression minimale (valeur directement mesurée en laboratoire) de 2 MPa et le M3 de 3 MPa.

Lamayaa Laou, analyse dans le cadre de son doctorat [62] deux types de briques de terre crue non-stabilisées, à l'origine destinées à être cuites. Leur formage se fait selon un procédé industriel.

Les deux dernières recherches s'intéressent plus particulièrement à l'impact de l'humidité sur les caractéristiques mécaniques.

VALEURS DE RÉFÉRENCE

Les résistances à la compression non-confinée obtenues par Trujillo varient entre 3.8 et 11.9 MPa pour les 9 types de BTC stabilisés. Les échantillons ont été conditionnés à 25°C et 20% d'HRA. Même pour un climat très sec, c'est une HRA très faible.

Saturées, les résistances diminuent nettement pour les 5 types qui résistent au test de saturation de 24 heures.

Wiehle & Brinkmann relèvent des résistances moyennes à la compression (50% / 80% d'HRA) pour les briques frappées (4.6 / 3.6 MPa) et extrudées (5.0 / 3.3 MPa).

Le premier type testé par Laou est une brique obtenue par simple moulage (br1) par une briqueterie du nord de la France et le second type de brique (br2) est obtenu par extrusion sous vide fabriqué dans le sud-ouest.

¹ Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)

² 8. Internationalen Fachtagung für Lehm- und Ziegelbau

On note encore que l'anisotropie du matériau est très marquée pour la brique moulée, tandis que le matériau de la brique extrudée sous vide semble quasiment isotrope. On note également que la composition des terres employées pour l'une et l'autre est très différente. Entre autres, le type d'argile dominant dans la br1 est la kaolinite et dans la br2 l'illite.

Laou donne les résultats en fonction de la teneur en eau des briques, variable en fonction de l'humidité relative de l'air.

Sur les courbes de sorption représentées ci-dessous, on peut relever les teneurs maximales en eau correspondant à 50% / 80% d'HRA. Elles sont de 2.7 % / 3.5 % pour la br1 et de 3.9 % / 5.9 % pour la br2.

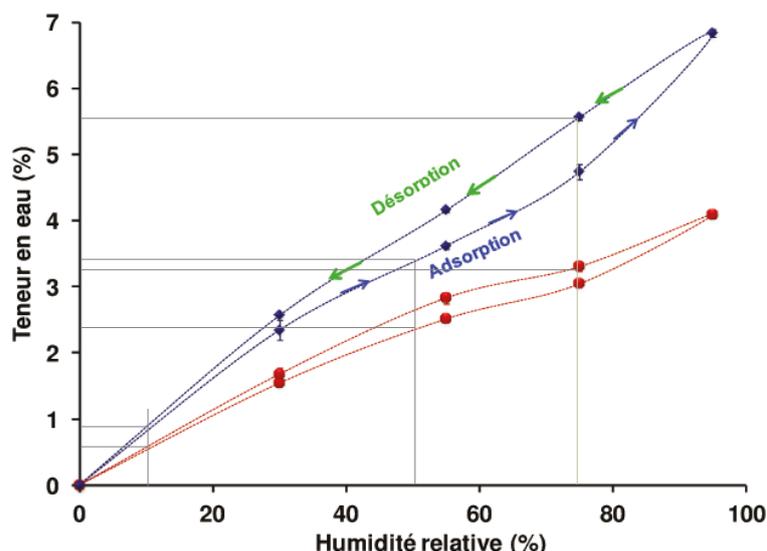


Figure 6.3.5 – Courbes de sorption des deux briques br1 (rouge - dessous) et br2 (bleu - dessus) dans [62, p. 80].

Les résistances à la compression relevées (50% / 80% d'HRA) pour les br1 sont de 2.5 / ~2.0 MPa et pour les br2 de 12.0 / ~8.0 MPa. Les valeurs pour les br2 sont étonnamment élevées pour les briques de terre crue tandis que celles pour les br1 sont assez faibles.

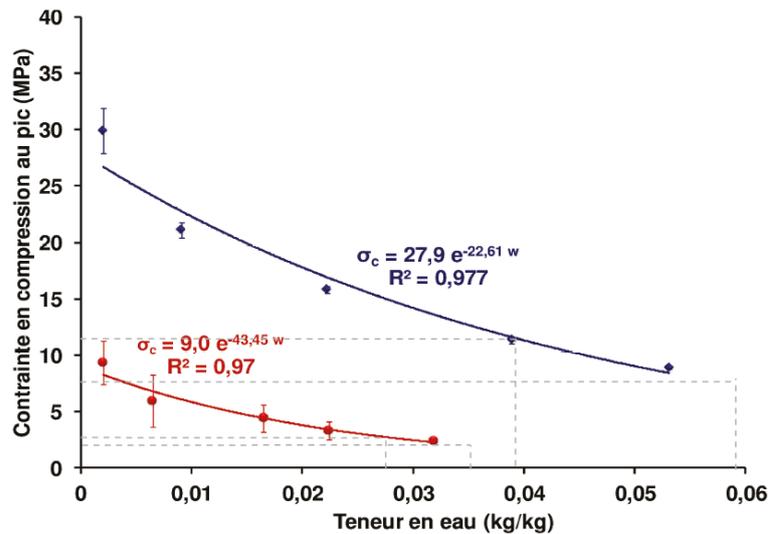


Figure 6.3.6 – Contraintes de rupture en compression pour les briques br1 (rouge - dessous) et br2 (bleu - dessus) en fonction de la teneur en eau, dans [62, p. 116].

RÉSISTANCE EN TRACTION & FLEXION

Comme nous l'avons vu, l'ATEX 2588 admet par défaut une *résistance caractéristique à la traction du bloc* f_{btm} égale à 10% de la résistance caractéristique en compression f_b .

$$f_{btm} = 0.1 f_b$$

Pour une brique avec $f_b = 7.0$ MPa, f_{btm} serait alors de 700 kPa.

VALEURS DE RÉFÉRENCE

Les essais effectués sur des briques stabilisées par Trujillo¹ [61] ont montré en moyenne, une résistance en flexion à hauteur de 5.7 % de la résistance à la compression. Sur 9 types de BTC différents, pour deux, le ratio était inférieur à 2.6 %, alors qu'un seul se situe à 10.34 % et pour les six restants, compris entre 4.5 et 7.8 %.

Pour les deux types de briques adobe, armées à la fibre végétale (paille), ce ratio montait à 23 et 27 %, soit 650 et 490 kPa. Les résistances à la compression de ces briques étaient, avec respectivement 2.8 et 1.8 MPa, relativement basses cependant.

¹ Cf. tableau récapitulatif des essais en annexe A.6.

La NZS 4297 mentionne, comme nous l'avons vu, que dans certains cas, des résistances en traction/flexion jusqu'à 890 kPa ont été mesurées pour des briques stabilisées au ciment.¹ La résistance moyenne la plus élevée mesurée par Trujillo est en effet de 930 kPa, pour un type de brique stabilisée avec 6 % de ciment, dont la résistance moyenne en compression est de 11.9 MPa.

Laou [62, pp. 116,119,121], lors d'essais de flexion 3 points, avec les briques extrudées sous vide (br2), obtient une résistance à la traction d'environ 5 MPa pour une résistance à la compression d'environ 14 MPa, soit un ratio de 36 %. Ici aussi, les valeurs sont étonnamment élevées pour des briques de terre crue. Même pour l'autre brique testée, le ratio est semblable, bien que les résistances soient nettement inférieures avec environ 1.0 MPa en traction et 2.5 MPa en compression. À l'essai brésilien, les résistances en traction sont encore de 1.5 et 0.3 MPa.²

Les valeurs données par Laou sont davantage en phase avec les valeurs observées pour des mortiers de terre, notamment de terres grasses, comme on le verra.

Au regard de ces recherches, la valeur de 10 % de f_b proposée par l'ATEX 2588 semble être dans la moyenne haute. Certains matériaux ne suffiront pas tandis que d'autres, pour lesquelles la composition et le procédé de formage sont optimisés, peuvent largement dépasser cette référence.

CISAILLEMENT

Il est assez difficile de trouver des valeurs pour la résistance au cisaillement de briques de terre crue. Les résistances en cisaillement sont souvent plutôt évaluées pour les maçonneries et dépendent fortement de l'adhérence en cisaillement du mortier sur les éléments.

DÉFORMATION

ÉLASTICITÉ

Autant pour les blocs de terre que pour les mortiers de terre, on peut admettre « *un comportement élastique jusqu'à 1/3 de leur contrainte de rupture* » [63, p. 89].

¹ Cf. [51, p. 23] ou p. 138.

² L'ensemble des valeurs correspondent à une teneur en eau de 3 %.

Selon cette hypothèse, la limite d'élasticité d'un élément de terre serait donnée par l'expression suivante.

$$f_y = \frac{f_u}{3}$$

6.3.2 – Hypothèse de la limite d'élasticité de matériaux de terre en fonction de la résistance ultime, selon Olivier.

En adéquation avec cette hypothèse, la DIN 18945 [47, p. 14] définit le module d'élasticité comme le module sécant à 1/3 de la résistance ultime.

Pour des briques de terre stabilisées à 4% de ciment, Myriam Olivier situe la limite d'élasticité « *à environ 40%* » [64, p. 413] de la résistance ultime.

ÉLASTICITÉ EN COMPRESSION

La DIN 18945 impose un module d'élasticité en compression des blocs supérieur à 750 MPa [47, p. 10].

Valeurs de référence

Les essais de Trujillo¹ ont montré pour les BTC (« *SCEB* ») de fabrication artisanale stabilisés au ciment, des modules d'élasticité en compression entre 800 et 1'282 MPa. En relation aux résistances en compression (entre 6.1 et 8.8 MPa), les modules correspondaient à un facteur compris entre 103 et 197 avec une moyenne de 142.

Trujillo n'a pas mesuré la déformation pour 1/3 de la résistance ultime mais elle s'est appuyée sur la pente de la partie linéaire des courbes contrainte/déformation. Comme on peut le voir sur les courbes illustrant ses essais ci-dessous, la partie linéaire correspond à entre 1/2 et 2/3 de la résistance ultime.

On rappelle que les échantillons ont été conditionnés à 25°C et 20% de HRA (cf. [61, p. 50]).

¹ Cf. tableau récapitulatif des essais en annexe A.6.

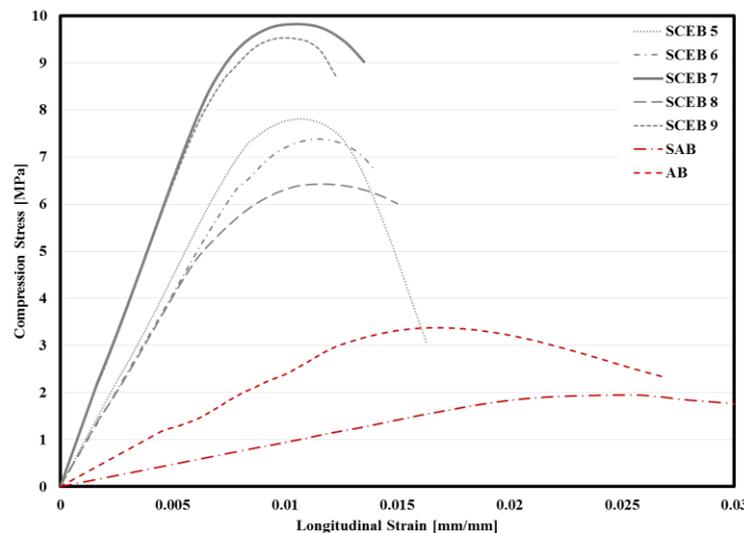


Figure 6.3.7 – Courbe contrainte/déformation des essais de Trujillo [61, p. 129]. « SCEB » sont des BTC stabilisés au ciment, « SAB et AB » des briques adobe.

Wiehle & Brinkmann¹, obtiennent pour des briques non-stabilisées, issus d’une fabrication industrielle, des valeurs nettement plus élevées. Le module est établi pour 1/3 de la résistance ultime.

La valeur moyenne du module d’élasticité pour les briques frappées en forme est de 2’806 MPa à 50% d’HRA et de 1’629 MPa pour 80% d’HRA, soit respectivement un facteur 614 et 449 par rapport à la résistance en compression.

Pour les briques extrudées, le module est avec 3’350 MPa à 50% d’HRA et 1’874 MPa à 80% d’HRA légèrement supérieur. Les facteurs correspondants sont respectivement de 673 et 571.

Les résistances en compression de ces briques non-stabilisées sont en revanche plus faibles² que celles des briques stabilisées analysées par Trujillo.

Bien qu’on ignore l’influence de la composition de la terre dans cette comparaison, on note des valeurs bien plus élevées du module d’élasticité pour les briques fabriquées industriellement, notamment celles qui sont extrudées, et ce même pour une HRA nettement plus élevée.

Les briques de terre manposables de la maison *Briques Technic Concept* (gamme *Flexiterre*) affichent un module d’élasticité de 580 MPa, les blocs de grandes dimensions

¹ Cf. tableau récapitulatif en annexe A.4.

² Résistance moyenne en compression (50% / 80% d’HRA) pour les briques frappées (4.57 / 3.63 MPa) et extrudées (4.98 / 3.28 MPa).

(gamme *Novaterre*) 1'160 MPa (cf. [65, pp. 77-84 & 85-90]). On note que les premières ne seraient pas conformes à la DIN 18945.

La relation étroite entre résistance et élasticité est mise en avant par de nombreux auteurs. Ainsi, pour des briques de terre crue, issues d'une fabrication industrielle, on peut en première approximation retenir un module d'élasticité compris entre 450 et 650 fois la résistance à la compression caractéristique de l'élément.

ÉLASTICITÉ EN TRACTION

Selon les essais brésiliens de Laou, le module d'élasticité en traction est très proche de celui en compression. L'essai brésilien fournit des valeurs avec une variance nettement plus petite que l'essai en flexion trois points. Pour ce dernier, le module en traction serait plus élevé, soit environ du double de celui en compression.

COEFFICIENT DE POISSON & ÉLASTICITÉ TRANSVERSALE

Le *module d'élasticité transversale*¹ Q décrit la dilatation transversale en fonction d'une contrainte axiale de compression. C'est donc le module d'élasticité axial E divisé par le coefficient de poisson ν :

$$Q = \frac{E}{\nu}$$

6.3.3 – Module d'élasticité transversal

Les déformations transversales relatives, élastiques ou plastiques, ont une importance particulière pour l'adhérence au niveau de l'interface entre éléments et mortiers. On abordera cette interaction de façon détaillée au chiffre 6.4.2.

Valeurs de référence

Trujillo ne mesure le coefficient de poisson que pour un seul type de BTC stabilisé avec 10% de ciment. Il présente une résistance à la compression moyenne de 8.8 MPa et un module d'élasticité de 1'275 MPa. Le coefficient de poisson relevé est de 0.233. Comme mentionné, l'ensemble des essais ont été effectués avec des échantillons conditionnés à 20 % d'HRA.

¹ Querdehnungsmodul en allemand

Wiehle & Brinkmann ne donnent pas le coefficient de poisson mais le module transversal. Le coefficient de poisson peut alors se calculer par la formule suivante.

$$\nu = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{\sigma_1/E}{\sigma_1/Q} = \frac{E}{Q}$$

6.3.4 - Coefficient de poisson en fonction de E et Q

Le tableau ci-dessous montre les valeurs moyennes des résultats de leurs essais pour des briques pleines battues en forme et pour différentes HRA.

HRA	E	Q	ν
Humidité relative de l'air	Module d'élasticité axiale	Module d'élasticité transversale	Coefficient de Poisson
%	MPa	MPa	
50%	2806	15743	0.187
65%	2167	16315	0.133
80%	1629	15615	0.104

Table 6.3.4 – Terre crue : Evolution de l'élasticité axiale et transversale en fonction de l'humidité relative de l'air. Valeurs moyennes des résultats des essais sur briques NF par Wiehle & Brinkmann, 2020.

D'une part on remarque la forte diminution du module d'élasticité et, en parallèle, un *module de déformation transversale* qui ne semble pas évoluer, donc un coefficient de poisson qui diminue. En d'autres termes, l'échantillon se comprime davantage axialement alors que la dilatation transversale reste inchangée.

Pour les briques de terre stabilisées à 4% de ciment abordées plus haut, Myriam Olivier admet un coefficient de poisson $\nu = 0.15$ pour un module d'élasticité $E = 3000$ MPa. [64, p. 407]

Selon Schröder, on admet pour de la terre des valeurs $\nu = 0.30 - 0.45$ [53, p. 141].

Il y a donc une assez grande disparité. Nous allons retenir la fourchette $0.10 \leq \nu \leq 0.25$, en cohérence avec les valeurs fournies par les auteurs qui s'appuient directement sur des résultats d'essais. Nous retenons également le fort impact potentiel de l'humidité.

ANISOTROPIE

Laou constate une anisotropie des caractéristiques mécaniques en fonction du mode de fabrication. Les briques formées par moulage simple (br1) montrent étonnamment une forte anisotropie contrairement aux briques extrudées (br2) qui semblent isotropes.

Elle suppose que l'orientation des plaquettes d'argile soit responsable de cette différence, bien que l'orientation soit réputée plus régulière, donc plus anisotrope pour des briques extrudées.

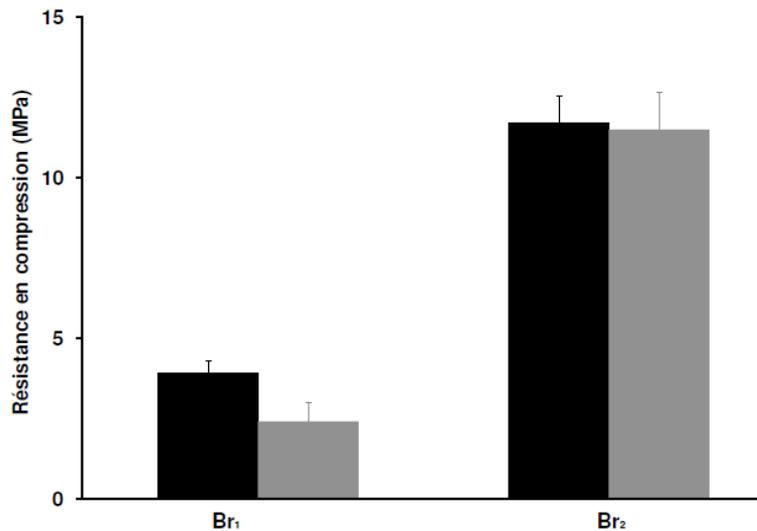


Figure 6.3.8 – « Valeur de contrainte à la rupture en compression des deux briques suivant le sens perpendiculaire (noir) et parallèle (gris) à l'orientation des plaquettes d'argiles » [62, p. 110]

QUALIFICATION DE L'IMPACT DE L'HUMIDITÉ SUR LA RÉSISTANCE MÉCANIQUE

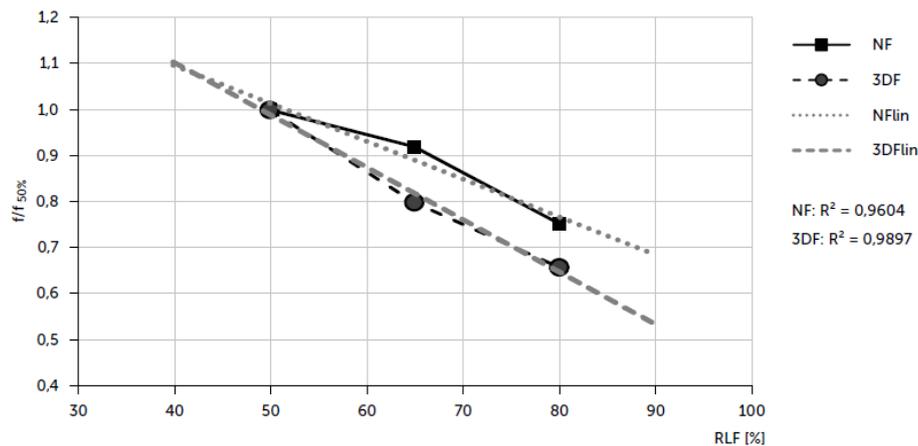
Nous avons vu que les propriétés mécaniques sont fortement dépendantes de la teneur en eau qui elle, dépend de l'HRA.

Comme évoqué, en 2020 Wiehle & Brinkmann ont conduit une série de tests en laboratoire sur des maçonneries et éléments qui la constituent, en cherchant notamment à évaluer l'influence de la teneur en eau dont ils soulignent l'impact/importance :

« Diverses études scientifiques ont pu montrer que les propriétés de résistance et de déformation des matériaux de construction en terre crue, importantes pour le dimensionnement, dépendent fortement de l'humidité prédominante du matériau [5] [7], qui, en ce qui concerne la teneur en eau hygroscopique, est essentiellement déterminée par l'humidité relative de l'air ». [56, p. 1]

Ils concluent que « en augmentant la HRA de 50 à 80 %, la résistance à la compression des briques 3DF diminue d'environ 35 % et celle des briques NF d'environ 25 %. La diminution des modules d'élasticité est un peu plus importante pour la même augmentation de la HRA, avec environ 42 % pour les briques NF et près de 45 % pour les briques 3DF ». [56, p. 4]

Les graphes dans [56, p. 6] établissent une corrélation linéaire entre HRA et résistance à la compression/Module d'élasticité.



Laou, en 2016, avait déjà mise en évidence la corrélation linéaire entre teneur en eau et caractéristiques mécaniques.

Comme nous l'avons déjà vu pour la résistance à la compression, elle établit une relation quasiment linéaire. Ainsi, elle considère que « la résistance au pic en moyenne peut être estimée à 12% pour une variation de teneur en eau de 1% pour les deux briques » [62, p. 115].

Pour être plus précis, elle représente la relation sous forme exponentielle. Elle est de la forme $\sigma = k_1 e^{-k_2 w}$ où k_1 et k_2 sont des constantes positives et w correspond à la teneur en eau en kg/kg. La relation déterminée pour chaque type de contrainte, est indiquée sur les graphiques.

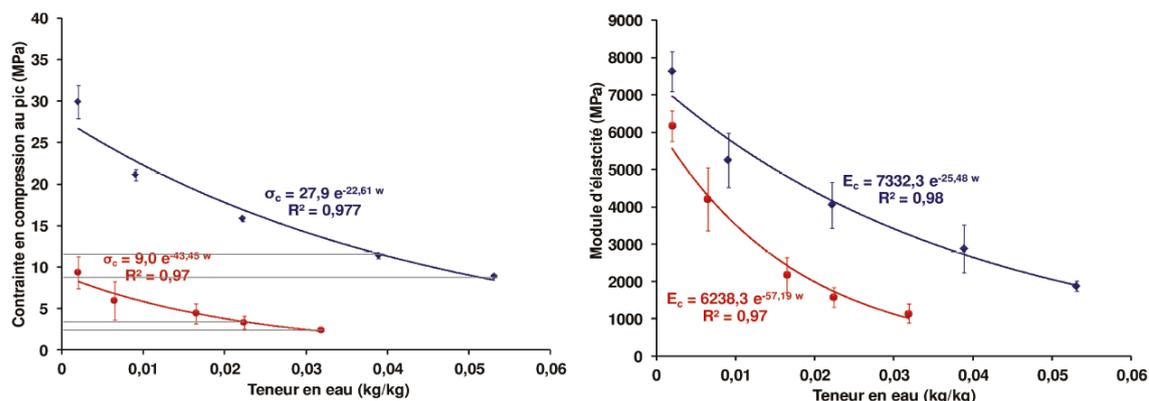


Figure 6.3.9 – Résistance à la compression et module d'élasticité en compression, en fonction de la teneur en eau pour les briques br1 (rouge - dessous) et br2 (bleu - dessus). Dans [62, p. 116].

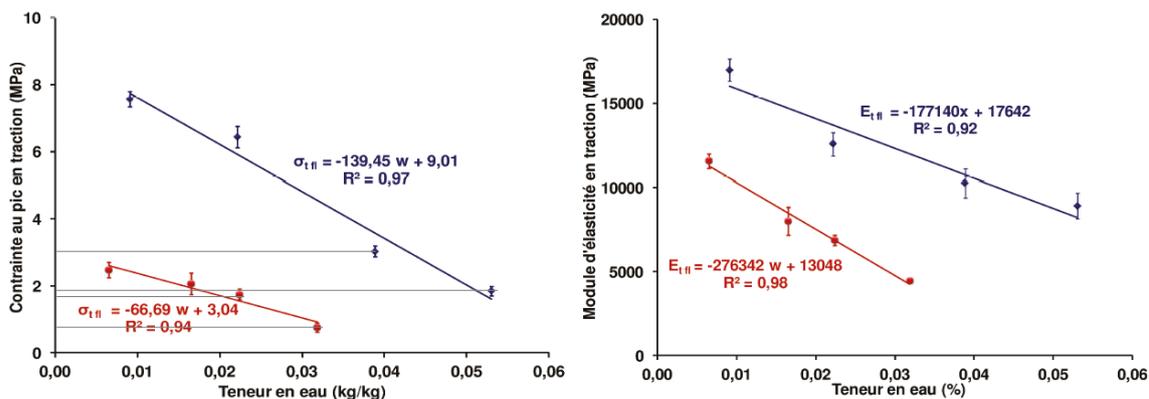


Figure 6.3.10 – Résistance à la traction en flexion et module d'élasticité en flexion, en fonction de la teneur en eau pour les briques br1 (rouge - dessous) et br2 (bleu - dessus). Dans [62, p. 119].

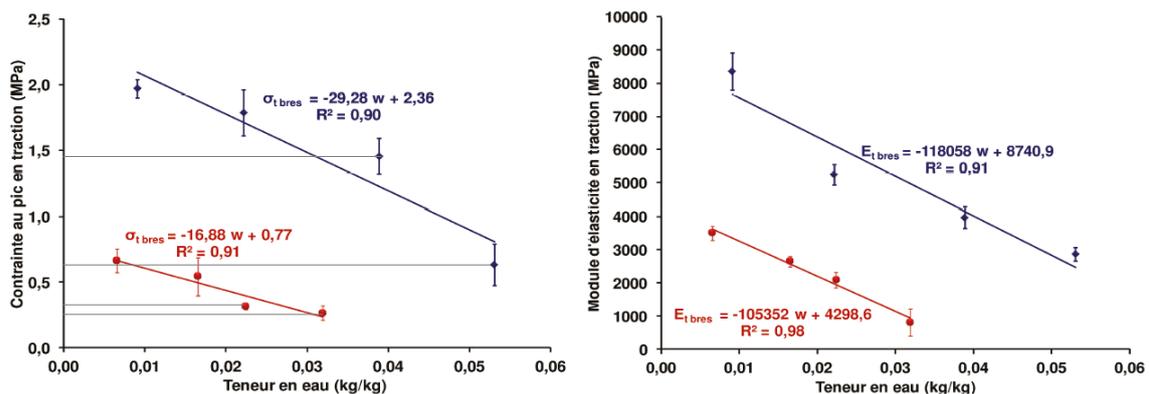


Figure 6.3.11 – Résistance à la traction (essai brésilien) et module d'élasticité correspondant, en fonction de la teneur en eau pour les briques br1 (rouge - dessous) et br2 (bleu - dessus). Dans [62, p. 121].

Pour les essais en flexion et brésilien, les éprouvettes ont été conditionnées à « 8, 30, 55 et 75 % » d'HRA [62, p. 118]. En compression, les éprouvettes ont été testées complètement sèches également.

Dans la pratique, les taux de 55 et 75 % sont d'un plus grand intérêt. Il est effectivement rare de trouver des valeurs plus basses dans un intérieur habité. En extérieur, les 75 % peuvent même être dépassés par les moyennes sur de longues périodes.

L'observation de la diminution des résistances pour ces écarts de l'HRA peut donc être intéressante pour juger l'effet de l'humidité dans des conditions réelles. De plus, une grande partie des essais sur matériaux sont conduits avec des échantillons conditionnés à 50 % d'HRA. Par exemple, la DIN 18945 exige 50 ± 0 % pour les essais en compression.

Pour les essais en compression, Laou donne les valeurs des essais en annexe. Les pertes de résistance en compression, pour une augmentation de l'HRA de 55 à 75 %, sont de 30 % (br1) et 22 % (br2) en référence à la valeur à 55 %. Soit respectivement 15 et 11 % pour une augmentation de 10 % de l'HRA, en assumant une relation linéaire entre résistance et HRA.

En flexion la perte de résistance est de 58 % (br1) et 38 % (br2), soit de 29 % (br1) et 19 % (br2) pour une augmentation de 10 % de l'HRA.

À l'essai brésilien, les pertes sont de 18 % (br1) et 50 % (br2), soit de 9 % (br1) et 25 % (br2) pour une augmentation de l'HRA de 10 %. La valeur pour les br1 est par ailleurs assez étonnante.

Les résultats obtenus en compression sont donc assez cohérents avec ceux obtenus par Wiehle & Brinkmann.

On peut retenir que l'influence de l'HRA sur la résistance peut être approchée par une relation linéaire. La résistance à la compression peut chuter jusqu'à **15 %** pour une augmentation de l'HRA de 10% en se basant sur une valeur à environ 50% d'HRA.

En flexion et traction, selon les moyennes extrêmes des essais de Laou, cette perte de résistance peut être jusqu'à 2.5 fois plus élevée. Elle peut atteindre 29 %.

Une autre source confirme que le rapport entre pertes de résistance à la flexion/à la compression peut être de l'ordre de 7/3, soit 2.5 (cf. [53, p. 152]).

Comme on le verra, Laou démontre une relation quasiment linéaire également pour les mortiers de terre.

6.3.2 MORTIERS ET PROPRIÉTÉS DES INTERFACES

La sécurité structurale des maçonneries d'une façon générale et, comme nous allons le voir, celle des voûtes catalanes en particulier, repose en grande partie sur les qualités de l'interface brique/mortier et notamment sur la bonne adhérence. Ces qualités sont en grande partie déterminées par le mortier et sa mise en œuvre.

Après une brève présentation du cadre réglementaire, nous allons regarder de plus près quels sont les facteurs d'influence et établir des ordres de grandeurs pour les propriétés qui caractérisent le comportement mécanique.

L'Eurocode 6, en combinaison avec la norme EN 998-2, distingue les mortiers selon la *composition apparente* (type) et le *mode de préparation* lié au *niveau de définition de la qualité*.

TYPE : COMPOSITION APPARENTE ET DOMAINE D'EMPLOI

Pour la composition apparente, on distingue :

- *mortiers d'usage courant* (Type **G** – pour General purpose),
- *mortiers de joints minces* (Type **T** – pour Thin)¹,
- *mortiers allégés* (Type **L** – pour Light).

MODE DE PRÉPARATION ET NIVEAU DE DÉFINITION DE LA QUALITÉ

Les mortiers peuvent être dosés et mélangés sur le chantier. Le DTU 20.1 P1-2² parle dans ce cas de *mortier de recette*.

Alternativement, ils peuvent être dosés et mélangés industriellement. Dans ce cas, on les appelle *mortiers performanciels*, s'ils présentent des caractéristiques déclarées, et *mortiers de recette industriels* dans le cas contraire. Le mortier industriel peut être livré comme mélange sec pouvant être gâché sur le chantier ou être livré prêt à l'emploi.

MORTIERS PERFORMANCIELS

Les *mortiers performanciels* doivent nécessairement être issus d'une production industrielle, donc d'un procédé de fabrication standardisé. Il doit garantir un respect précis des dosages et de la réalisation du mélange (appareils et temps). Ils sont soumis à attestation

¹ Couramment aussi appelés *mortier colle*.

² NF DTU 20.1 P1-2 Ouvrages en maçonnerie de petits éléments – Parois et murs, Partie 1-2 : Critères généraux de choix des matériaux

de performance par les fabricants, notamment selon les procédures définies par les normes EN 1015-1 à EN 1015-21.

De base, on admet donc des performances plus élevées pour des mortiers performanciers que pour des mortiers de recette de formulation identique. De plus, les coefficients de sécurité associés au matériau sont plus élevés, comme vu dans le sous-chapitre 6.2.1 (p. 138) sur la maçonnerie traditionnelle, selon EC6.

Les mortiers de type T et de type L, doivent être performanciers [40, p. 3.2.2(3)] et sont donc nécessairement issus d'une production standardisée. Seuls les mortiers d'usage courant (Type G) peuvent être de recette.

La norme EN 998-2 définit plus particulièrement les exigences vis-à-vis des mortiers de fabrication standardisée mais peut « *également être appliquée, en conjonction avec des normes d'application et des prescriptions nationales* » [66, p. 6] aux mortiers préparés sur chantier.

MORTIERS DE RECETTE

Pour les *mortiers de recette*, les caractéristiques sont déduites de la composition. Les normes nationales doivent définir des niveaux de performance en fonction des mélanges et principalement du dosage des liants.

En Allemagne, c'est la « DIN 18580 - Baustellenmörtel » qui associe une classe de résistance aux mortiers de recette (de chantier) en fonction des proportions du mélange. Table 6.3.5 est extrait de cette norme. La classe de résistance est définie en colonne 2 et s'étend de M2.5 à M10.

Angaben in Raumteilen									
Spalte	1	2	3		4	5	6	7	8
Zeile	Mörtel- gruppe MG	Mörtelklasse nach DIN EN 998-2	Luftkalk		Hydraulischer Kalk (HL2)	Hydraulischer Kalk (HL5), Putz- und Mauerbinder (MC5)	Zement	Sand ^a aus natürlichem Gestein	
			Kalk- teig	Kalk- hydrat					
1	I	M 1	1	-	-	-	-	4	
2			-	1	-	-	-	3	
3			-	-	1	-	-	3	
4			-	-	-	1	-	4,5	
5	II	M 2,5	1,5	-	-	-	1	8	
6			-	2	-	-	1	8	
7			-	-	2	-	1	8	
8			-	-	-	1	-	3	
9	IIa	M 5	-	1	-	-	1	6	
10			-	-	-	2	1	8	
11	III	M 10	-	-	-	-	1	4	

^a Die Werte des Sandanteils beziehen sich auf den lagerfeuchten Zustand.

Table 6.3.5 - Composition et proportion des mélanges pour des mortiers d'usage courant. [67]

L'Annexe Nationale Française à la NF EN 1996-1-1 attribue une classe de résistance aux mortiers avec prise en considération du matériau et des unités de maçonnerie. Elle tient donc compte du rapport entre déformabilité des éléments et celle des mortiers qui est directement liée à leur résistance. Comme on l'a déjà suggéré, un trop grand écart entre les deux est défavorable à la résistance de la maçonnerie. On reviendra sur cet aspect au chapitre 6.4.

L'extrait du tableau de l'Annexe Nationale à l'Eurocode 6-1 ci-dessous, présente les valeurs pour les mortiers dans le cadre de la réalisation de maçonneries en terre cuite.

Éléments de maçonnerie		Ciments Courants b) c)	Ciment Prompt naturel	Chaux hydrauliques NHL, NHL-Z, HL ^{a)}	Chaux CL ou DL	Ciments à maçonner 12,5 à 22,5	M
En terre cuite	Mortier de liant pur	300 à 400		350 à 450		350 à 450	M10
	Mortier bâtard (Dosage global 350 Kg/m ³ à 400 Kg/m ³)	100 à 150 150 à 200		250 à 300		150 à 250	

a) Les chaux HL ne seront jamais bâtardées.
b) Les dosages bâtards ne pourront être réalisés qu'à partir de Ciments CEM I et CEM II. Pour les Chaux Hydrauliques NHL, NHL-Z et HL, les classes de résistances à utiliser en fonction des éléments à maçonner sont précisées dans les DTU correspondants.
c) Les ciments autorisés pour la pierre naturelle sont : Les CEM I ciment Portland et CEM II Portland au calcaire (CEM II/A-L, CEM II/B-L, CEM II/A-LL, CEM II/B-LL).

Table 6.3.6 - Extrait du tableau de l'Annexe Nationale à l'Eurocode 6-1 : Dosages en liants et classe de résistance des mortiers de recette, d'usage courant, pour maçonnerie de terre cuite. « Les dosages en liant(s) sont en kg par m³ de sable sec. »

On note que la norme allemande n'admet pas de classe de résistance supérieure à M2.5 pour des mortiers qui ne comportent pas de ciment. Même un mortier de chaux hydraulique HL5 doit être bâtardé au ciment pour atteindre la classe M5. Seul un mortier où le ciment est le seul liant, peut atteindre M10.

L'annexe nationale française admet des mortiers de chaux hydraulique (HL ou NHL). Pour le montage de briques de terre cuite, celles-ci sont toutes classées en M10, au même titre que les mortiers à base de ciment.

CLASSES DE RÉSISTANCE

Les classes de résistance des mortiers sont définies par la norme EN 998-2. Elle renvoie vers la norme EN 1015-2, pour le prélèvement ou la préparation d'échantillons et vers la EN 1015-11 pour la détermination de la résistance en traction-flexion et la résistance en compression.

Klasse	N 1	M 2,5	M 5	N 10	M 15	M 20	M d
Druckfestigkeit N/mm ²	1	2,5	5	10	15	20	d
d eine vom Hersteller angegebene Druckfestigkeit, die höher als 20 N/mm ² (in Stufen von 5 N/mm ²) ist.							

La classe correspond à la **résistance minimale** en compression. « *La résistance à la compression ne doit pas être inférieure à la résistance à la compression déclarée ou à la classe de résistance à la compression déclarée.* » [66, p. 11]

Selon l'EN 1015-11, le protocole de test doit mentionner la résistance moyenne en plus des résistances individuelles des échantillons.

Les échantillons pour le test en flexion 3 points sont de dimension 40*40*160 mm³. Pour l'essai en compression, ces échantillons sont cassés au milieu de façon à obtenir deux moitiés. La hauteur et petite largeur sont alors de 40 mm. Les plaques limitent les surfaces d'introduction de la charge à 40*40 mm².

DIFFÉRENCIATION DES MORTIERS PAR LE LIANT ET PROPRIÉTÉS

Les règlements et normes applicables dans le cadre des vérifications aux Eurocodes concernent essentiellement les mortiers courants tels que les mortiers de ciment, les mortiers de chaux et les mortiers bâtards chaux-ciment. Les mortiers de plâtre ou de terre cependant, ne sont communément pas considérés comme des matériaux structurels.

L'utilisation structurelle du plâtre n'est pas réglementée. Néanmoins, il est historiquement employé pour le montage de maçonneries porteuses, notamment dans des climats secs. Il présente des caractéristiques mécaniques assez remarquables mais reste très sensible à l'eau. Humide, il montre un comportement viscoélastique, comme on le verra.

Les mortiers de terre ne font pas non-plus l'objet d'une réglementation européenne mais depuis 2018, une norme DIN [48] en encadrent la fabrication, les déclarations de performance et leur aptitude à servir pour la réalisation de maçonneries porteuses. La NZS 4297 [50] et la récente ATEX 2957 [65] admettent également des mortiers de terre structurels.

Comme mentionné, le plâtre est utilisé pour le montage de la première couche des voûtes catalanes où il est appliqué entre chants et entre bouts des briques.

Traditionnellement, les voûtes étaient ensuite complétées au mortier de chaux et, actuellement, aussi au mortier de ciment ou mortier bâtard chaux-ciment.

Lorsque la voûte est réalisée en briques de terre crue, on peut imaginer l'emploi d'un mortier de terre, tel qu'il est traditionnellement utilisé pour les voûtes nubienne. La succion permet d'obtenir une « *adhérence instantanée* » [68, p. 51], comme c'est le cas avec le plâtre.

Afin de pouvoir effectuer le choix le plus judicieux quant à la combinaison brique et mortier, nous allons brièvement aborder les principales caractéristiques de ces types de mortiers.

MORTIERS COURANTS – MORTIERS DE CIMENT

Les mortiers de ciment sont les plus couramment utilisés pour les maçonneries porteuses et leurs performances mécaniques sont bien étudiées et cernées par les normes. Ce sont les mortiers qui développent la résistance à la compression la plus élevée et font prise très rapidement. Comme les bétons, ils offrent une résistance de plus des 2/3 de la résistance finale au bout de 7 jours.

Comme nous l'avons déjà évoqué, l'annexe nationale française à l'EC6-1, différencie les mortiers de recette en fonction du matériau des unités de maçonnerie. On peut constater que la formulation des mortiers tient compte de la rigidité des éléments. Plus les blocs sont durs, plus les dosages en liant sont élevés.

Les raisons pour cette différenciation ne sont pas données, mais on peut supposer que, d'une part, le dosage plus élevé doit augmenter l'adhérence sur des matériaux moins poreux et d'autre part, augmenter la rigidité des mortiers. Bien qu'il faille remarquer que le choix du granulat a une grande influence sur l'élasticité, les mortiers allégés sont ainsi généralement bien plus élastiques.

Pour les mortiers d'usage courant, la relation entre résistance à la compression et élasticité a été évaluée par des essais, dont les résultats sont exposés par les graphiques ci-dessous.

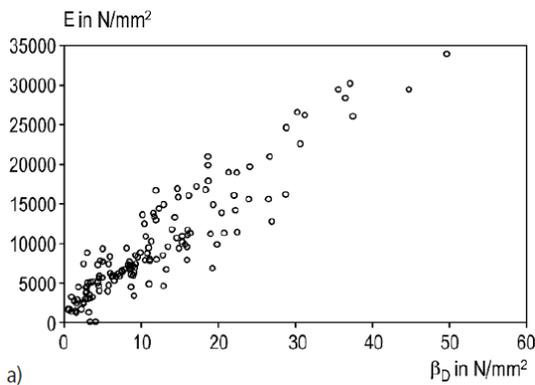


Figure 6.3.12 - Mortier d'usage courant – Résultats d'essais mettant en relation le Module d'élasticité E et la résistance à la compression β_d . (Dans [41, p. 9])

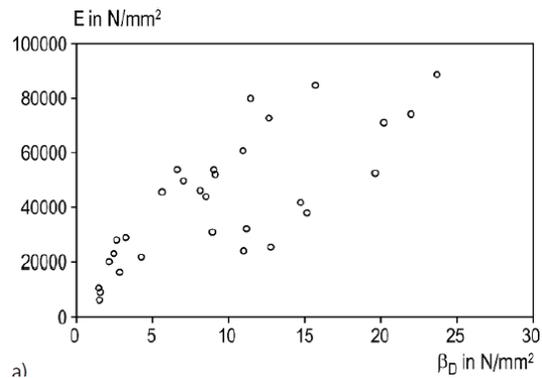


Figure 6.3.13 - Mortier d'usage courant - Résultats d'essais mettant en relation le Module d'élasticité transversal $E_t = \frac{E}{\nu}$ et la résistance à la compression β_d . (Dans [41, p. 9])

Selon Jäger, on peut admettre les relations suivantes entre résistance à la compression et module d'élasticité.

$$E = 2100f_m^{0.7}$$

En première approche, on pourrait alors admettre les modules d'élasticité suivants pour différentes classes de mortier.

Classe de résistance	Module d'élasticité
M 2.5	4.0 GPa
M 5	6.5 GPa
M 10	10.5 GPa
M 20	17.1 GPa

Le module du mortier M10 est très proche des 11.1 GPa qu'on peut admettre pour des briques de terre cuite, comme nous l'avons vu.

INCONVÉNIENTS DES MORTIERS DE CIMENT

Pour différentes raisons, le choix peut être porté sur d'autres types de mortiers, plus souples, plus déformables ou qui présentent une certaine capacité d'auto-cicatrisation.

Des matériaux plus souples, tel que les blocs de pierre calcaire tendre ou la brique de terre crue ($1 \text{ GPa} < E < 4 \text{ GPa}$), demandent un mortier plus souple. Autant les déformations instantanées que le fluage pourrait faire apparaître des incompatibilités aux interfaces avec un mortier très rigide, endommager l'élément et réduire la résistance de la maçonnerie.

Les ouvrages pour lesquelles on doit s'attendre à de légères déformations, par une mise en charge progressive propre au chantier, peuvent mieux accompagner le mouvement si la prise du mortier est lente et accroît progressivement avec les mois et les années.

Si on intervient sur des bâtiments anciens qui, de par leur mode de fondation et des matériaux mis en œuvre, se déforment généralement sur le très long terme, les mortiers doivent posséder une certaine capacité de déformation et d'auto-cicatrisation telle que c'est le cas pour certains mortiers de chaux ou de terre, par exemple.

La pâte de mortiers de ciment est en général relativement peu plastique. À l'état frais, les grains se séparent relativement facilement et le mortier est peu onctueux. De ce fait, il adhère également moins bien aux supports. L'effet de la succion est nettement moins prononcé que pour d'autres types de mortier. L'obtention d'une bonne adhérence à la mise en œuvre est

souvent conditionnée par une légère compression dynamique du mortier contre le support. Ainsi, on donne de légers coups avec le manche de la truelle sur une brique après l'avoir posée dans son lit.

Afin d'obtenir des mortiers frais d'une meilleure plasticité et qui adhèrent mieux, on recourt fréquemment à l'addition de chaux.

Appliqué en revêtement, le mortier de ciment peut causer des problèmes lorsqu'il est combiné à des matériaux plus perméables à la vapeur d'eau, d'autant plus si ces matériaux sont sensibles à l'eau. C'est le cas des enduits, mais peut aussi toucher des maçonneries telles que celle typique de la voûte catalane, où les couches de mortier entre lits sont continues. Dans le pire des cas, la vapeur d'eau condense au droit du mortier de ciment, par lequel elle est freinée, et imbibe la maçonnerie. Si le matériau est soluble, tel que la terre crue non-stabilisée ou gélif et exposé au gel, les conséquences peuvent être dramatiques et conduire jusqu'à la ruine de la structure.

MORTIERS DE CHAUX

Les mortiers de chaux offrent une assez grande polyvalence. Pour cette raison, ils seront abordés de façon plus détaillée dans ce qui suit.

Par leurs élasticité et résistance ajustables selon les formulations, ils sont autant compatibles avec des matériaux tendres qu'avec des matériaux plus dures.

Leur prise se fait progressivement à travers les réserves de chaux active $(Ca(OH)_2)$ qui ne diminuent que lentement, leur conférant une certaine déformabilité au jeune âge et un pouvoir d'auto-cicatrisation.

Les mortiers sont onctueux et d'une bonne plasticité, favorable à la bonne adhérence.

Leur bonne perméabilité à la vapeur d'eau permet de les combiner aussi avec des matériaux sensibles à l'eau.

CADRE NORMATIF

Les chaux sont normalisées selon l'EN 459 de 2012 qui présente trois parties.

L'EN 459-1 définit les deux familles de chaux de construction : les chaux aériennes et les chaux hydrauliques.

L'EN 459-2 « *traite des modes opératoires des essais permettant de mesurer les caractéristiques des produits* » [69, p. 3].

L'EN 459-3 « *spécifie les règles à appliquer pour l'évaluation de la conformité* » [ibidem].

FAMILLES ET TYPES DE CHAUX

Les *chaux aériennes* (ou chaux grasses) durcissent exclusivement au contact avec le CO_2 présent dans l'air.

On distingue la *chaux vive*, désignée **Q**, constitué d'Oxide de Calcium (CaO) et la *chaux hydratée*, désignée par **S**. Il s'agit d'une chaux vive « éteinte » par une réaction avec l'eau qui produit de l'hydroxyde de calcium $CO(OH)_2$.

Les chaux aériennes sont classées en fonction de la teneur en chaux libre (CaO ou $Ca(OH)_2$). La granulométrie et, pour les chaux vives, la réactivité, sont d'autres critères de classement.

Les *chaux hydrauliques* sont « *constituées principalement d'hydroxyde de calcium, mais aussi de silicates de calcium et d'aluminates de calcium* » [69, p. 4]. Les silicates de calcium (notamment le silicate tricalcique Ca_3SiO_5) et les aluminates de calcium (notamment

l'aluminate tricalcique $3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3$ ¹ réagissent avec l'eau pour former des hydrates. Le silicate de calcium hydraté $((\text{CaO})_n\cdot\text{SiO}_2\cdot(\text{H}_2\text{O})_m$ - notation cimentière C-S-H) constitue également le principal produit de l'hydratation du ciment Portland et contribue en bonne partie à la résistance des matériaux à base de ciment.

Lorsque les silicates sont obtenus par la cuisson conjointe de calcaire (CaCO_3) et d'argile² qui provient d'impuretés naturelles de la roche calcaire, on parle de *chaux hydraulique naturelle* (NHL).

Les deux autres types, la *chaux hydraulique* (HL) et la *chaux formulée* (FL) sont, les deux, des liants recomposés.

Le type FL (ancienne appellation NHL-Z) peut contenir des liants hydrauliques et pouzzolaniques qui doivent être déclarés par le fabricant.

Le type HL peut contenir tout type d'additif, y compris ciments, laitiers de hauts-fourneaux ou cendres volantes que le fabricant n'est pas tenu de déclarer.

CLASSES DE RÉSISTANCE

Pour les chaux hydrauliques naturelles (NHL) la norme EN 459-1 distingue trois classes de résistance qui correspondent d'une part, à la résistance minimale en compression à 28 jours d'un « mortier standard » et d'autre part, à la quantité d'hydroxyde de calcium libre. Le tableau ci-dessous présente les classes de résistance.

Table 2: NHL classification and tolerances according to EN 459-1:2010

Lime type	Available lime as $\text{Ca}(\text{OH})_2$	Minimum compressive strength at 28 days - tolerance values in brackets (MPa)
NHL2	≥ 35	2 (2-7)
NHL3.5	≥ 25	3.5 (3.5-10)
NHL5	≥ 15	5 (5-15)

Figure 6.3.14 – Classification des chaux hydrauliques naturelles en fonction de la teneur en $\text{Ca}(\text{OH})_2$ libre et de la résistance en compression des « mortiers standards ». La teneur est à priori exprimé en % de masse mais ce n'est pas précisé. (Dans [70, p. 6])

¹ « En accord avec sa basicité élevée, l'aluminate tricalcique réagit le plus fortement avec l'eau de tous les aluminates de calcium, et il est également la plus réactive des phases de clinker Portland. Son hydratation en phases de la forme $\text{Ca}_2\text{AlO}_3(\text{OH}) \cdot n\text{H}_2\text{O}$ conduit au phénomène de "flash set" (prise instantanée), et une grande quantité de chaleur est générée. Pour éviter cela, les ciments de type Portland comprennent une petite addition de sulfate de calcium (généralement 4 à 8%). Les ions sulfate en solution conduisent à la formation d'une couche insoluble d'ettringite ($3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{CaSO}_4 \cdot 32 \text{H}_2\text{O}$) sur la surface des cristaux d'aluminate, les passivant. L'aluminate réagit alors lentement pour former la phase AFm $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{CaSO}_4 \cdot 12 \text{H}_2\text{O}$. Ces hydrates contribuent peu au développement de la résistance. » cf. https://stringfixer.com/fr/Tricalcium_aluminate

² La kaolinite, par exemple, est un silicate d'aluminium hydraté de formule $\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$.

La teneur en silicates, responsable du développement de la résistance à court terme, augmente donc avec la classe. En revanche, la teneur en hydroxyde de calcium diminue et avec elle, l'accroissement de la résistance sur le long terme (au-delà de 28 jours).

Comme le montre une étude menée en 2016 au sein de l'université de Bath, la classification imposée par la norme, peut facilement induire en erreur. Selon l'étude, ni les valeurs de résistance obtenues pour des « mortiers standard », ni celles des « mortiers d'usage courant » correspondent aux résistances déclarées. Le graphique ci-dessous montre que les résistances à 28 jours sont assez proches indépendamment du liant utilisé. Plus notable, certains n'atteignent pas la résistance déclarée. Pour le « mortier d'usage commun », aucun mortier ne satisfait l'exigence et pour la formulation standard, le NHL5 présente une résistance inférieure.

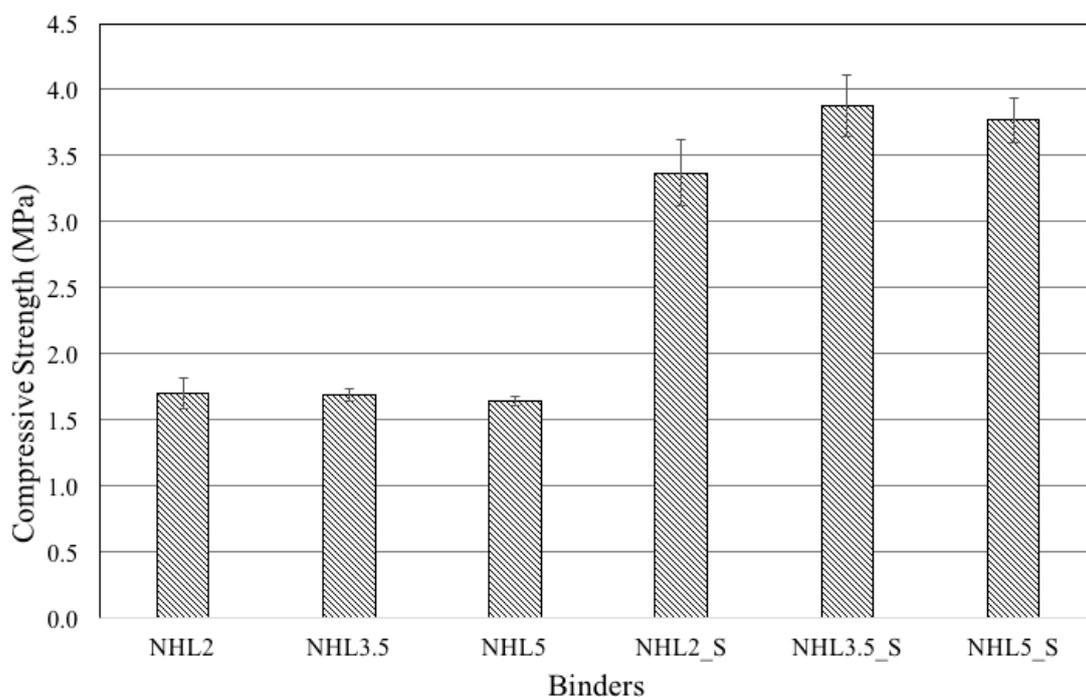


Figure 6.3.15 – Résistance à la compression à 28 jours d'échantillons de mortier NHL d'usage courant (sans suffixe) et standard (suffixe S). Essais réalisés selon EN 1015-11.

La formulation des « mortiers standard » est définie par la norme EN 459. Comme le remarquent les auteures de l'étude, le ratio eau/liant (w/b) est trop faible pour obtenir un mortier de bonne consistance.

Table 7. Standard formulations components

Binder	Binder (g)	Sand (g)	Water (g)	w/b
NHL2_S	450	1350	248	0.55
NHL3.5_S	450	1350	270	0.60
NHL5_S	450	1350	270	0.60

Figure 6.3.16 – Formulation des « mortiers standard » à utiliser pour la préparation des échantillons selon EN 459 (Dans [70, p. 9]).

Les auteurs de l'étude de Bath proposent alors la formulation suivante afin de vérifier la performance dans des conditions réelles de restauration.

Table 6. Common formulations characteristics (1:2 b/a volumetric formulation)

Binder	Binder (g)	Sand (g)	Water (g)	b/a (w/w)	Spread (mm)	w/b
NHL2	2640	11676	2508	1:4.42	160	0.95
NHL3.5	2420	11852	3178	1:4.90	161	1.31
NHL5	2475	11923	2930	1:4.82	156	1.18

Figure 6.3.17 – Formulation des mortiers « d'usage courant en restauration » utilisé pour les échantillons de Figueiredo et all. (Dans [70, p. 9]).

Comme mes propres expériences l'ont montré, un mortier de chaux NHL 3.5 (de Saint-Astier) dosé à 350 kg/m³ de sable sec demande un ratio eau/chaux de 0.85 afin d'obtenir une consistance onctueuse nécessaire au rebouchage. Il est projeté à la truelle et doit adhérer sans couler même pour des épaisseurs de plusieurs centimètres.

On note que le ratio eau/liant proposé par les chercheurs est nettement plus élevé que celui de mes propres essais. Pour un NHL 3.5, il est de 1.31 contre 0.85. Ce ratio correspond à plus du double de celui préconisé pour le « mortier standard ».

Pour une chaux NHL 3.5 de Saint-Astier, cette quantité d'eau conduirait certainement à une fissuration à la prise à moins que le matériau support retire une partie importante de l'eau rapidement, ce qui ne devrait pas être le cas s'il a convenablement été humidifié avant application.

Pour situer les formulations des essais de Bath dans un contexte pratique, évaluons les dosages d'un mortier de recette correspondant. La densité d'un sable sec non compacté est d'environ 1600 kg/m³. Pour le mortier à base de NHL 3.5, le poids de sable utilisé correspond à un volume de 7.4 litres et donc le dosage en chaux à 327 kg/m³ de sable sec.

Les dosages de chaux sont du même ordre pour les autres types de NHL. Ils sont légèrement inférieurs au dosage minimal de 350 kg/m³ prescrit par l'annexe nationale française à l'EC6-1 pour le montage d'une maçonnerie en briques de terre cuite. Le dosage des « mortiers standards » est au contraire avec 533 kg/m³ au-delà de la limite supérieure de 450 kg/m³.

Bien que le ratio eau/liant, ne soit pas adapté au montage de maçonneries, l'observation de l'évolution de la résistance au cours du temps présenté par l'étude de Bath, permet de faire un autre constat intéressant. La résistance augmente considérablement au-delà de 28 jours. Particulièrement celle du mortier à base de NHL 2.5 qui dépasse celle des NHL 3.5 et NHL 5.0. Cette différence peut s'expliquer par la carbonatation lente de l'hydroxyde de calcium libre, présente en plus grande quantité dans la NHL 2.5.

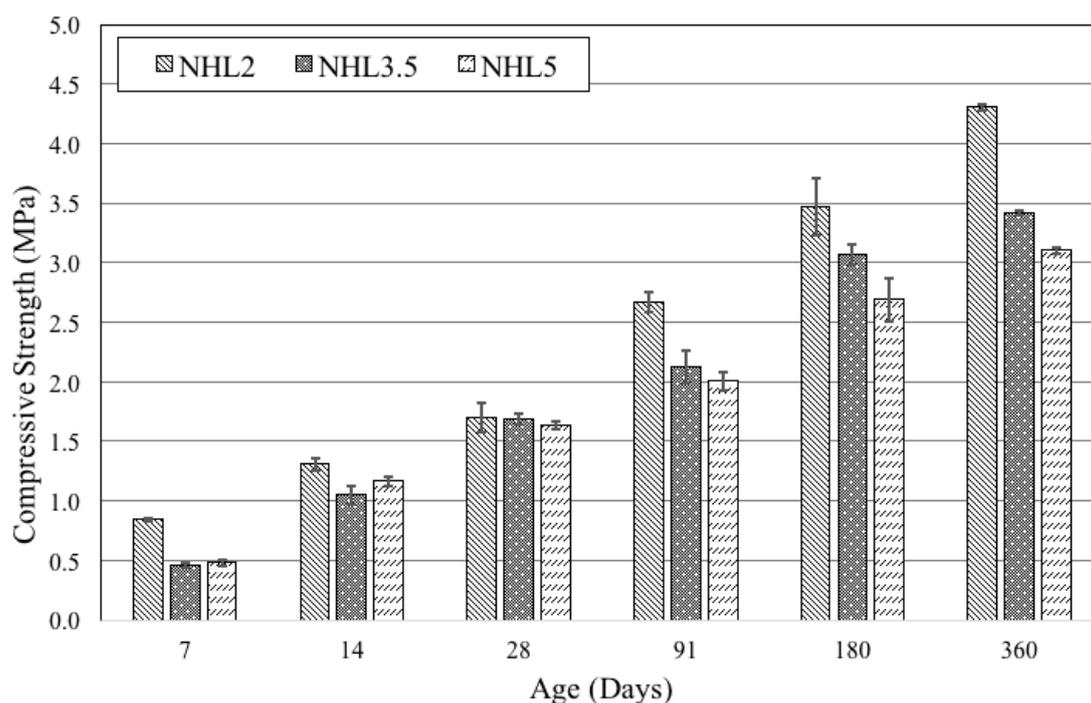


Figure 6.3.18 – Évolution de la résistance des mortiers « d'usage courant en restauration ». Dans [70, p. 11].

On retient que la classification des mortiers NHL telle que préconisée par l'EN 459 n'est absolument pas représentative de la performance des mortiers. À long terme, les mortiers à base de NHL 2.5 semblent pouvoir développer une résistance bien au-delà de la classification. Les mortiers à base de NHL 3.5 et NHL 5, cependant, n'atteignent pas

nécessairement la performance affichée, du moins si le ration eau/liant est élevée, comme cela peut être exigé par certaines applications pratiques.

Par ailleurs, la performance dépend aussi fortement de la qualité du sable utilisée. À défaut de disposer de résultats d'essai plus proches des dosages utilisables sur chantier, il convient donc d'effectuer des essais avec le sable, le liant et les éléments prévus. Les essais doivent dans la mesure du possible, refléter les caractéristiques à long terme.

RÉSISTANCE À LA TRACTION EN FLEXION/ADHÉRENCE DU MORTIER

Une étude effectuée en 2008 au Trinity College à Dublin, cherche à qualifier l'adhésion entre mortiers de chaux hydraulique naturelle et briques de terre cuites (fortement absorbantes). L'étude montre l'existence d'une relation directe entre adhérence des mortiers à base de NHL et la capacité de rétention d'eau du mortier. C'est la capacité du mortier frais de retenir l'eau à la mise en contact avec un matériau absorbant.

Les essais mesurent la résistance en flexion, pour plan de rupture parallèle aux lits de pose, désigné f_{xk1} par l'EC6-1 [40, p. 3.6.4]. Pour référence, l'EC6 donne, pour la liaison brique-mortier d'usage courant, la valeur caractéristique de 0.1 MPa en l'absence de résultats d'essai spécifiques. Cette valeur est également adoptée par l'annexe nationale française.

Les essais ont été exécutés conformément à l'EN 1025-5 avec quelques modifications mineures (cf. [55, p. 916]).

Les briques utilisées présentent les caractéristiques suivantes [55, pp. 915, 917]:

- Surfaces rugueuses à forte porosité
- Un taux d'absorption initial élevé (3.22 kg/(m²min) sur une échelle de valeurs courantes pour des briques de terre cuite entre 0.35 et 3.35)
- Dimensions : 67 * 218 * 104 mm³ ; 10 perforations verticales de 10.7mm de diamètre
- Une densité rapportée au volume brut de 1.55 t/m³
- Résistance à la compression moyenne de 23.1 MPa



Figure 6.3.19 – Appareillage d'essai utilisé pour les essais de type « bond wrench ». Dans [55, p. 917].

Les briques ont été préparées avant assemblage par immersion pendant 3 min, 20 min avant leur montage, de façon à obtenir une saturation à environ 70%.

Des essais sont effectués avec 9 mortiers différents, confectionnés avec des NHL des 3 classes de résistance, chacun avec 3 ratios eau/liant qui visaient l'obtention des mesures d'étalement¹ de 165, 185 et 195 mm. L'étalement est mesuré conformément à l'EN 459-2. Pour tous les mortiers, le ratio de masse granulat / liant est de 2.5 / 1, ce qui correspond à un dosage au volume de sable² de 640 kg/m³, une valeur très élevée.

Le tableau ci-dessous présente l'ouvrabilité, la teneur en eau et la rétention d'eau des mélanges testés. Le ratio eau/liant est hypothétique (cf. note 2).

¹ « Ausbreitmaß » en allemand, « initial flow » en anglais.

² 1kg de liant pour 2.5 kg de sable, soit avec une densité de 1.6 kg/litre, 1kg de liant pour 1.5625 litres de sable.

Mélanges de mortiers

Désignation du mélange	Étalement ¹	Teneur en eau	Retention d'eau	Commentaire des auteurs sur l'ouvrabilité	Hypothèse Ratio eau/liant ²
	mm	%	%		
NHL2a	165	17.1	96.3	Good consistency, easy to work with	0.72
NHL2b	185	18.5	97.6	Quite fluid, hard to work with	0.79
NHL2c	195	18.7	99.5	Extremely fluid, very difficult to work with	0.81
NHL3.5a	165	13	94.3	Slightly dry	0.52
NHL3.5b	185	15.4	93.2	Slightly fluid	0.64
NHL3.5c	195	15.7	94.2	Quite fluid, hard to work with	0.65
NHL5a	165	14.9	94.6	Slightly dry	0.61
NHL5b	185	15.8	95.1	Good consistency, easy to work with	0.66
NHL5c	195	17	94.2	Slightly fluid	0.72

¹ Remplissage cône puis étalement sur une table à choc par lâcher (chute de 10mm; 1 choc par seconde pendant 15 secondes)

² Les auteurs affirment que la teneur en eau est exprimé en relation à la masse de liant. Au vu des faibles taux c'est impossible. Même exprimé en relation au mélange sable + liant, les taux seraient très bas (entre 0.45 et 0.65). Dans l'hypothèse que le pourcentage se réfère à la masse totale, la ratio serait celui de la dernière colonne. A ce moment, les valeurs médianes données pour la NHL3.5 et la NHL 5, correspondent assez précisément aux ratios préconisés par la norme EN 459 pour la confection de "mortiers standard" destinés aux essais. Pour la NHL2 cependant, ils sont nettement plus élevés.

Rappelons que le ratio qui conduisaient à une consistance onctueuse dans l'essais pour un mortier de rebouchage jeté à la truelle, avec une chaux NHL3.5, était de 0.85.

Table 6.3.7 – Mélanges de mortiers NHL testés par Pavia & Hanley

La plus grande adhésion à 28 jours est obtenue pour la NHL 3.5. Le mortier le plus sec est clairement le moins performant (env. 0.2 MPa). Les deux préparations avec une consistance « légèrement fluide » et « nettement fluide » sont les deux les plus performants avec des valeurs proches de 0.6 MPa.

Il faut noter que les auteurs observent la formation de tenons de mortier à l'intérieur des perforations de la brique qui ont pu augmenter l'adhérence mesurée, notamment pour les préparations les plus fluides.

Pour l'ensemble des essais, la rupture s'est produite à l'interface brique / mortier et jamais à l'intérieur du mortier lui-même.

Mix by binder	Average failure load (N)	COV (%)	Flexural tensile strength (MPa)	COV (%)
NHL2a	282.5	31.4	0.276	32.6
NHL2b	344.4	17.9	0.339	18.5
NHL2c	425.0	20.5	0.421	21.1
NHL3.5a	205.4	23.3	0.198	24.6
NHL3.5b	590.6	19.7	0.589	20.1
NHL3.5c	607.5	15.7	0.606	16.0
NHL5a	329.6	32.8	0.324	33.9
NHL5b	502.7	25.5	0.500	26.1
NHL5c	481.4	16.0	0.478	16.4

Table 6.3.8 - Valeurs moyennes et coefficients de variation des charges de rupture et des contraintes correspondantes pour les essais de résistance en flexion, pour plan de rupture parallèle aux lits de pose. Dans [55, p. 920] Meilleures consistances surlignées.

Le rapport direct entre rétention d'eau du mortier et adhérence ne se vérifie à priori que pour les mortiers à base de NHL 2.

La comparaison entre NHL 2 et les autres ne permet pas forcément de tirer des conclusions puisque nous ne pouvons établir le ratio eau/liant que de façon hypothétique. De plus, il semble être nettement plus élevé pour la NHL 2.

On peut néanmoins dire qu'un mortier NHL 2 d'un ratio eau/liant assez élevé, en relation avec des briques saturées à 70%, permet d'obtenir une assez bonne adhérence au bout de 28 jours. L'échantillon avec un ratio e/l hypothétique de 0.81 offre à 28 jours la meilleure performance pour la série des NHL 2, avec environ 0.42 MPa en moyenne. Le coefficient de variation est, avec 21 %, cependant assez élevé. Elle correspond à un écart type s de 0.09 MPa. « Si l'on considère que la distribution des résistances suit une loi normale, le fractile 5% f_{ck} est égal à $f_{cm} - 1,645 s$ »¹, soit 0.27 MPa.

Les essais portant sur la résistance en compression effectués par Figueiredo et all. [70], ont montré un accroissement important de la résistance au-delà des 28 jours, notamment pour les mortiers NHL 2 mais aussi pour les NHL 3.5. Les deux montraient des résistances de plus du double au bout de 180 jours. Si l'on assume une augmentation de résistance

¹ <http://unit-c.fr/pages/cours/materiaux/a1.2-notion-de-loi-de-comportement.php> : Formule à vérifier.

similaire, l'ensemble des mortiers¹ testés présenteraient ainsi une adhérence supérieure à 0.5 MPa à 180 jours.

Ces essais semblent également confirmer que les mortiers NHL 5 présentent une résistance moindre que les NHL 3.5. Pour être complètement cohérents avec les essais en compression, les NHL 2, devraient potentiellement afficher des performances meilleures si le ratio eau/liant était plus faible, proche de ceux utilisés pour les deux autres classes.

Pour conclure, retenons que « *les valeurs de résistance en adhérence sont élevées, comparables à celles du ciment Portland et des mélanges ciment/chaux.* » [55, p. 921]. Par ailleurs, il est intéressant de noter qu'un ratio eau/liant trop faible, donc un mortier trop sec, est plus préjudiciable à l'adhérence à un support absorbant qu'un ratio trop élevé. La logique est donc à l'opposé de ce qu'on admet couramment pour la résistance des bétons où on cherche toujours à minimiser ce ratio.

Par rapport au mortier de ciment, les mortiers NHL présentent l'avantage de faire prise progressivement. Pour les structures où le niveau de résistance en compression requis est relativement faible, comme c'est souvent le cas pour les voûtes, ces liants peuvent potentiellement mieux s'adapter aux petites déformations de la structure en construction sans rompre, notamment dans les parties sollicitées à la traction ou en cisaillement. Le mortier reste plastique plus longtemps et la carbonatation lente de l'hydroxyde de calcium est favorable à la résistance d'un mortier ayant subi de petites déformations en construction.

Comme les classements de chaux hydrauliques naturelles ne reflètent pas leur performance et peuvent varier d'un fabricant à l'autre, on peut s'appuyer sur les valeurs citées comme référence pour établir des hypothèses. Des essais avec les matériaux prévus pour le chantier paraissent d'autant plus indispensables que des caractéristiques, comme l'adhérence, dépendent très fortement de l'élément de maçonnerie.

Par exemple, on doit évidemment s'attendre à ce que l'interface avec une brique de terre crue présente des caractéristiques complètement différentes. Comme le montrent des essais effectués par Trujillo, un mortier de ciment-chaux présente une adhérence de **50 kPa** sur une brique de terre stabilisée avec 10% de ciment contre **460 kPa** pour une brique de terre cuite. L'adhérence sur terre crue, même fortement stabilisée, serait donc 9 fois plus faible.

¹ avec un dosage élevé de liant

MORTIERS DE PLÂTRE

Le liant plâtre de construction est obtenu par cuisson à basse température (140-170°C¹) de gypse, donc du sulfate de calcium hydraté (CaSO₄, 2H₂O).

Le sulfate de calcium (ou anhydrite) est ainsi partiellement déshydraté pour former des semihydrates α ou semihydrates β , pour une cuisson respectivement en autoclave sous saturation de vapeur d'eau ou dans des conditions atmosphériques.

Les semihydrates α permettent d'obtenir des plâtres très denses et résistantes qui sont utilisés pour le moulage de précision. Dans le bâtiment, on se sert de plâtre à base de semihydrates β , nettement moins couteux à fabriquer, mais dont le produit final est beaucoup moins dense, car plus poreux.

Le mortier de plâtre est généralement préparé à partir du seul liant gâché à l'eau. L'addition de granulats n'est pas courante. L'utilisation de fibres naturelles, telles que le sisal, permet d'obtenir un plâtre armé nettement plus résistant en traction, comme le montre la thèse de Fabien Betene Ebanda [71].

Les besoins en énergie relativement faibles pour la fabrication du liant, lui permettent d'afficher un bilan écologique bien meilleur que d'autres liants comme le ciment ou la chaux.

IMPACT DE L'HUMIDITÉ

COMPORTEMENT VISCOÉLASTIQUE

Comme le montrent de nombreuses études citées par Betene Ebanda, le plâtre pris mouillé se déforme plastiquement par « *glissements au niveau des interfaces inter-cristallines* » [71, p. 54] lorsqu'il est mis en charge. Il montre un « *comportement viscoélastique* » [ibidem]. Comme le montrent les résultats d'essais ci-dessous, le plâtre saturé présente une résistance diminuée d'environ la moitié, mais, grâce à la déformation plastique, devient plus déformable.

¹ <https://lelementarium.fr/product/platre/>

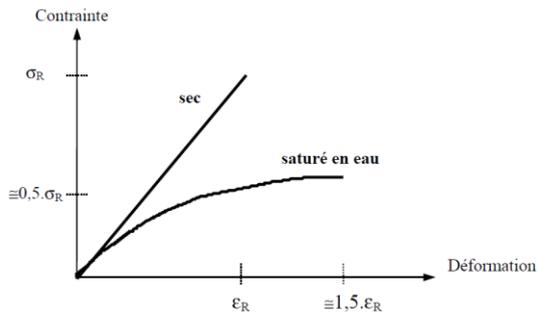


Figure 6.3.20 - « Essais de flexion sur des éprouvettes de plâtre sèches et saturées en eau, vitesse de traverse 1mm/min, d'après les résultats de Coquard » [72, p. 45]

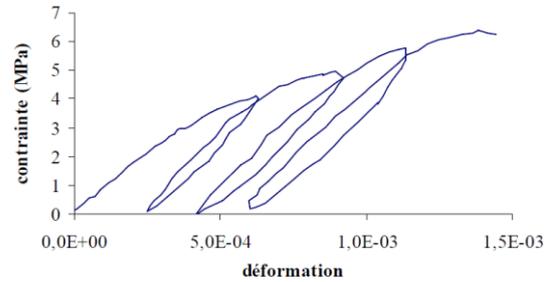
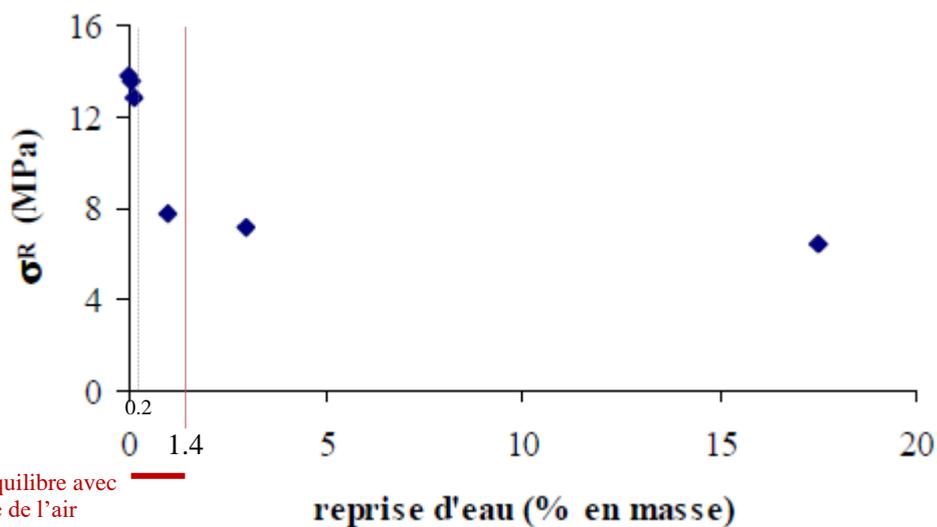


Figure 6.3.21 - « Cycles de charge-décharge sur du plâtre pris gâché à E/P = 0.82 et saturé en eau, d'après Péronnet » [72, p. 45]

Un faible taux d'humidité suffit pour modifier fortement le comportement mécanique. « Habituellement, une reprise d'eau de 2% en masse est considérée comme la valeur limite au-delà de laquelle les propriétés sont stabilisées. La diminution de la contrainte à la rupture en flexion est proche de 60% entre l'état sec et l'état saturé en eau. » [72, p. 46]



Plage d'équilibre avec l'humidité de l'air

Figure 6.3.22 - « Évolution de la contrainte à la rupture en compression d'un plâtre gâché à E/P = 0.6 en fonction de la masse d'eau absorbée, d'après Andrews. » D'après [72, p. 46].

L'humidité d'équilibre pour un plâtre en contact avec une atmosphère à 100% d'humidité relative est d'environ 1.4% de sa masse. Immergé, il peut absorber plus de 50% de sa masse. Cf. [73, p. 39].

CARACTÈRE HYDROPHILE

La forte incidence du taux de saturation du matériau est accompagnée d'un caractère très hydrophile. Un échantillon en plâtre de petite taille, exposé à une humidité relative de l'air de 98% à 20°C « sature au bout de 20 heures » [71, p. 151]. Il présente alors 1.4% de masse d'eau libre.

Comme le montre l'isotherme à 20 °C ci-dessous, l'humidité d'équilibre du plâtre en fonction de l'humidité relative de l'air semble suivre une courbe exponentielle. L'humidité adsorbée par le plâtre devient nettement plus importante au-delà de 70% d'humidité relative.

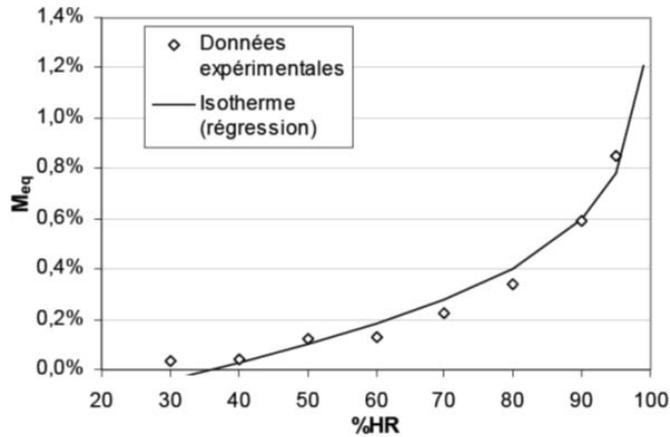


Figure 6.3.23 - Isotherme à 20 °C de l'humidité d'équilibre du plâtre en fonction de l'humidité relative de l'air. D'après Boustingorry dans [71, p. 55].

En conséquence, même la seule humidité apportée par l'air, peut réduire nettement les capacités mécaniques du plâtre. La courbe contrainte déformation passe d'une ligne droite (comportement linéaire) pour un plâtre parfaitement sec à une courbe fléchie (comportement non-linéaire) comme le montre la figure ci-dessous.

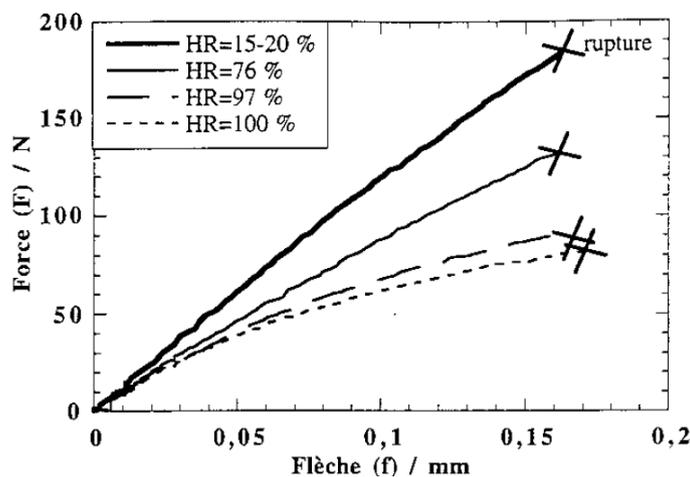


Figure 6.3.24 - Courbes de force / déformation en essais de flexion 3 points pour différentes humidités relatives de l'air. Essais effectués par Badens, reportés par [72, p. 47].

FLUAGE

La diminution des résistances et le comportement non-linéaire en présence d'humidité sont accompagnées d'un fluage dont la vitesse augmente fortement à partir d'un faible taux d'humidité dans le plâtre. Comme le reporte Meille [72, p. 49], « *pour une reprise d'eau de 0.12 à 1 % en masse, la vitesse de fluage est multipliée par 25, et pour des reprises d'eau plus importantes, la vitesse est quasiment inchangée.* »

Une teneur de 0.12 % correspond selon la Figure 6.3.23 à l'équilibre pour une humidité relative de l'air comprise entre 40 et 60 % à 20°C. En Europe centrale et méridionale, on admet généralement une plage de confort entre 40 % et 70 %. L'humidité d'équilibre pour le seuil supérieur du confort correspond déjà à une teneur en eau libre de plus de 0.2 %.

Comme le rapporte Meille [ibidem], lors d'études du « *plâtre pris humide en compression* » menées par Sattler, « *la rupture différée du matériau a été observée pour des contraintes appliquées égales à seulement 10 à 15 % de la charge à la rupture statique.* »

Pour le fluage, comme pour les autres caractéristiques mécaniques, la densité et donc le ratio E/P, joue un rôle prépondérant.

GONFLEMENT À LA REPRISE D'EAU

Le plâtre est également un matériau qui, comme certaines argiles, montrent un gonflement prononcé. Une plaque de plâtre saturée présenterait un gonflement de 3 % (cf. [71, p. 59]). Pour un plâtre à l'humidité d'équilibre à 95 % d'humidité relative de l'air, à 20°C, l'on peut considérer un gonflement de 0.35 mm/m (0.0035 %) (cf. [73, p. 29]).

SOLUBILITÉ

Le plâtre est soluble à l'eau. Sa solubilité est faible mais existante ce qui peut poser problème lorsqu'il est exposé à de l'eau ruisselante. Une saturation en eau immobile/absorbée cependant ne pose à priori pas de problème. Comme la concentration maximale est de 2.04 g/l à 20°C¹, la saturation du liquide est vite atteinte et la dissolution ne peut plus progresser.

Par ailleurs, on peut imaginer que la dissolution - recristallisation lui confère une certaine capacité d'auto-cicatrisation.

¹ Cf. [72, p. 48]

CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES

Le plâtre montre un comportement fragile. En flexion, le plâtre sec se caractérise par un comportement « *linéaire, avec une rupture brutale et fragile, quel que soit la vitesse d'essai imposée.* » [72, p. 29]

Il est très susceptible aux défauts locaux, ce qui explique une « *large dispersion des contraintes à la rupture* » [72, p. 33] obtenues lors d'essais.

Le ration eau de gâchage / plâtre (E/P) a une incidence notable sur la porosité et ainsi sur les caractéristiques mécaniques. Le tableau ci-dessous récapitule des valeurs données « *à titre indicatif* » [71, p. 54]. La comparaison avec les résistances présentées en Figure 6.3.23 permet d'assumer que ces valeurs correspondent à des plâtres pris secs.

E/P	ρ <i>t/m³</i>	E <i>GPa</i>	$\sigma_{c,max}$ <i>MPa</i>
0.4	1.4	4.9 ± 0.6	24 ± 2
0.5	1.3	1.3 ± 0.3	17 ± 1
0.6	1.2	1.4 ± 0.5	12 ± 2
1.0		1.72 (traction)	

Table 6.3.9 – Influence du ratio E/P sur la densité, le module d'élasticité et la résistance à la compression. Valeurs données « *à titre d'illustration* », d'après [71, pp. 54, 87].

Le tableau ci-dessous récapitule quelques valeurs de résistance extraite de la littérature.

	U	Val.	ET	E/P	Référence
Compression axiale	MPa	12.00	-	0.60	[71, p. 54]
Raccourci ^t à rupture	%	1.70	-	0.60	[71, p. 54]
Traction axiale	MPa	2.30	-	0.80	[71, p. 54]
		0.86	-	1.00	[71, p. 87]
Allongement à rupture	%	1.16	-	1.00	[71, p. 87]
Flexion trois points	MPa	3.20	-	0.80	[71, p. 54]
		3.65	0.38	0.82	[72, p. 32]
		1.38	-	1.00	[71, p. 91]
Flexion quatre points	MPa	3.70	-	0.80	[71, p. 54]

Table 6.3.10 – Caractéristiques mécaniques moyennes du plâtre pris sec pour différents ratios E/P.

ET = Écart-type.

On note bien une grande disparité des valeurs données dans la littérature. Meille a évalué le module d'élasticité et la résistance d'un plâtre à partir de semihydrate β , ratio E/P = 0.8, « *classique pour les semihydrates industriels* » [72, p. 65], parfaitement sec. Le produit provient de « *l'usine Meriel du groupe Lafarge* » [72, p. 64] et il est commercialisé sous le nom *Sélecta*.

Pour le *module d'élasticité*, Meille retient deux valeurs moyennes selon la méthode d'essai. Selon un essai statique en flexion 4 points, elle est de 3.7 GPa¹ et selon une méthode dynamique qui mesure la vitesse de propagation d'ondes ultrasons, la valeur est de 5.0 GPa² (cf. [72, p. 82]). La méthode par ultrasons est considérée comme « *plus précise* » « *car aucun endommagement de l'éprouvette n'est créé avec la méthode dynamique* ».

La dernière valeur se rapproche également le plus de celle donnée par l'association allemande des industries du plâtre. Elle indique un module de 4.8 GPa pour un plâtre Stuck (« *Stuckgips* » ; E/P = 0.75) et 5.2 GPa pour un plâtre à enduire (« *Putzgips* » ; E/P = 0.80) [73, pp. 21, 22].

Pour la *résistance en flexion*, Meille obtient une valeur moyenne de 3.2 MPa³ qui se situe dans le bas de la fourchette des valeurs relevées ailleurs pour un plâtre avec un ratio E/P identique.

CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES ADMISSIBLES

En considération des imperfections et défauts pouvant apparaître sur chantier, il est plus prudent de retenir la valeur obtenue par essai statique. Il faut bien noter que c'est la valeur pour un plâtre parfaitement sec.

Afin de pouvoir conclure sur des résistances admissibles, la prise en compte de l'humidité relative de l'air est indispensable au vu de son fort impact.

¹ Dispersion sur les résultats de 10%. La dispersion relative se définit par la relation : (max – min) / moyenne.
Cf. http://grasland.script.univ-paris-diderot.fr/STAT98/stat98_4/stat98_4.htm

² Idem

³ Idem

Pour prendre des exemples, à Paris, le « mois avec l'humidité relative la plus élevée est Décembre (85.86 %). Le mois où le taux d'humidité relative est le plus bas est Juillet (65.19 %). »¹

Comme le montre le graphique ci-dessous, à Zurich, les moyennes sont légèrement plus basses en hiver et plus élevées en été, mais restent du même ordre.

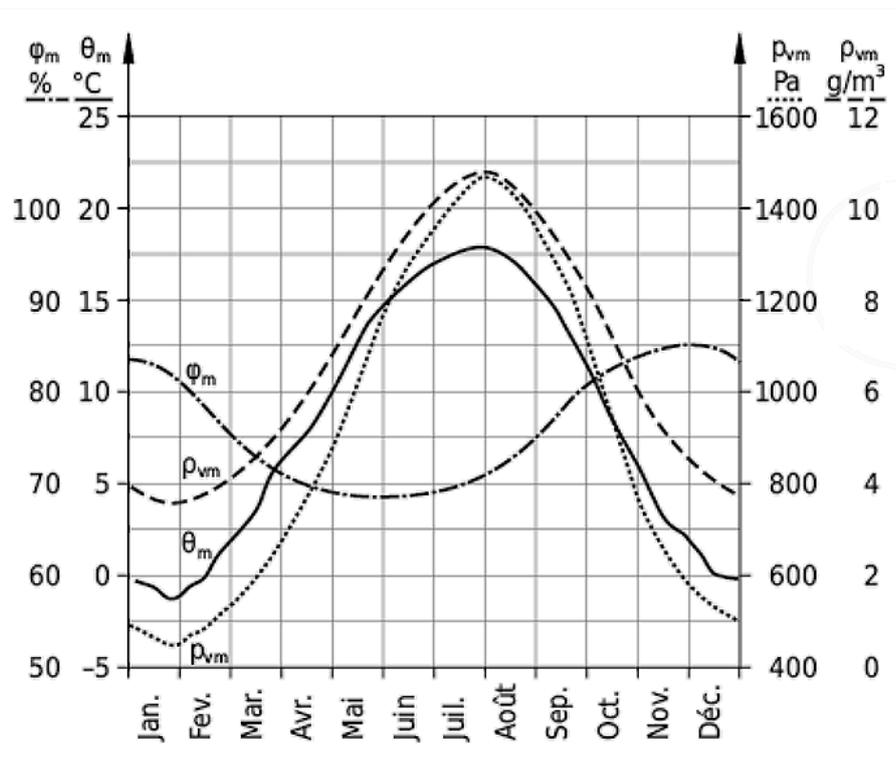


Figure 6.3.25 – « Évolution annuelle de la température de l'air, de l'humidité relative et de la pression partielle en vapeur d'eau. Moyennes calculées sur 5 jours pour Zurich (1901–1969). »² φm : humidité relative de l'air.

En hiver, l'humidité relative peut rester pendant plus de 12 heures au-dessus de la moyenne. Elle atteint le point de saturation au petit matin, hiver comme été, comme ceci est visible sur le graphique ci-dessous pour le plateau suisse.

¹ <https://fr.climate-data.org/europe/france/ile-de-france/paris-44/>

² Source : <https://enbau-online.ch/bauphysik/fr/1-1-climat-exterieur-et-parametres-meteorologiques/>. Illustration tirée de : E. Schüepp et al.: Regionale Klimabeschreibungen, Schweiz. Meteorolog. Anstalt (SMA), Zurich (1978 ff.)

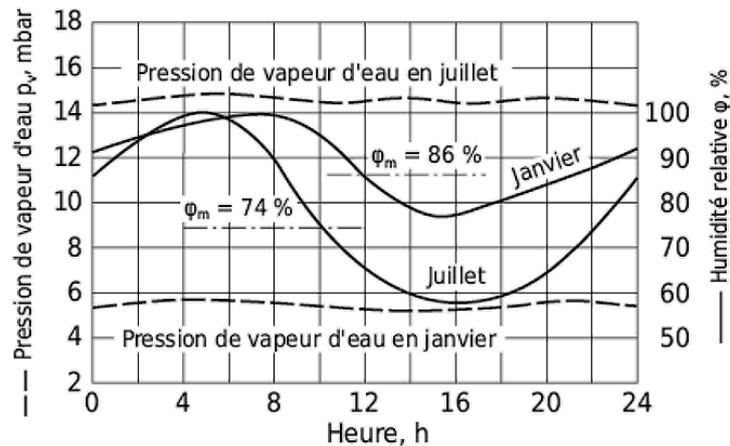


Figure 6.3.26 - Évolution journalière moyenne de l'humidité (été/hiver) sur le plateau suisse ; φ_m : valeurs moyennes mensuelles. ¹

Pour un climat d'Europe centrale et méridionale et pour le comportement à court terme, étant donné que le temps d'adsorption est très court, il semble judicieux d'admettre les valeurs pour un plâtre comportant 1.4% d'eau, ce qui correspond à l'humidité d'équilibre pour l'air saturé, comme on l'a vu.

Pour le comportement à long terme, le fluage, on pourrait admettre la valeur moyenne mensuelle maximale, légèrement inférieure, mais pour simplifier, tout en se plaçant du côté de la sécurité, on peut également admettre un air saturé.

Évidemment, cette hypothèse implique qu'on puisse assurer que le plâtre n'est pas exposé directement à l'eau.

Comme on l'a vu au paragraphe sur le fluage (p. 203), le seuil de la teneur en eau libre au-delà duquel la vitesse de fluage est maximale est de 1%.

Pour écarter le risque d'une rupture différée, il faudrait alors admettre au maximum 10 % de la résistance d'un plâtre sec, dans les situations de projet durables et transitoires. Cette admission serait encore à appuyer sur des données plus précises avec prise en compte au fluage dans des conditions climatiques données.

Seulement pour les actions de courte durée (accidentelles, sismiques ou en construction de durée brève et maîtrisée), on pourra admettre des valeurs plus élevées. Ici, nous avons vu qu'au-delà d'une teneur en eau libre de 2%, les propriétés mécaniques restent

¹ Source : <https://enbau-online.ch/bauphysik/fr/1-1-climat-exterieur-et-parametres-meteorologiques/>. Illustration tirée de : B. Haller: Bauphysik: Wärme-, Feuchtigkeits- und Sonnenschutz, Bauphysikalisches Institut, Bern (1982).

approximativement constantes. Pour se placer du côté de la sécurité, il peut alors convenir de retenir les résistances d'un plâtre saturé qui, comme on l'a vu au paragraphe sur l'impact de l'humidité (p. 200), correspondent à entre 50 et 60 % de celles du plâtre sec. On retient 50 %. Les déformations instantanées à la rupture, induites par ces contraintes réduites, sont à multiplier par un facteur 1.5. Par conséquent, les modules d'élasticités sont à diviser par 3.

VALEURS RETENUES

Les valeurs qui ont pu être collectées dans la littérature ne sont pas complètes pour un ratio E/P donné. En prédimensionnement, pour un plâtre d'un ratio E/P = 0.6, on peut assumer des résistances données pour un plâtre d'un ratio supérieur.

	U	Val. sec	Val. saturé	E/P réf.
Module d'Élasticité	GPa	3.70	1.23	0.8
Compression axiale	MPa	12.00	6.00	0.6
Raccourci ^t à rupture	%	1.70	2.55	0.6
Traction axiale	MPa	2.30	1.15	0.8
Allongement à rupture	%	1.16	1.74	1.0
Flexion	MPa	3.20	1.60	0.8

Table 6.3.11 – Ordres de grandeurs pour les caractéristiques mécaniques minimales du plâtre avec un ratio E/P ≤ 0.6, pour des sollicitations de très courte durée. Les valeurs à retenir sont celles pour un plâtre saturé, calculées à partir des valeurs pour un plâtre sec.

Notons qu'un plâtre armé à la fibre végétale peut nettement augmenter sa capacité de résistance à la traction et dans certains cas même à la compression. Le renforcement aux fibres synthétiques ou végétales est également appliqué à des mortiers formulés avec d'autres types de liants, comme la terre, la chaux ou le ciment. Il faut évidemment individuellement vérifier les gains de performance qui peuvent être atteints. Ils dépendent en grande partie de l'existence d'une adhérence suffisante entre fibre et liant.

Ainsi, pour un plâtre armé au sisal, la « *résistance à la traction [...] est multipliée par huit* » [71, p. 102], dans certains cas.

RETRAIT-GONFLEMENT-RETRAIT LORS DE LA PRISE ET DU SÉCHAGE

Au début de la prise, il y a formation des di-hydrates accompagné d'un léger retrait (0.3 mm/m). La croissance des cristaux conduit à un gonflement (1 mm/m).¹ Ce gonflement se fait pendant que le plâtre est encore très plastique. Il n'exerce ainsi pas nécessairement des poussés importantes à condition d'être libre de se déformer dans au moins une direction.

Pendant et après que le plâtre ait fait prise, la perte de l'eau excédentaire induit à nouveau un retrait. La teneur en eau de structure d'un semihydrate β est d'environ 6% [71, p. 49], celui du plâtre pris est d'environ 21%. Le plâtre est couramment gâché à un ratio Eau/Plâtre entre 0.5 et 1.2. Un ratio E/P de 0.45 est considéré comme le minimum nécessaire afin d'obtenir une ouvrabilité correcte lorsqu'il est appliqué en enduit [73, p. 20]. Pour un ratio E/P de 0.6, on obtient un plâtre pris avec un taux d'humidité d'environ 30 %. Si la saturation est atteinte avec environ 50 % et qu'on peut estimer un gonflement en relation linéaire à la teneur en eau libre qui atteint au maximum 3 mm/m, on peut alors attendre un retrait d'environ 1.8 mm/m lors du séchage du plâtre pris.

Le gonflement peut être favorable à l'adhérence et permettre au plâtre de bien épouser la texture du support. L'adhérence n'est maintenue seulement si le support peut accompagner le mouvement de retrait et/ou si le plâtre adhère suffisamment et se déforme plastiquement au cours du séchage.

¹ Cf. [74, p. 24]

MORTIERS DE TERRE

Comme évoqué, il n'existe à présent qu'une seule norme pour les mortiers de terre, la DIN 18946 [48] bien que la NZS 4297 [50] et la récente ATEX 2957 [65] admettent également des mortiers de terre structurels.

CLASSEMENT ET RÉSISTANCE À LA COMPRESSION

Selon la DIN 18946, les classes de résistance sont attribuées en fonction de la résistance à la compression. Les essais sont à effectuer selon l'EN 1015-11. Ni dans l'une ni dans l'autre norme, il est mentionné si c'est la valeur moyenne ou la valeur minimale qu'il faut considérer pour le classement.

Festigkeitsklasse	Druckfestigkeit N/mm ²	Haftscherfestigkeit N/mm ²
M2	≥ 2,0	≥ 0,04
M3	≥ 3,0	
M4	≥ 4,0	

Figure 6.3.27 – Classes de résistance pour mortiers de terre selon DIN 18946. La classe est fonction de la résistance à la compression (2nd colonne). L'adhérence minimale imposée est de 0.04 MPa pour les trois classes.

Wiehle & Brinkmann [56, p. 5] obtiennent, lors d'essais sur des mortiers industriels, des résistances moyennes en compression (50% / 80% d'HRA) de 4.13 / 2.94 MPa pour des mortiers de classe M2 et de 3.99 / 2.86 MPa, donc inférieures, pour des mortiers de classe M3.¹

RÉSISTANCE ET ADHÉRENCE EN CISAILLEMENT

La résistance au cisaillement est généralement plus grande que l'adhérence en cisaillement. L'adhérence est donc souvent la grandeur qui détermine la résistance de la maçonnerie parallèlement aux lits.

La DIN 18946 exige une *adhérence en cisaillement* (*Haftscherfestigkeit*) minimale du mortier de 0.04 MPa et sa valeur doit être déterminée par les fabricants. Pour un mortier M3 de Claytec, la valeur déclarée est de **0.08 MPa**. La Norme exige que les échantillons soient

¹ Cf. tableau récapitulatif en annexe A.4.

conditionnés dans une atmosphère avec une humidité relative de $50 \pm 5 \%$ à $23 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$. Cette valeur est donc valable dans ces conditions.

La NZS 4297 admet, pour les matériaux de terre « standard grade », une résistance de dimensionnement en cisaillement de **0.09 MPa** [50, p. 23].

L'adhérence peut avoir une influence sur la résistance en compression de la maçonnerie pour des efforts qui agissent selon la normale aux lits. Notamment si le module d'élasticité transversal du mortier est supérieur à celui des éléments, ces derniers cherchent à se dilater davantage transversalement ce qui est empêché par le mortier tant que l'adhérence est garantie et que le mortier résiste à la traction. Les éléments sont alors frettés au droit des faces de contact ce qui augmente leur résistance en compression. Cf. [53, p. 163].

Pour la résistance au cisaillement des mortiers eux-mêmes, les données sont plus rares. Pour le pisé, Dierks & Ziegert relèvent une résistance au cisaillement de 0.55 – 0.89 MPa, soit 27 – 33 % de la résistance en compression et 141 – 152 % de la résistance en flexion. Ces relations sont assez proches de celles généralement admises pour le béton où la résistance au cisaillement est d'environ 23 % de la résistance en compression et de 160 % de la résistance en flexion. Cf. [53, pp. 161-163]

Lors de la vérification numérique d'une coupole nubienne, soutenue par des essais à échelle réelle, Olivier [63, p. 89] détermine la résistance au cisaillement de l'interface selon une loi du type Mohr-Coulomb, comme le fait l'Eurocode. Pour f_{vk0} elle admet 50 kPa, soit environ 3.3 % de la résistance à la compression du mortier. Pour le coefficient de frottement interne elle admet 0.9. Le mortier utilisé est dosé à 8% de ciment. Sa résistance en compression à sec est « *de l'ordre de 1.5 MPa et le module de déformation de 900 MPa, $\nu = 0.10$* » [64]. Les briques sont également stabilisées avec 4 % de ciment, la « *résistance en compression à sec de ces briques est de l'ordre de 6 à 8 MPa et le module de déformation de 3000MPa, $\nu = 0,15$* ».

En première approche, on peut donc admettre que la résistance au cisaillement est bien supérieure à l'adhérence en cisaillement.

En admettant une résistance au cisaillement égale à **20 %** de la résistance à la compression, on devrait pouvoir vérifier l'hypothèse de résistance par des essais.

Pour l'adhérence, on peut se baser sur une valeur hypothétique et à priori conservative de **3.3 %** de la résistance à la compression du mortier.

RÉSISTANCE ET ADHÉRENCE EN TRACTION

Comme pour le cisaillement, l'adhérence est généralement plus faible que la résistance à la rupture par traction.

La DIN 18946 n'exige pas de valeurs minimales pour la résistance et l'adhérence en traction. La Norme DIN 18947 cependant, qui concerne les enduits de terre, exige une adhérence supérieure à 0.10 MPa pour la classe de résistance S II. Le support pour l'essai est constitué par une surface en béton lisse.

Des résultats d'essai publiés en 2008 par le DVL, montrent des valeurs d'adhérence, également sur un béton lisse, entre 30 et 120 kPa (cf. [53, p. 158]).

Conformément aux exigences de la DIN 18947, la maison Claytec, déclare une adhérence en traction de 0.20 MPa pour le *Lehmputz Mineral 20*. Ce produit possède une résistance en flexion déclarée à 1.0 MPa pour une résistance en compression de 2.0 MPa.

À titre de comparaison, Detmering & Kollmann donnent une fourchette entre 0.4 – 0.9 MPa pour le plâtre et 1.0 – 2.0 MPa pour les mortiers de ciment. La nature du support n'est cependant pas précisée. Cf. [53, p. 158].

Quant à la résistance à la traction de terres, selon Schröder, à l'état sec, les valeurs se situent au-delà de 0.4 MPa pour des terres qui contiennent une quantité modérée d'argile. Elle dépasse 0.9 MPa pour des terres grasses très argileuses. Pour des terres grasses, il retient une fourchette entre 0.6 et 0.9 MPa. Cf. [53, p. 155].

Avec une teneur en eau juste au-dessus de la limite de plasticité, donc à peine ouvrable, les résistances se situent encore entre 5 et 36 kPa.

Oliver considère une résistance à la traction de l'interface de 50 kPa dans le cadre de l'étude de la coupole nubienne. [63, p. 89]

Pour un mortier formulé dans le but d'atteindre de bonnes performances en traction, on peut donc s'attendre à une adhésion supérieure à 200 kPa d'autant plus si le support est rugueux et poreux. La résistance à la traction peut, pour des terres suffisamment grasses, être admise hypothétiquement à 600 kPa. En flexion, nous avons vu que le mortier industriel précité atteint même 1.0 MPa.

DÉFORMATIONS

ÉLASTICITÉ

Pour les mêmes mortiers que ceux cités pour la résistance à la compression, Wiehle & Brinkmann [56, p. 5] obtiennent les modules d'élasticité de 3'258 / 2'691 MPa pour le M2 et de 5'450 / 3'118 MPa pour le M3 (50% / 80% d'HRA). Comme pour les briques, ceux-ci sont déterminés pour 1/3 de la résistance ultime puisqu'on considère que la déformation est élastique-linéaire jusqu'à entre 1/3 et 2/3 de la résistance à la compression, et ensuite celle-ci devient plastique.

FLUAGE

On ne trouve pas de références étudiant le comportement plastique à long-terme des mortiers de terre. Des études ont été faites pour la maçonnerie. On y reviendra au chapitre suivant.

IMPACT DE LA TENEUR EN EAU

Comme pour les briques de terre, Laou effectue des essais afin de déterminer l'influence de la teneur en eau sur la résistance mécanique et sur les modules d'élasticité.

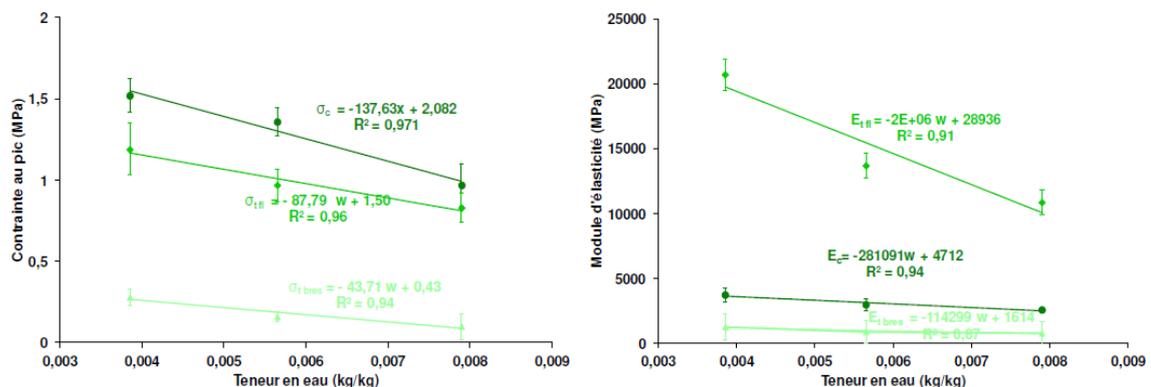


Figure 6.3.28 – Résistance et module d'élasticité correspondant pour un mortier de terre en fonction de la teneur en eau. Pour la contrainte, dans l'ordre depuis le haut vers le bas : Compression (rond), flexion (losange), Brésilien (triangle). Dans [62, p. 122].

Pour ce mortier « *les proportions de sable et d'argile sont déterminées par la théorie de Caquot* » [62, p. 69] afin d'optimiser la compacité.

Il est composé « *de 70% volumique de sable et 30% d'argile* » et la « *quantité d'eau ajoutée aux matières premières (sable / argile) est fondée sur une maniabilité estimée à la truelle avec une volonté d'avoir la teneur en eau la plus faible possible.* » [62, p. 69]

Ces mortiers « *représentent une adhérence satisfaisante* » et « *des fissurations sont observées pour les compositions présentant un pourcentage volumique de sable inférieure à 40%* » [62, p. 71]

« *L'argile utilisée pour confectionner le mortier est la même que celle utilisée pour la fabrication de la brique Br1. Le sable utilisé est du sable normalisé (CEN EN 196-1) avec une granulométrie comprise entre 0,08 et 1 mm. Le premier critère recherché est une formulation représentant un caractère hygroscopique proche de celui de la brique.* » [62, p. 69]

En observant les résultats, on peut constater que la conclusion faite par différentes sources, n'est pas vérifiée dans ce cas. Il était admis que le taux de diminution de la résistance augmente avec la saturation.

Ici, le taux de réduction de la résistance en flexion semble s'affaiblir avec l'accroissement de la teneur en eau. Le même constat vaut pour la résistance à la traction. Seul le taux de diminution de la résistance à la compression prend de l'ampleur.

6.4 FACTEURS D'INFLUENCE SUR LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE ET CRITÈRES DE CHOIX

Comme nous l'avons vu, autant les propriétés intrinsèques que celles relatives ainsi que les interactions au droit des interfaces contribuent à définir le comportement mécanique de la maçonnerie. Par ailleurs, le comportement des matériaux dans le composite est souvent très différent de celui montré par un matériau isolé.

On se propose ici de conclure sur les critères de choix à considérer en faveur de la performance du composite.

L'adhésion apparaît comme l'un des fondements de la résistance. Il passe par un choix cohérent du mortier et de l'élément, notamment en fonction des déformations relatives à court et à long terme mais aussi en considérant la rugosité de surface, la porosité des éléments et la capacité du mortier à retenir l'eau afin d'assurer une bonne prise.

D'autres facteurs qui influent sur le comportement mécanique du matériau, sont les déformations de l'ouvrage lors de la mise en charge progressive en construction et l'exposition de l'ouvrage à l'humidité.

Notamment pour les ouvrages en terre crue, il se pose la question de la stabilisation ou du renforcement du matériau en fonction de la nature des contraintes et de l'exposition.

Enfin, on doit retenir certains aspects qui concernent la mise en œuvre afin de pouvoir garantir l'obtention des résistances assumées.

6.4.1 COMPORTEMENT PLASTIQUE ET FLUAGE

DOMAINE ÉLASTIQUE & PLASTIQUE

Notamment pour la terre crue, il faut considérer que les éléments de maçonnerie possèdent une limite élastique en compression nettement inférieure à la résistance ultime, généralement considérée pour leur classement. Nous avons vu que le domaine élastique se situe entre env. $1/3^1$ et $2/3^2$ de la résistance.

Le taux de déformation plastique accroît avec la contrainte. De ce fait, les maçonneries de terre crue présentent « *des déformations assez importantes à la rupture* » [74, p. 52]

En compression, elles présentent « *une forte non-linéarité avec seulement une petite partie élastique du comportement* »³ [74, p. 14].

Pour des essais sur maçonnerie, Bland reporte des déformations à la rupture de l'ordre de 7 ‰. À titre de comparaison, la maçonnerie de terre cuite, se déformerait de moitié 3.5 ‰ et le béton de 2.5 ‰ [74, p. 14].

À moins de disposer de données précises à propos d'un matériau de terre crue particulier, il convient donc d'admettre une limite élastique en compression à $1/3$. Ce fait explique, en partie, l'utilisation de coefficients de sécurité très élevés pour passer des valeurs caractéristiques aux valeurs de dimensionnement.

En flexion et traction, le comportement du matériau terre est différent. Comme on le voit sur la courbe contrainte déformation ci-dessous à droite, du côté de la traction celle-ci est linéaire, tandis que du côté de la compression, elle devient non-linéaire.

¹ Cf. citation p.162 selon [64, p. 89].

² Cf. Figure 6.3.7 selon [62]

³ “non-linear with very little elastic behavior”

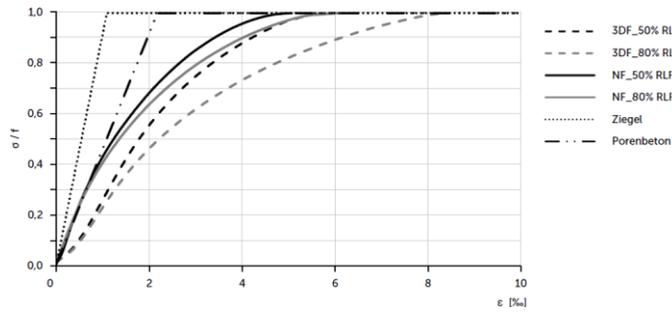


Figure 6.4.1 - Courbes contrainte-déformation pour différents matériaux. Les briques de terre crue (3DF et NF) se déforment de façon non-linéaire, et ce à plus forte raison pour une HRA élevée. Dans [56, p. 7]

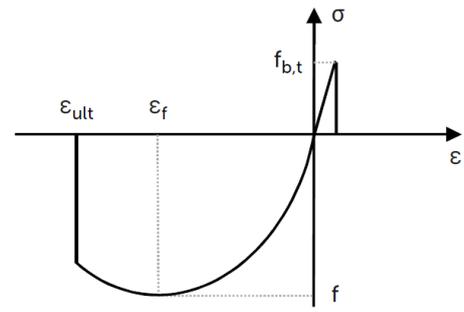


Figure 6.4.2 - Courbe schématique de contrainte-déformation en compression et traction pour des briques de terre crue. Dans [56, p. 8]

Pour ce type de contrainte, on peut présumer que le comportement est essentiellement élastique linéaire et conduit directement à une rupture fragile. Si les coefficients de sécurité doivent garantir le respect du domaine élastique, ceux-ci devraient être moins réducteurs pour la traction.

Ceci devra être confirmé par des essais.

Excepté pour le plâtre, les autres matériaux qui peuvent intervenir dans la construction de la voûte sont nettement moins sujet aux déformations plastiques. Le respect du domaine élastique est garanti par les coefficients de sécurité usuels, nettement plus bas, appliqués au béton ou à la maçonnerie selon EC6.

FLUAGE

Le fluage concerne à la fois les maçonneries traditionnelles selon EC6 que les maçonneries de terre crue. Les dernières se déforment cependant nettement plus.

Le fluage doit être considéré là où il peut avoir une incidence défavorable.

On se rappelle que pour les maçonneries de terre cuite, l'EC6 propose un coefficient de fluage de 1. Pour la terre crue, le coefficient admis par l'ATEX 2588 est entre 2 et 3 en s'appuyant sur une expérience conduite avec une charge à 20% de la résistance ultime pendant 56 jours.

En maintenant une charge faible, correspondant au 1/5^{ème} de la résistance ultime, la déformation serait amplifiée au maximum par un facteur 2 pour la terre cuite et hypothétiquement d'un facteur 4 pour la terre crue.

DÉFORMABILITÉ & DÉFORMATIONS RELATIVES

Comme cela a été noté à plusieurs reprises, les déformations relatives du mortier par rapport à l'élément peuvent induire des tensions au niveau de l'interface. Le phénomène est complexe et il fait intervenir tous les types de déformations : Le retrait du mortier, les déformations élastiques transversales des éléments et du mortier, les déformations plastiques à court terme, le fluage et même une capacité d'adsorption différente entre deux matériaux en contact liée à un gonflement/retrait différentiel.

Imaginons un mur comprimé perpendiculairement aux faces des éléments. La compression agit donc selon la normale aux lits de pose. La compression axiale induit des déformations transversales des éléments et du mortiers, instantanées et éventuellement différées. Ils se dilatent en direction des parements.

Un mortier nettement plus déformable que l'élément va se dilater plus fortement que l'élément. Cette différence va induire des contraintes de cisaillement sur l'interface qui va à son tour provoquer des contraintes de traction dans l'élément. Lorsque cette contrainte est suffisamment importante, l'élément peut fissurer ou l'adhésion rompue à l'interface.

C'est la situation inverse à celle où le mortier plus rigide, permet d'obtenir un frettage tel que décrit au paragraphe « Résistance et adhérence en cisaillement » p.210.

La prise en compte de la déformabilité transversale du mortier en relation à celle de l'élément semble alors importante. Pour limiter le phénomène, la déformabilité transversale de l'élément et du mortier doivent être proches. La comparaison de l'élasticité transversale et des coefficients de fluage des deux constituants peut ainsi permettre d'obtenir la meilleure résistance du composite.

Par ailleurs, pour des matériaux qui possèdent un pouvoir d'adsorption lié à une modification du volume tel que la terre, « *une trop grande différence de capacité à stocker l'eau et de perméabilité de part et l'autre, peut induire une fissuration à l'interface* » [62, p. 69]. Il convient alors d'utiliser des matériaux ayant des propriétés hydriques semblables afin de conserver l'adhésion au niveau des interfaces. Notamment la vitesse et le taux de gonflement doivent être proche.

6.4.3 PRISE EN COMPTE DE LA DÉFORMABILITÉ DE L'OUVRAGE EN CONSTRUCTION

La construction en général et celle de la voûte catalane en particulier impliquent une mise en charge progressive à l'avancement.

Par exemple, l'utilisation locale de cintres conduit à des flexions locales temporaires au niveau des zones de transition entre partie soutenue et non-soutenue. Au moment du décintrement, la géométrie de l'ouvrage s'adapte légèrement. À ce moment, le mortier doit pouvoir accommoder les déformations qui lui sont imposées. S'il n'a pas fait complètement prise et dispose d'une certaine plasticité, il s'adapte plus aisément au mouvement sans fissurer tout en maintenant l'adhésion. Les microfissures peuvent cicatriser si le mortier comporte encore une partie de liant soluble transportable par capillarité en présence d'eau, telle que c'est le cas à plus forte raison pour les mortiers de chaux comparées à ceux au ciment.

Dans le cas contraire, si la prise du mortier est déjà très avancée, s'il s'agissait d'un mortier très rigide dépourvu de capacité de déformation plastique et sans réserve de liant, la contrainte ne peut pas se répartir et le mortier ne peut pas cicatriser.

Dans le passé, il a couramment été admis que le décintrement des voûtes devait se faire lorsque le mortier, généralement de chaux plutôt aérienne, était encore relativement frais. Le léger déplacement d'appuis provoqué par le décintrement, conduit à une fissuration moins visible dans ce cas. « *Il se forme certes des rotules plastiques, mais elles s'ouvrent moins que dans le cas d'un remplissage des joints avec un mortier très résistant.* » [23, p. 89]

Néanmoins, Holzer affirme que « *l'analyse moderne montre que la capacité portante s'en trouve inévitablement diminuée* » [ibidem]. Cette affirmation n'est cependant pas fondée. On peut bien admettre que pour des déformations petites, un mortier qui dispose encore d'une bonne capacité de déformation plastique, tout en offrant déjà une résistance suffisante, permette d'obtenir une meilleure répartition des contraintes sur l'épaisseur et garantisse une meilleure adhérence. Cette question serait à investiguer davantage.

6.4.4 EXPOSITION À L'HUMIDITÉ

Certains matériaux montrent des performances nettement influencées par le taux d'humidité. À l'exemple du plâtre ou de la terre crue, nous avons vu que la seule augmentation de l'*humidité relative de l'air* (HRA) peut nettement affaiblir la résistance et augmenter la déformabilité du matériau.

NOTIONS D'HUMIDITÉ RELATIVE DE L'AIR

Lorsqu'on fait le choix de matériaux sensibles à la teneur en eau, il est donc important de considérer le climat local pour pouvoir émettre des hypothèses de résistance.

En p. 206 nous avons vu quelques exemples de variation de l'hygrométrie pour le climat tempéré d'Europe. Pour les trois stations considérées, la moyenne mensuelle de l'HRA était inférieure ou égale à 86%. Au cours de la variation journalière cependant, des pics à 100% sont atteints à l'aube, quand l'air c'est refroidi au maximum. Mêmes les moyennes journalières peuvent atteindre quasiment 100%, par exemple à Paris en janvier.

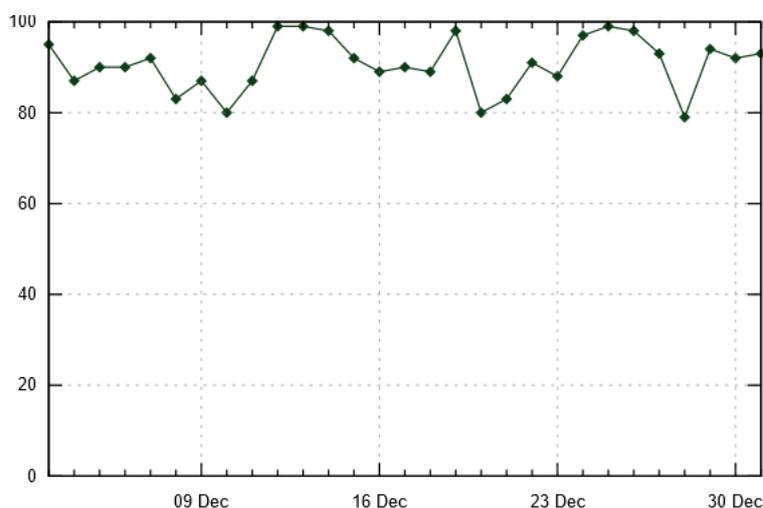


Figure 6.4.3 - Aéroport Paris-Orly – Humidité relative de l'air entre le 1^{er} et le 31 Décembre 2021. ¹

La température impacte évidemment aussi l'*humidité d'équilibre* (HE). Plus la température est basse, plus l'HE est élevé pour une même HRA. Les différences sont cependant relativement faibles dans la plage des températures entre 0 et 40 °C. Ce serait à vérifier pour un matériau précis. À titre d'exemple, les relations entre HE et HRA sont données par la

¹ Source : <https://www.wofrance.fr/> consulté le 30.07.2022.

figure ci-dessous pour « le » bois. Ici, l'HE à 80 % d'HRA, passe d'environ 16 % pour 30 °C, à 17% pour 0 °C.

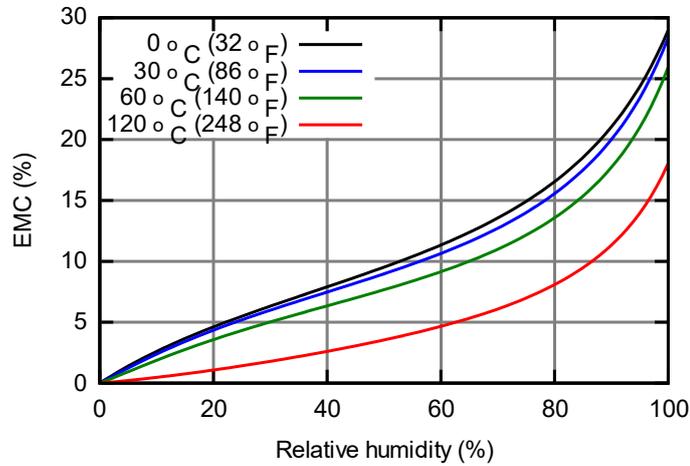


Figure 6.4.4 - Humidité d'équilibre « du bois en fonction de l'humidité et de la température, selon l'équation Hailwood-Horrobin. »¹

Dans un climat tropical humide, on rencontre fréquemment des moyennes journalières de 95 %, comme on peut le voir à l'exemple de Cayenne sur le graphique ci-dessous. Les moyennes mensuelles varient entre 75 % et 88 %.

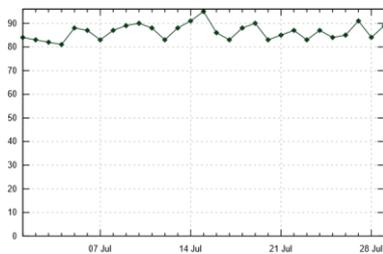


Figure 6.4.5 – Aéroport international Felix-Eboué à Cayenne – Humidité relative de l'air entre le 1^{er} et le 29 Juillet 2022.²

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Température moyenne (°C)	25.1	25.2	25.6	25.7	25.5	25.2	25.6	26.5	27.3	27.4	26.7	25.6
Température minimale moyenne (°C)	23.4	23.5	23.8	23.8	23.6	23.2	23.1	23.7	24.2	24.4	24.2	23.6
Température maximale (°C)	27.6	27.5	28.1	28.3	28.2	28.3	28.9	30.1	31.4	31.5	30.3	28.4
Précipitations (mm)	268	220	193	255	413	350	195	80	32	50	127	263
Humidité (%)	85%	83%	82%	84%	87%	88%	86%	80%	76%	75%	80%	86%
Jours de pluie (jrs)	20	18	19	19	21	21	19	12	7	10	16	20
Heures de soleil (h)	7.2	7.0	7.3	7.3	7.0	7.6	8.5	9.1	9.3	8.9	8.4	7.4

Data: 1991 - 2021 Température minimale moyenne (°C), Température maximale (°C), Précipitations (mm), Humidité, Jours de pluie.
Data: 1999 - 2019: Heures de soleil

Figure 6.4.6 – Tableau climatique de Cayenne³

¹ Source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Équilibre_hygrométrique consulté le 30.07.2022.

² Source : <https://www.wofrance.fr/> consulté le 30.07.2022.

³ Source : <https://fr.climate-data.org/> consulté le 30.07.2022.

Dans un climat aride comme à Biskra, aux portes du Sahara algérien, les moyennes ne dépassent généralement pas 55% mais peuvent exceptionnellement aussi être de l'ordre de 90%.

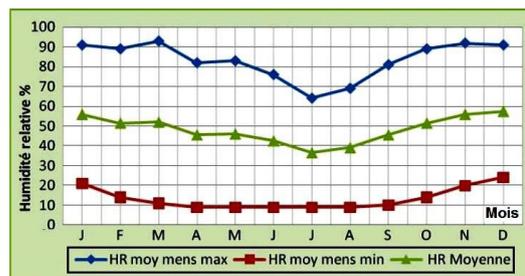


Figure 6.4.7 – « Variation mensuelle de l'humidité relative de la ville de Biskra », [75, p. 343]

Comme nous l'avons déjà retenu à propos des plâtres et de la terre, les vitesses d'adsorption sont grandes. En partant d'un état parfaitement sec, les deux matériaux atteignent l'équilibre avec un air saturé en moins de 24 heures, pour des épaisseurs de quelques centimètres. Pour des épaisseurs plus fortes, notamment des parois, exposées sur les deux faces. Les temps d'adsorption sont plus lents.

Pour le *comportement à court terme*, il paraît alors prudent de considérer au minimum une HE pour la moyenne mensuelle la plus élevée de l'HRA, à moins de disposer de données précises qui permettent d'envisager une HE maximale différente. Pour le climat tempéré d'Europe cette moyenne maximale est proche de 85 %.

Pour le *comportement à long terme*, on pourrait éventuellement s'appuyer sur les maximales de moyennes annuelles.

PROTECTION DE L'EXPOSITIONS DIRECTES À L'EAU

Il va sans dire que les matériaux sensibles à l'eau doivent être protégés de tout contact direct, que ce soit de la pluie, des eaux souterraines pouvant être transportées par capillarité ou des eaux liées à l'utilisation d'un bâtiment y compris la condensation.

Ceci concerne non-seulement la terre crue ou le plâtre, mais aussi d'autres matériaux poreux comme la plupart des terres cuites ou les pierres tendres. L'absorption d'eau combinée au gel, la cristallisation de sels transportés par l'eau ou d'autres réactions de matières transportées avec le matériau peuvent être dommageables.

Cependant, pour des matériaux solubles comme la terre non-stabilisée, un détrempeage pourrait être fatal et conduire très rapidement à la ruine d'une structure.

6.4.5 ADAPTATION DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES : COMPOSITION, STABILISATION & RENFORCEMENT AUX FIBRES

Le choix des matériaux doit évidemment être adapté au niveau de contraintes absolues et relatives auxquelles la structure doit résister.

Les premières calculs FEM avaient montré des niveaux de contraintes relativement faibles sous l'action du poids propre. En compression, elles ne dépassaient pas 1.0 MPa, en traction elles pouvaient atteindre environ 50 kPa, soit environ 5%. Pour des charges ponctuelles ou des charges horizontales, on peut s'attendre à ce que les moments de flexion locaux prennent une proportion plus importante ce qui se traduit par une augmentation des contraintes de traction. On analysera précisément les contraintes par la suite. Ici, il s'agit d'émettre des hypothèses permettant de guider le choix des matériaux.

Dans notre cas, le composite recherché doit donc avoir une certaine résistance en traction et flexion. Globalement, les contraintes restent relativement faibles.

La présence de contraintes de traction exige en premier lieu, une bonne adhésion du mortier.

Pour la terre crue qui offre, dans l'absolu, souvent une résistance faible en traction et en flexion, l'on peut recourir à un renforcement aux fibres. Bien qu'il augmente souvent très considérablement la résistance en traction et flexion, le renforcement aux fibres conduit, pour une grande partie des recherches, à une réduction de celle en compression.

Cette diminution peut être expliquée par l'utilisation de faisceaux de fibres grossiers ou de brins complets qui contribuent à créer des vides d'air. L'utilisation de fibres séparées, comme la filasse de chanvre, permet d'éviter l'apparition de cet effet secondaire indésirable. D'une part, on augmente la surface de contact entre fibre et matrice et, d'autre part, on ne crée pas des vides, comme c'est le cas avec des brins entiers.

Ainsi lors d'essais avec du pisé renforcé à la fibre de lin, Dierks & Ziegert ont pu constater une augmentation de la résistance en compression (cf. [53, p. 149]) grâce à l'augmentation de la résistance en traction transversale. Cependant, au dépassement d'un certain dosage en fibres, la résistance chute à nouveau (cf. [53, p. 152]).

Le renforcement aux fibres peut se faire soit par une addition de fibres en vrac dans le mélange destiné à la fabrication de la brique ou du mortier, soit par l'incorporation de filets

dans les lits de mortiers ou dans les couches d'enduit. Sur le marché on trouve des filets de fibres naturelles, telles que le lin ou la jute, ainsi que des fibres synthétiques, telles que la fibre de verre.

Différentes recherches ont été menées pour évaluer la performance d'un renforcement à la fibre végétale. Myriam Olivier [76] évalue le renforcement de la terre à la paille, Aurélie Laborel-Préneron [77] le renforcement de la terre à la chènevotte, Fabien Betene Ebanda [71] s'intéresse au renforcement du plâtre par du sisal ou du rhecktophyllum camerunense. Jonathan Page [78] fait des essais sur mortiers à base de ciment, avec ou sans différents additifs, renforcés par des fibres de lin qui ont au préalable subi différents traitements ou ont été laissés bruts. Les additifs visaient notamment la diminution de l'alcalinité de la matrice, préjudiciable aux fibres sur le long terme.

Les briques d'adobe armées à la paille, testées par Trujillo présentent une résistance moyenne à la traction par flexion de 0.65 MPa.

Les enduits armés analysés par Myriam atteignent 0.779 MPa en flexion et 0.177 MPa en traction axiale.

Le plâtre armé à la fibre de sisal qui fait l'objet des essais de Betene Ebanta, conduits à 30% d'HRA et 20°C, montre une résistance moyenne en traction axiale de 8.52 MPa ($E = 2.5 \text{ GPa}$, $\epsilon_u = 21.30 \%$), soit environ 10 fois la résistance du plâtre non-armé (valeur moyenne 0.86 MPa, $E = 1.72 \text{ GPa}$, $\epsilon_u = 1.16 \%$). On note cependant un très grand allongement à la rupture.

Les mortiers de ciment renforcés à la fibre de lin testés par Page, atteignent une résistance moyenne à la traction par flexion supérieure à 7.0 MPa. Les mêmes mortiers renforcés à la fibre de verre atteignent environ 11.0 MPa en flexion. Il faut noter que le mortier de référence aux mêmes dosages mais non-armé, présente une résistance d'environ 6.8 MPa.

6.4.6 FACTEURS À OBSERVER LORS DE L'EXÉCUTION DE L'OUVRAGE

L'HYDRATATION DU MORTIER ET DE LA BRIQUE

Autant pour les maçonneries de terre crue que cuite, parmi les facteurs les plus importants qui permettent d'obtenir une bonne adhérence et résistance sont ceux relatifs à l'hydratation : l'hydratation préalable des éléments, le bon taux d'hydratation du mortier et la cure de la maçonnerie.

HYDRATATION PRÉALABLE AU MONTAGE

L'humidification préalable des éléments limite et freine l'absorption de l'eau du mortier par les éléments. Une trop grande saturation cependant, empêche la bonne adhérence par la formation d'un film d'eau à l'interface. L'eau excédentaire contenue dans le mortier doit pouvoir être absorbé.

Pour les maçonneries de terre crue, l'humidification des faces des blocs qui seront mis en contact avec le mortier, peut limiter la profondeur de la pénétration de l'eau du mortier. « *La façon dont cette préparation est effectuée est très importante pour obtenir une bonne adhérence de l'interface bloc-mortier.* » [63, p. 89]

Pour les briques de terre cuite combiné au mortier de chaux hydraulique, Pavia & Hanley [55, p. 919] immerge les briques pendant 3 minutes, 20 minutes avant de les assembler, de façon à obtenir une saturation à 70 %. Ils s'appuient sur différentes études pour justifier cette pratique.

TENEUR EN EAU SUFFISANTE DU MORTIER

Comme nous l'avons constaté au chapitre dédié aux mortiers, une hydratation insuffisante est souvent plus pénalisante qu'une hydratation excessive, notamment du point de vue de la bonne adhérence.

CURE DE LA MAÇONNERIE

Comme les bétons ou les enduits minéraux, les mortiers doivent être hydratés suffisamment pour faire prise. Une dessiccation est donc évidemment à éviter.

Les mortiers à prise lente, comme les mortiers de chaux, doivent être protégés plus longtemps. Même les mortiers de terre qui ne font pas prise, doivent pouvoir sécher lentement pour éviter l'apparition de concentration de contraintes et de fissures.

6.5 MODÈLE MÉCANIQUE DE L'APPAREILLAGE DE LA VOÛTE CATALANE À 3 COUCHES

6.5.1 PRÉSENTATION DES HYPOTHÈSES GÉOMÉTRIQUES : DÉFINITION DE L'APPAREILLAGE

Les dimensions des briques sont assumées $270 * 130 * 25 \text{ mm}^3$ ($l_b * w_b * t_b$).

La largeur des joints est assumée être de 10 mm, autant entre chants et bouts qu'entre faces.

La maçonnerie pourrait alors être composée de sorte que 2 briques posées selon la longueur correspondent à une brique en longueur ($2 * 130 + 10 = 270$) et 4 briques superposées correspondent à une largeur ($4 * 25 + 3 * 10 = 130$).

L'appareil est constitué de 3 couches croisées de briques.

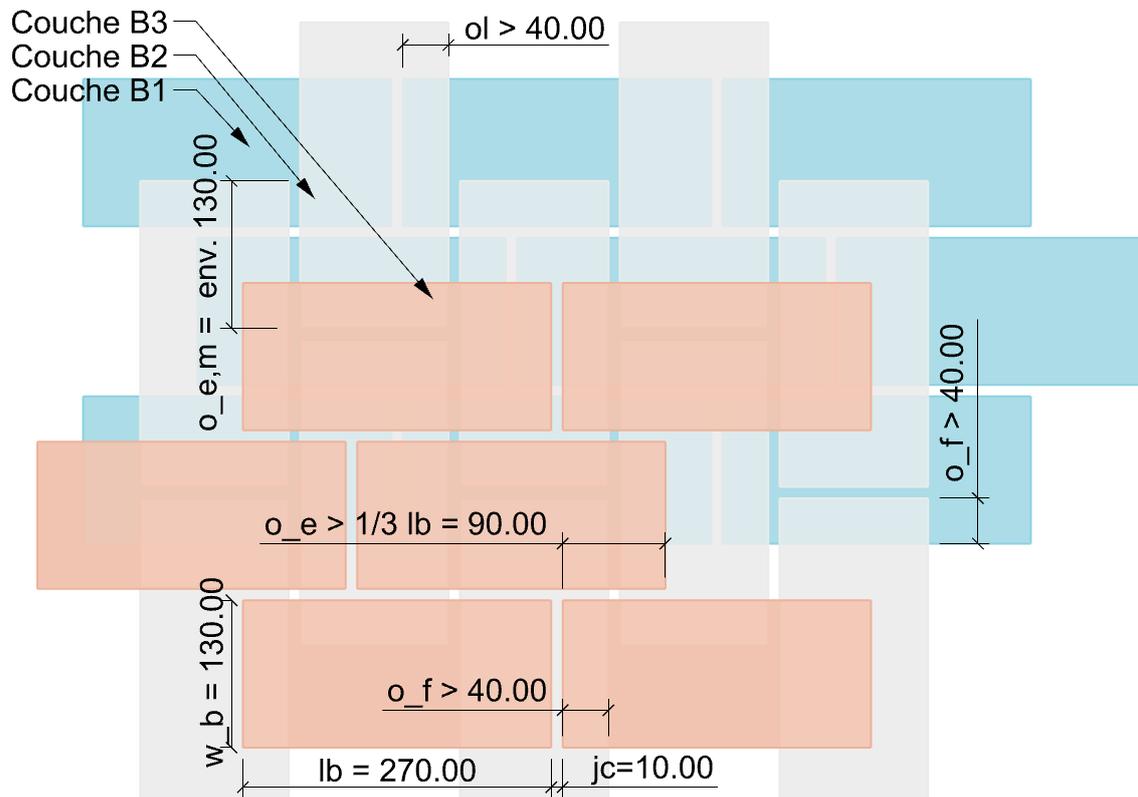


Figure 6.5.1 – Représentation de l'appareillage – hypothèses géométriques

Le *recouvrement entre chants* O_e est au moins le tiers de la longueur d'une brique, soit 90 mm. Pour la couche moyenne, ce recouvrement doit être d'environ la moitié de la longueur pour pouvoir garantir le *recouvrement minimal entre faces* O_f de 40 mm.

Pour respecter ces recouvrements avec facilité, il faudrait idéalement disposer d'un certain nombre de briques avec surlongueur pour pouvoir tailler à la bonne dimension et ainsi ajuster localement.

Le tableau ci-dessous résume les paramètres relatifs à la géométrie de la maçonnerie.

Symbole	Valeur	u	Expression	Description
t_b	25	mm		Brique : Épaisseur
w_b	130	mm		Brique : Largeur
l_b	270	mm		Brique : Longueur
j_e	10	mm		Largeur du joint entre chants/bouts
j_f	10	mm		Largeur du joint entre couches
o_e	90	mm	$\frac{1}{3} t_b$	Recouvrement minimal des chants à l'intérieur de la couche
o_f	40	mm	$\frac{4}{13} w_b$	Recouvrement minimal des faces de briques entre couches

Nous désignons par *direction longitudinale* de la maçonnerie, celle qui est parallèle au long côté des briques de parement. La *direction transversale* est celle parallèle aux longs côtés des briques de la couche médiane.

6.5.2 MODÈLE DE COMPORTEMENT MÉCANIQUE

Dans cette partie, nous allons émettre des hypothèses de résistance dont dépendront les paramètres propres aux matériaux. Nous allons systématiquement fournir des exemples numériques pour deux types de matériaux appliqués au même appareillage : une maçonnerie de terre cuite montée au mortier de chaux/ciment et une maçonnerie de terre crue montée au mortier de terre crue.

Les propriétés des matériaux retenus pour les exemples numériques sont récapitulées au chiffre 6.5.3.

PRINCIPE DE MODÉLISATION DE L'ACTION MÉCANIQUE

Les différents éléments constitutifs de l'appareil, contribuent chacun de façon spécifique à la résistance de la maçonnerie. Leur contribution peut être évaluée/modélisée pour différents types d'efforts, notamment les efforts membranaires de traction ou de compression ainsi que les efforts de flexion. Évidemment, la résistance varie en fonction de l'orientation par rapport à l'appareillage.

Les joints entre chants parallèles à l'effort dominant, les joints orientés selon le plan normal à l'effort dominant, ainsi que les joints entre lits de brique, se déforment et résistent de façon spécifique en fonction de la déformation qui leur est imposée.

La démarche consiste à

- Définir un mode de déformation de l'appareillage correspondant aux différents types de sollicitations.
- Définir des *contraintes équivalentes* pour un matériau isotrope au comportement non-linéaire, tel que nous pouvons l'appliquer à une modélisation aux éléments finis.
- Définir des déformations maximales admissibles et des efforts résistants maximaux par l'appareil qui conduisent à la ruine des différents composants et établir une hiérarchie de l'ordre de leur rupture pour une déformation croissante, donc d'efforts croissants.

Le relevé des contraintes équivalents sur le modèle aux éléments finis nous permettra par la suite d'évaluer l'état de contraintes au sein des différents constituants pour juger de leur aptitude à résister et à garantir l'intégrité de la structure face aux actions et déformations imposées.

EFFORTS TRANSVERSAUX

Les efforts perpendiculaires de traction et de compression influent sur la résistance d'un tronçon de maçonnerie, notamment en cisaillement. Une compression transversale augmente la résistance grâce à la contribution augmentée du frottement interne, selon la théorie de Coulomb. Une traction, au contraire diminue la résistance au cisaillement, voire l'annule.

Pour la prise en compte de ces efforts lors de l'analyse des contraintes issues du calcul FEM, il faudrait donc, dans un premier temps, établir les contraintes de traction / compression dans les deux directions perpendiculaires, pour ensuite pouvoir évaluer la résistance de la section.

NOMENCLATURE DES COUCHES

Dans ce qui suit, nous allons établir les caractéristiques des éléments et définir la façon dont ils déterminent le comportement mécanique de l'appareillage.

Les éléments sont différenciés selon les 5 couches de l'appareil, depuis l'intérieur vers l'extérieur ce qui correspond également à l'ordre de pose :

- Couche B1 : La couche de briques qui constituent le parement intérieur.
- Couche M1 : La couche de mortier entre la couche B1 et la couche de briques médiane.
- Couche B2 : La couche de briques médiane.
- Couche M2 : La couche de mortier entre la couche B2 et B3.
- Couche B3 : La couche de briques qui constitue le parement extérieur.

HYPOTHÈSE DE FIABILITÉ

Selon la direction longitudinale, les chants se situent dans les couches des briques du parement, plus exposés à la fois à des contraintes élevées causées par la flexion et, à la fois, aux variations de l'hygrométrie qui peut, à travers des dilatations différentielles, conduire à la fissuration.

On peut alors présumer une hiérarchie de la fiabilité des interfaces, par ordre décroissant :

- Les liaisons entre faces : Elles ne sont pas directement exposées à des variations de l'HRA. Pour une représentation isotrope de la maçonnerie, les contraintes liées à la flexion seraient plus faibles proche de l'axe neutre qu'au niveau des fibres extrêmes où elles sont maximales. Comme on le verra, ce n'est pas forcément le cas au sein de l'appareillage.

- Les liaisons latérales entre briques de la couche médiane. Elles ne sont ni exposées, ni sujettes à des contraintes notables de flexion.
- Les liaisons latérales entre briques du parement : Elles sont directement exposées. En cas de flexion, les contraintes devraient être plus petites entre bouts qu'entre chants, car les chants sont alignés, alors que lors d'une rotation autour du bout, la brique voisine contribue à la résistance. Cependant, la distance entre chants est plus petite. Une largeur de brique sépare chaque chant et une longueur de brique sépare les bouts. De ce point de vue, la rotation relative des briques et par conséquent les contraintes devraient être plus petites.

HYPOTHÈSES MÉCANIQUES

Pour l'évaluation de la résistance on se base sur les hypothèses suivantes :

- La maçonnerie rompt au niveau des joints. Le cas contraire serait bien plus facile à vérifier. Il suffirait que la résistance du composant le plus faible soit supérieure à la sollicitation. Bien entendu, il est donc toujours à vérifier que la résistance admise n'est pas supérieure à celle des composants.
- Les déformations des joints restent dans le *domaine élastique-linéaire*. Dans le cas d'un matériau de terre, ça implique, notamment pour les contraintes de compression, un niveau de contrainte faible, de l'ordre de 40% de la contrainte de rupture.
- Les déformations sont petites. On utilise l'approximation de Gauss pour les petits angles.
- La déformation des briques elles-mêmes est négligée lors de la détermination des contraintes au niveau des interfaces. Notamment en flexion, c'est une hypothèse très conservatrice. Le fléchissement des briques amoindrit la rotation relative des briques au droit des joints. Les contraintes sont alors inférieures.
- Les modules d'élasticité transversaux des briques et du mortier sont très proches, de façon à éviter les déformations relatives qui pénalisent l'adhérence et sont responsables des contraintes transversales parasites.
- On analyse le cas où les recouvrements sont proches du minimum admis individuellement. On obtient donc des valeurs de résistance minimale.

RÉACTION À LA COMPRESSION

En partant d'un raisonnement inverse, celui des contraintes minimales requises pour la structure étudiée, il faudrait que la résistance de dimensionnement à la compression soit au minimum de 1.5 MPa. Lors des premières vérifications au poids propre, on obtenait localement déjà des contraintes légèrement inférieures à 1.0 MPa. En considération d'autres charges et des coefficients à appliquer aux actions, la valeur de 1.5 MPa semble alors justifiée comme hypothèse.

L'obtention d'une telle résistance de calcul semble simple pour une maçonnerie de terre cuite mais plus problématique pour une maçonnerie de terre crue.

TERRE CUITE

On utilise la brique de terre cuite déjà mentionnée, la « Poroton-Schallschutzziegel Mz NF 20-1,8 » de Wienerberger. Elle présente une densité d'environ 1.8 t/m³, est de classe de résistance 20 et présente ainsi une résistance moyenne en compression $f_b = 25.0$ MPa et une résistance minimale de 20.0 MPa.

L'élasticité n'est pas déclarée par le fabricant. Hypothétiquement, pour la brique, nous allons admettre un module d'élasticité $E_b = 6.57$ GPa, conformément à la relation donnée au sous-chapitre consacré aux briques de terre cuite.

Pour le coefficient de poisson nous retenons $\nu_b = 0.18$ en référence à l'étude de Shaan et Torrenti [79, p. 149]¹. Le module d'élasticité transversale est alors $E_{b,q} = \frac{E_b}{\nu_b} = 36.5$ GPa.

Pour le béton, l'EC2-1-1 admet un coefficient de poisson $\nu = 0.20$ [p.3.1.3]. Shaan et Torrenti [ibidem], donnent un coefficient de poisson $\nu_m = 0.25$ pour un mortier de ciment. Valeur que nous retenons.

En considération des déformations transversales relatives entre mortier et éléments, nous cherchons à obtenir une élasticité transversale la plus proche possible.

Le module d'élasticité visé pour le mortier serait alors $E_m = \frac{\nu_m}{\nu_b} E_b = 9.1$ GPa

Selon la relation donnée par Jäger, $E_m = 2100 f_m^{0.7}$ [41, p. 9], ceci correspondrait un mortier d'une résistance caractéristique de 8.2 MPa.

¹ Ils donnent $\nu = 0.14$ pour une brique perforée.

En choisissant un mortier M5 avec $f_m \geq 5.0$ MPa de résistance minimale, $E_m \geq 6.5$ GPa et $E_{m,q} \geq 25.9$ GPa, soit $\geq 71\%$ du module d'élasticité transversale assumée pour la brique.

Nous définissons la résistance à la compression caractéristique de la maçonnerie selon l'équation 6.2.2 issue de l'EC6.

$$f_k = 0.8 \cdot 0.55 \cdot f_b^{0.7} \cdot f_m^{0.3} = 6.787 \text{ MPa}$$

TERRE CRUE

Pour la terre crue, les coefficients de sécurité γ_m doivent garantir le respect du domaine élastique, tenir compte de la réduction de la résistance pour une teneur en eau plus élevée, limiter le fluage et aussi palier aux incertitudes liées à l'exécution. Pour l'ATEX 2957 de 2021, le plus petit quotient admis est de 2.5. La NZS 4297 applique un coefficient de $\frac{5}{3}$, soit env. 1.67.

Si on applique le coefficient le moins sécuritaire de l'ATEX française, la résistance caractéristique de la maçonnerie devrait être d'au moins $1.5 \text{ MPa} \cdot 2.5 = 3.75 \text{ MPa}$. Aucun règlement européen n'admettrait cette résistance caractéristique autrement qu'à travers une vérification par des essais¹, d'autant plus qu'il s'agit d'un appareillage particulier.

Les essais de Brinkmann & Wiehle ont montré des résistances mesurées pour les maçonneries de terre crue non-stabilisée d'au maximum 3.72 MPa et 2.51 MPa pour respectivement 50 et 80 % d'HRA [56]. Compte tenu des résultats de cette seule recherche, le niveau de résistance ciblé semble possible bien qu'une optimisation des matériaux et de leur interaction semble indispensable.

¹ La NZS 4297 cependant permettrait de justifier cette résistance caractéristique pour un mur classique à partir de celle de la brique. La brique doit alors offrir une résistance caractéristique, déterminée selon la NZS 4298, de $1.50 \cdot \frac{1}{0.5} \cdot \frac{1}{0.6} = 1.50 \cdot 3.33 = 5.00 \text{ MPa}$. Après application du factor de forme pour un essai sur une brique au format NF (240*115*71 mm³), tel qu'utilisée par Brinkmann & Wiehle, préparée selon DIN 18945, la résistance requise serait de 6.94 MPa. Selon la NZS 4297, la résistance caractéristique de compression d'une maçonnerie montée avec une telle brique est de $6.94 \cdot 0.5 = 3.47 \text{ MPa}$. On rappelle que selon la NZS 4298, l'échantillon doit présenter un élancement géométrique d'au moins 5 pour un facteur de forme de 1. Le facteur de forme pour un échantillon au format NF, préparé selon DIN 18945 ou XP P 13-901 serait de 0.72. La résistance requise serait alors de 6.94 MPa.

La résistance obtenue par Brinkmann & Wiehle, relève d'une combinaison de briques NF et d'un mortier M2. En l'absence de valeurs spécifiques à l'appareillage particulier de la voûte catalane, on va pour le prédimensionnement retenir cette série de valeurs. Pour une exécution, la réalisation d'essais sur l'appareillage semble indispensable. Ceci concerne par ailleurs l'ensemble des hypothèses de résistance, autant en compression qu'en traction ou en flexion.

Les propriétés mécaniques retenues pour le prédimensionnement sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Résistance à la compression [MPa]	50%		80%		Module d'élasticité compression [GPa]	Coefficient de poisson		
		50%	80%	50%	80%		50%	80%	
Brique NF	f_b	4.38	3.30	E_b	2.81	1.63	ν_b	0.187	0.104
Mortier M2	f_m	4.13	2.94	E_m	3.26	2.69	ν_m	0.21*	0.18*
Maçonnerie	f_k	3.72	2.51		1.66	1.09			

Table 6.5.1 –Propriétés mécaniques caractéristiques admises pour les briques, le mortier de terre et la maçonnerie en se basant sur les essais de Brinkmann & Wiehle (* valeur hypothétiques¹).

¹ Le coefficient de poisson à 50% est assumé de façon à obtenir le même module d'élasticité transversal pour le mortier que pour la brique. Pour 80 % il est réduit de façon à conserver le module transversal indépendamment du taux d'humidité, pour un E donné.

RÉACTION À LA TRACTION AXIALE

HYPOTHÈSES

Traditionnellement, on n'admet pas de résistance à la traction perpendiculairement aux joints de mortier. Pour un effort de traction centrée, les interfaces coloriées en rouge sur les figures ci-dessous correspondent à une telle sollicitation en traction directe dont la contribution serait négligée.

La résistance à la traction de la section de maçonnerie dépend alors exclusivement du cisaillement entre chants et faces. Comme mentionné, la résistance au cisaillement des chants dépend de la contrainte de compression/traction transversale.

DIRECTION LONGITUDINALE

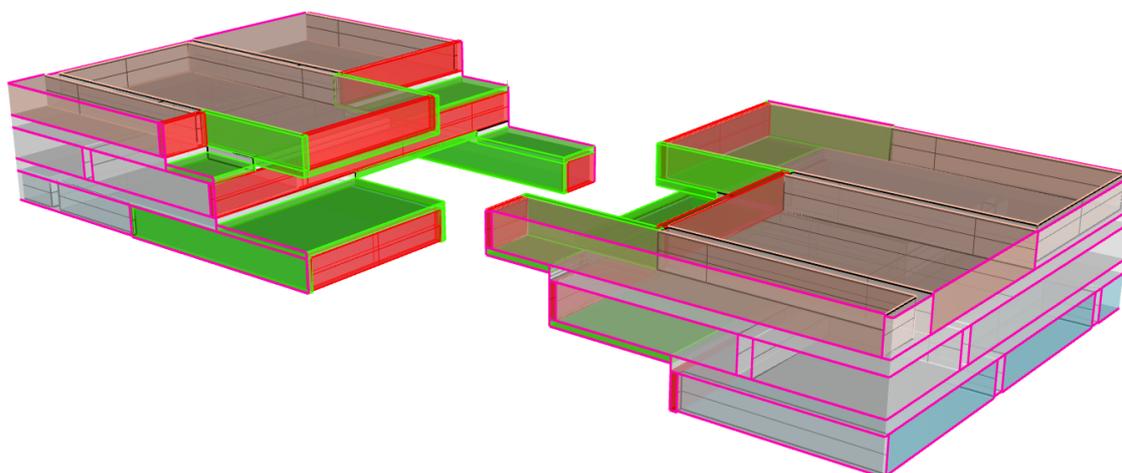
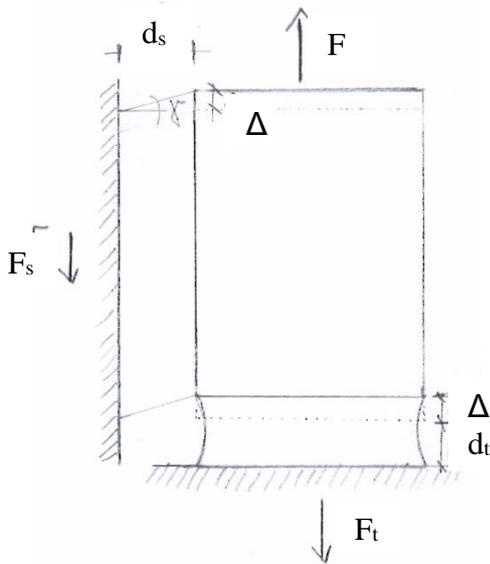


Figure 6.5.2 – Modélisation d'une section de l'appareillage avec les interfaces de mortier. En réponse à une sollicitation en traction axiale parallèle à la direction longitudinale, les interfaces contribuent en traction (rouge) et en cisaillement (vert).

ÉTAPES

- Détermination du rapport entre les déformations des joints sollicités en traction directe et ceux sollicités en cisaillement direct. Dédution de l'ordre de rupture et du taux de contrainte pour les différentes interfaces au moment du début de leur rupture/plastification.
- Détermination de l'effort résistant et de la contrainte équivalent pour une section homogène

TAUX DE CONTRAINTE POUR LES DIFFÉRENTES INTERFACES ET ORDRE DE RUPTURE



Les déformations des joints sont liées et leur amplitude relative peut se déduire directement des proportions géométriques. La figure à gauche, représente schématiquement les déformations de deux joints.¹

Nomenclature

- A_s Surface du joint cisailé
- A_t Surface du joint en traction
- F_s Force correspondante au cisaillement direct
- F_t Force de traction directe
- d_s Largeur du joint en cisaillement
- d_t Largeur du joint en traction

Facteur liant le module de cisaillement G au module d'élasticité en

- ζ compression E : $G = \zeta E$. Pour un matériau isotrope, $\zeta = \frac{1}{2(1+\nu)}$, où ν est le coefficient de poisson.

La déformation Δ correspond à une contrainte de cisaillement d'un côté et à une contrainte de traction de l'autre.

$$\Delta = \epsilon d_t = \frac{\sigma}{E} d_t \quad \text{et} \quad \Delta = \gamma d_s = \frac{\tau}{G} d_s = \frac{\tau}{\zeta E} d_s$$

¹ On assume que F agit selon une ligne d'action qui exclue toute rotation.

Cette égalité permet de déduire que $\frac{\tau}{\sigma} = \zeta \frac{d_t}{d_s}$ et pour des joints de largeur initiale égale, on obtient la relation suivante entre contrainte de cisaillement et celle de traction :

$$\frac{\tau}{\sigma} = \zeta = \frac{1}{2(1+\nu)}$$

6.5.1 – Traction pure – Rapport entre cisaillement et traction de joints perpendiculaires

Généralement, on peut vérifier que l'adhésion est plus faible que la résistance du mortier, autant en cisaillement qu'en traction. À cette condition, on peut, en comparant le rapport $\frac{f_{vk}}{f_a}$ à ζ , déduire si la rupture va être initialisée sur l'interface en cisaillement ou sur celle en traction.

f_{vk} *Adhérence en cisaillement* : En l'absence de contrainte transversale, $f_{vk} = f_{vk0}$, l'*adhérence initiale en cisaillement*.

f_a *Adhérence en traction*

Si $\frac{f_{vk}}{f_a} \leq \zeta$, la rupture sera initialisée par la défaillance de l'interface en cisaillement, si, au contraire, $\frac{f_{vk}}{f_a} \geq \zeta$, la rupture sera initialisée par la défaillance de l'interface en traction.

Dans le 1^{er} cas, la contrainte de traction au début de la plastification de l'interface en cisaillement sera $\sigma_{max} = \frac{1}{\zeta} f_{vk}$, tandis que la contrainte maximale de cisaillement sera $\tau_{max} = f_{vk}$.

Dans le 2nd cas, la contrainte de cisaillement au début de la fissuration de l'interface en traction sera $\tau_{max} = \zeta f_a$, tandis que la contrainte maximale de traction sera $\sigma_{max} = f_t$.

La rupture du premier type d'interface ne signifie pas encore nécessairement la ruine. Il est possible que l'effort mobilisable par le second type d'interface soit supérieur à la somme des deux, avant rupture du premier. Dans ce cas nous avons un effort conduisant à l'endommagement de la structure F_{dmg} et un second, plus élevé, qui conduit à la rupture F_u .

DÉTERMINATION DE L'EFFORT RÉSISTANT ET DE LA CONTRAINTE ÉQUIVALENT POUR UNE SECTION HOMOGENÈNE

L'effort total mobilisable F se compose des efforts des composants. $F = F_s + F_t$.

F_s et F_t dépendent des surfaces respectivement sollicitées en cisaillement et en traction.

$$F_s = \tau_{\max} \sum A_s ; \quad F_t = \sigma_{\max} \sum A_t$$

Pour l'appareillage tel que nous l'avons défini, l'on peut admettre deux états, un état fissuré où les joints des parements sont fissurés et un état non-fissuré. Pour l'état fissuré, seule la résistance des joints entre lits et des joints de la couche médiane peut être considérée. Pour définir des bornes inférieure et supérieure de résistance, nous allons définir *l'effort conduisant à l'endommagement des couches internes dans l'état fissuré* $F_{\text{dmg,fis}}$ et *l'effort de résistance maximale pour un état non fissuré* $F_{u,\text{max}}$.

Nous considérons pour cela une portion de la largeur de deux largeurs de brique + joint, soit

$$w_p = 2(w_b + j_e) = 280 \text{ mm.}$$

EFFORT CONDUISANT À L'ENDOMMAGEMENT DES COUCHES INTERNES DANS L'ÉTAT FISSURÉ

Les surfaces de contact qui contribuent sont les suivantes :

Faces entre lits (cisaillement)	$A_{s,f} = 2 \cdot o_f \cdot w_p$	Il y a deux faces de contact par brique correspondant aux couches M1 et M2.
Bouts de la couche médiane (traction)	$A_{t,h3} = t_b \cdot w_p$	Le joint est continu.

$$F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\max} A_{s,f} + \sigma_{\max} A_{t,h3}$$

6.5.2 – Traction pure – Direction longitudinale - Effort conduisant à l'endommagement des couches internes dans l'état fissuré

EFFORT DE RÉSISTANCE MAXIMALE POUR UN ÉTAT NON FISSURÉ

Dans l'état non-fissuré, les surfaces suivantes s'ajoutent par rapport à un état fissuré :

Chants des couches extérieures B1 et B3 (cisaillement)	$A_{s,e1} = 4 o_e t_b$	Il y a deux couches et deux joints par couche pour la portion considérée.
Bouts des couches extérieures (traction)	$A_{t,e1} = 4 w_b t_b$	idem

On doit alors considérer trois modes de résistance :

- La résistance par l'action combinée du cisaillement et de la traction :

$$F_{u,max,comb} = \tau_{max}(A_{s,f} + A_{s,e1}) + \sigma_{max}(A_{t,h3} + A_{t,e1})$$

- La résistance par la seule traction à la limite de la contrainte de traction, dans le cas où l'interface cisailé rompt en premier :

$$F_{u,max,t} = f_a(A_{t,h3} + A_{t,e1})$$

- La résistance par le seul cisaillement à la limite de la contrainte de cisaillement, dans le cas où l'interface en traction rompt en premier :

$$F_{u,max,s} = f_{vk}(A_{s,f} + A_{s,e1})$$

La résistance ultime est alors la résistance maximale :

$$F_{u,max} = \max(F_{u,max,comb}; F_{u,max,t} \text{ ou } F_{u,max,s})$$

6.5.3 – Traction pure – Direction longitudinale - Effort résistant maximal dans l'état non-fissuré

CONDITIONS DE VALIDITÉ

La résistance à la traction d'une brique doit être supérieure à la somme des forces qui s'appliquent sur ces faces.

Compte tenu des recouvrements admis, dans le cas le plus défavorable, la somme des surfaces en cisaillement sur les deux chants, et deux faces de la brique sont

$$A_s = 2o_e t_b + 2o_f w_b = 2 * 90 * 25 + 2 * 40 * 130 = 14'900 \text{ mm}^2. ^1$$

Le bout de la brique qui présente la même aire que la section transversale, $A_t = t_b w_b = 3'250 \text{ mm}^2$, peut être sollicité en traction.

La résistance à la traction de la brique doit alors remplir la condition $\sigma_{t,b} > \frac{f_{vk}A_s + f_a A_t}{A_t}$.

Pour que l'on puisse considérer la contribution du cisaillement des chants, il doit y avoir absence de traction dans le sens transversal. La traction diminuerait ou annulerait la résistance au cisaillement de l'interface. La compression, au contraire, l'augmenterait.

¹ On considère deux faces pour que cette condition valide également la situation des briques en couche médiane pour la direction transversale.

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Les valeurs numériques pour les surfaces correspondant à l'appareillage défini pour un tronçon de largeur w_p sont les suivantes :

Faces entre lits	$A_{s,f} = 2 o_f w_p$	$2*40*280 = 22'400 \text{ mm}^2$
Bouts de la couche médiane	$A_{t,h3} = t_b w_p$	$25*280 = 7'000 \text{ mm}^2$
Chants des couches extérieures B1 et B3	$A_{s,e1} = 4 o_e t_b$	$4*90*25 = 9'000 \text{ mm}^2$
Bouts des couches extérieures	$A_{t,e1} = 4 w_b t_b$	$4*130*25 = 13'000 \text{ mm}^2$

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CUITE – MORTIER DE CHAUX OU CIMENT

Pour un coefficient de poisson $\nu = 0.25$, nous obtenons $\zeta = 0.4$.

Pour les adhérences d'un mortier NMII, donc de classe de résistance M5, en combinaison avec une brique de terre cuite, on peut en moyenne admettre 0.35 MPa en cisaillement et 0.44 MPa en traction [41, p. 12]. Avec ces valeurs, nous avons $\frac{f_{vko}}{f_a} = \frac{0.35}{0.44} = 0.8$.

Dans ce cas, $\frac{f_{vko}}{f_a} = 0.8 < \zeta$ donc l'interface en traction rompt en premier.

Pour une action combinée, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= f_a = 0.440 \text{ MPa} \\ \tau_{max} &= \zeta * f_a = 0.4 * 0.44 = 0.176 \text{ MPa}\end{aligned}$$

État fissuré des couches extérieures

La résistance dans l'état fissuré avant endommagement d'une des interfaces est alors $F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\text{max}} A_{s,f} + \sigma_{\text{max}} A_{t,h3} = 3'942 + 3'080 = 7'022 \text{ N}$. Rapporté au mètre linéaire $F_{\text{dmg,fis}} = 25.079 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction admissible équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est de $f_{eq,t} = 0.264 \text{ MPa}$.

Après rupture de l'interface en traction, l'effort fourni par le seul cisaillement est

$F_s = f_{vk0} A_{s,f} = 7'840 \text{ N}$. Cette valeur est supérieure à celle de l'effort combiné.

On voit donc que pour cette combinaison du ratio $\frac{f_{vk}}{f_a}$, du coefficient de poisson et de géométrie de l'appareillage, la prise en compte de la traction des joints n'apporte pas une résistance ultime supplémentaire.

État non-fissuré

Les efforts résistants combinés $F_{u,max,comb}$ et par le seul cisaillement $F_{u,max,s}$ pour un état non fissuré sont :

$$\begin{aligned} F_{u,max,comb} &= \tau_{max}(A_{s,f} + A_{s,e1}) + \sigma_{max}(A_{t,h3} + A_{t,e1}) \\ &= 5'526 + 8'800 \\ &= 14'326 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{u,max,s} = f_{vk}(A_{s,f} + A_{s,e1}) = 10'290 \text{ N}$$

L'effort résistant maximal total est alors $F_{u,max} = 14'326 \text{ N}$. Rapporté au mètre linéaire $F_{u,max} = 51.164 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie serait de $f_{eq,t1} = 0.539 \text{ MPa}$.

On note qu'on est encore loin des 2.0 MPa de résistance à la traction que Guastavino avait affiché suite à ses essais, comme en l'a vu au chiffre 2.2.2.

Validité

Pour que les résistances déterminées soient valides, il faut que la résistance à la traction de la brique soit supérieure à **2.05 MPa**.

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CRUE – MORTIER DE TERRE

Comme nous l'avons vu, la résistance à la traction des joints de mortier est en premier lieu conditionnée par son adhérence sur l'élément.

La NZS 4297 mentionne que dans certains cas, des valeurs pour l'adhérence allant jusqu'à 260 kPa ont pu être mesurées, pour des briques adobe¹ stabilisées au ciment, et jusqu'à 50 kPa, pour des briques non-stabilisées.²

Selon la norme DIN 18947, l'adhérence en traction d'un enduit de terre de la classe SII est d'au moins 0.10 MPa [80, p. 10]. Nous allons retenir cette valeur déterminée pour un support lisse en béton. Elle est plus élevée que celle indiquée par le NZS pour des briques non-stabilisées qui semblent très basses. Malheureusement, on ne trouve pas d'indications pour un même matériau, mais ces valeurs permettent de se faire une idée des performances qu'on peut raisonnablement attendre d'un mortier de terre non-stabilisé.

L'ATEX 2588 définit une adhérence initiale en cisaillement $f_{vk0} = 0.10$ MPa « *en l'absence d'essai spécifique, valeur minimale de référence pour mortier d'usage courant. Valeur conservatrice volontairement inférieure à celle issue de l'Eurocode 6, calcul des ouvrages en maçonnerie.* » [52, p. 65]

Donc en application de l'Eurocode, on obtient pour un appareillage où l'ensemble des joints sont garnis :

$$\begin{aligned} f_{vk} &= f_{vk0} + 0.4 \sigma_d \\ &= 0.1 \text{ MPa} + 0.4 \sigma_d \end{aligned}$$

L'adhérence en cisaillement initiale d'un mortier de terre « Lehm-Mauermörtel schwer » de la maison Claytec est, selon les données du fabricant, de 0.08 MPa. Nous allons retenir cette valeur légèrement plus faible et ne pas prendre en considération l'effet bénéfique d'une compression transversale.

Avec ces valeurs, nous avons, comme pour l'application précédente, $\frac{f_{vk0}}{f_a} = \frac{0.08}{0.10} = 0.8$.

Pour les coefficients de poisson admis hypothétiquement $\nu_{50\%} = 0.21$ à 50% d'HRA et $\nu_{80\%} = 0.18$ à 80% d'HRA, on obtient respectivement $\zeta_{50\%} = 0.413$ et $\zeta_{80\%} = 0.424$.

¹ Briques non-compressées, mais moulées et généralement renforcées aux fibres végétales

² Cf. [51, p. 23] ou p. 138.

Pour les deux taux d'HRA, $\frac{f_{vk0}}{f_a} > \zeta$ la rupture débute donc, ici aussi, d'abord sur l'interface en traction.

Pour une action combinée, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= f_a = 0.100 \text{ MPa} \\ \tau_{max} &= \zeta_{50} * f_a = 0.413 * 0.100 = 0.041 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Ici et pour la suite, on retient les valeurs les moins favorables qui généralement, correspondent à une humidité relative de l'air de 80 %. Seulement dans ce cas où la contrainte dépend d'une déformation relative, la valeur défavorable est $\zeta_{50\%}$.

État fissuré des couches extérieures

La résistance dans l'état fissuré avant endommagement d'une des interfaces est alors $F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\text{max}}A_{s,f} + \sigma_{\text{max}}A_{t,h3} = 918 + 700 = 1'618 \text{ N}$. Rapporté au mètre linéaire $F_{\text{dmg,fis}} = 5.778 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est de $f_{eq,t} = 0.061 \text{ MPa}$.

Après rupture de l'interface en traction, l'effort fourni par le seul cisaillement est

$F_s = f_{vk0}A_{s,f} = 1'792 \text{ N}$. Comme vu pour l'exemple précédent, cette valeur est supérieure à celle de l'effort combiné.

Ici aussi, la prise en compte de la traction des joints n'apporte pas une résistance ultime plus grande.

État non-fissuré

Les efforts résistants combinés $F_{u,\text{max,comb}}$ et par le seul cisaillement $F_{u,\text{max,s}}$ pour un état non fissuré sont :

$$\begin{aligned}F_{u,\text{max,comb}} &= \tau_{\text{max}}(A_{s,f} + A_{s,e1}) + \sigma_{\text{max}}(A_{t,h3} + A_{t,e1}) \\ &= 1'416 + 2'000 \\ &= 3'416 \text{ N}\end{aligned}$$

$$F_{u,\text{max,s}} = f_{vk}(A_{s,f} + A_{s,e1}) = 2'512 \text{ N}$$

L'effort résistant maximal total est alors $F_{u,max} = 3'416N$. Rapporté au mètre linéaire $F_{u,max} = 12.200 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est de $f_{eq,t} = 0.128 \text{ MPa}$.

Validité

Pour que les résistances déterminées soient valides, il faut que la résistance à la traction de la brique soit supérieure à **0.47 MPa**.

DIRECTION TRANSVERSALE

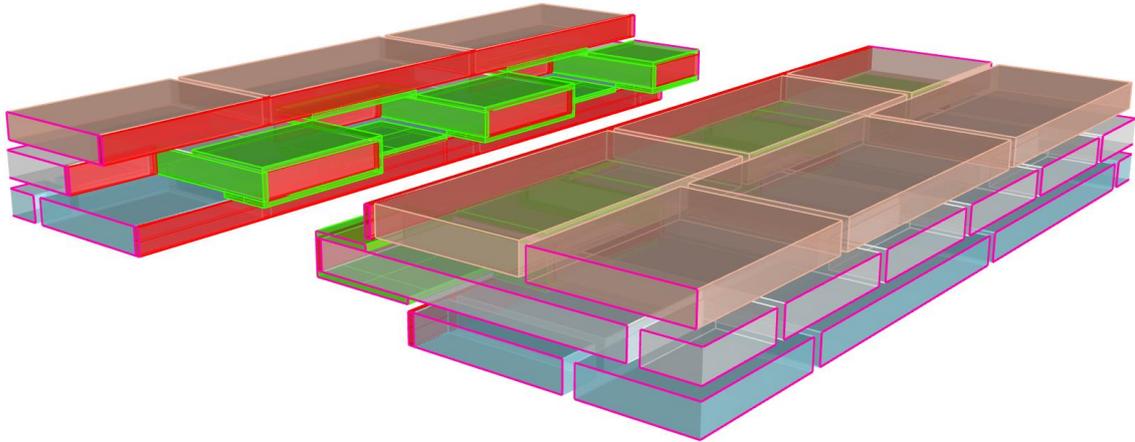


Figure 6.5.3 – Modélisation d'une section de l'appareillage avec les interfaces de mortier. En réponse à une sollicitation en traction axiale parallèle à la direction transversale, les interfaces contribuent en traction (rouge) et en cisaillement (vert).

Dans la direction transversale, la résistance à la traction peut être évaluée de façon similaire que dans la direction longitudinale.

On va se limiter à définir la résistance grâce à l'action des seules couches médianes. Les couches M1, B2 et M3 sont, comme évoqué, moins exposées à la fissuration. Pour garantir la fiabilité de la structure, il est plus prudent de se baser sur cette hypothèse plus sécuritaire. Les hypothèses et les conditions de validités sont les mêmes que pour la direction longitudinale.

DÉTERMINATION DE L'EFFORT RÉSISTANT ET DE LA CONTRAINTE ÉQUIVALENT POUR UNE SECTION HOMOGENÈNE

EFFORT CONDUISANT À L'ENDOMMAGEMENT DES COUCHES INTERNES DANS L'ÉTAT FISSURÉ

Les surfaces de contact qui contribuent sont les suivantes :

Faces entre lits
(cisaillement)

$$A_{s,f} = 2 \sigma_f w_p$$

Comme pour la direction longitudinale, il y a deux faces de contact par brique correspondant aux couches M1 et M2.

Chants des briques de la couche médiane (cisaillement)	$A_{s,e} = 2 o_e t_b$	Il y a deux chants pour la portion considérée.
Bouts de la couche médiane (traction)	$A_{t,h3} = t_b w_p$	

$$F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\text{max}}(A_{s,f} + A_{s,e}) + \sigma_{\text{max}}A_{t,h3}$$

6.5.4 – Traction pure – Direction transversale - Effort conduisant à l'endommagement des couches internes dans l'état fissuré

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

En complément des valeurs données pour la direction longitudinale, les valeurs numériques pour les surfaces correspondant à l'appareillage défini pour un tronçon de largeur w_p sont les suivantes :

Chants des briques de la couche médiane	$A_{s,e} = 2 o_e t_b$	$2 \cdot 90 \cdot 25 = 4'500 \text{ mm}^2$
---	-----------------------	--

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CUITE – MORTIER DE CHAUX OU CIMENT

Comme pour la direction longitudinale, pour une action combinée, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\sigma_{\text{max}} = f_a = 0.440 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{max}} = \zeta * f_a = 0.4 * 0.44 = 0.176 \text{ MPa}$$

État fissuré des couches extérieures

La résistance dans l'état fissuré avant endommagement d'une des interfaces est alors $F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\text{max}}(A_{s,f} + A_{s,e}) + \sigma_{\text{max}}A_{t,h3} = 4'734 + 3'080 = 7'814 \text{ N}$. Rapporté au mètre linéaire $F_{\text{dmg,fis}} = 27.907 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est de $f_{eq,t} = 0.294 \text{ MPa}$.

Après rupture de l'interface en traction, l'effort fourni par le seul cisaillement est

$F_s = f_{vk0}(A_{s,f} + A_{s,e}) = 9'415 \text{ N}$. Ici aussi, cette valeur est supérieure à celle de l'effort combiné.

Il se confirme que dans ces conditions, la prise en compte de la traction des joints n'apporte pas une résistance ultime supplémentaire.

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CRUE – MORTIER DE TERRE

Comme pour la direction longitudinale, pour une action combinée, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= f_a = 0.100 \text{ MPa} \\ \tau_{max} &= \zeta * f_a = 0.413 * 0.100 = 0.041 \text{ MPa}\end{aligned}$$

État fissuré des couches extérieures

La résistance dans l'état fissuré avant endommagement d'une des interfaces est alors $F_{\text{dmg,fis}} = \tau_{\text{max}}(A_{s,f} + A_{s,e}) + \sigma_{\text{max}}A_{t,h3} = 1'102 + 700 = 1'802 \text{ N}$. Rapporté au mètre linéaire $F_{\text{dmg,fis}} = 6.436 \text{ kN/m}$.

La contrainte de traction équivalente pour un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est de $f_{eq,t} = 0.068 \text{ MPa}$.

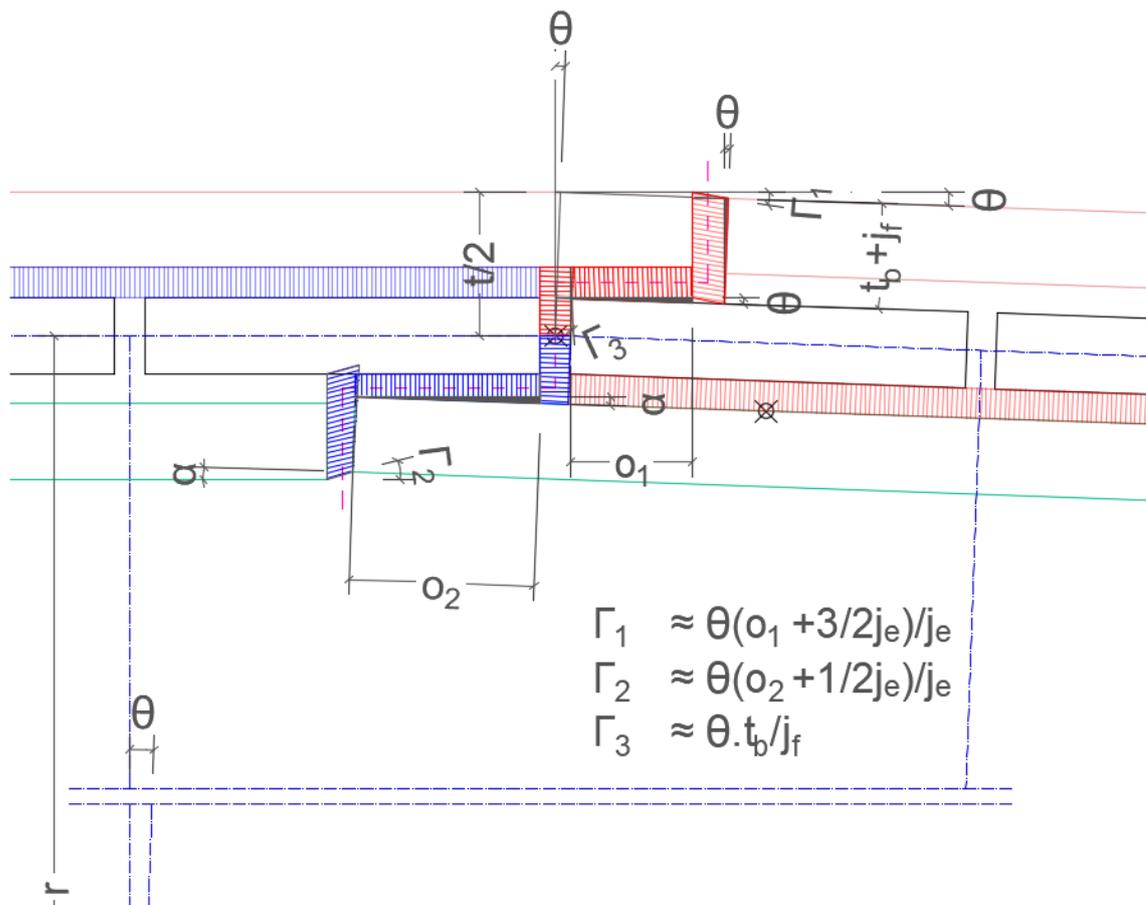
Après rupture de l'interface en traction, l'effort fourni par le seul cisaillement est

$F_s = f_{vk0}A_{s,f} = 2'152 \text{ N}$. Comme observé précédemment, cette valeur est supérieure à la résistance combinée.

RÉACTION À LA FLEXION

HYPOTHÈSES

- Le multicouche soumis à un moment de flexion se déforme suivant une rotation autour d'un axe situé sur la surface moyenne. Évidemment, en réalité l'axe de rotation ne se situera pas exactement sur la surface moyenne et dépendra des résistances de part et d'autre. Pour l'évaluation d'une résistance minimale cependant, et en admettant un recouvrement minimal, on peut s'appuyer sur cette hypothèse simplificatrice.



- On considère le cas le plus défavorable où les briques des trois couches forment un « escalier ». Dans la réalité, cette situation n'existe que ponctuellement. Dans le cas courant d'un enchevêtrement des couches, la résistance est supérieure car un plus grand nombre de liaisons sont mis à contribution pour s'opposer aux déformations.
- Pour évaluer la résistance en flexion, nous allons considérer essentiellement deux liaisons : les joints entre lits et les joints du parement dont les interfaces sont parallèles au plan de flexion. Nous allons négliger l'action des autres joints car leur contribution est trop faible, c'est le cas de joints internes à la couche médiane, ou trop peu fiable car

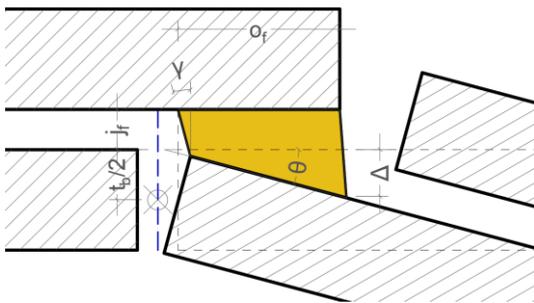
ils sont les plus sollicités en traction combinée à un cisaillement important. C'est le cas des joints des parements parallèles à l'axe de rotation. Ces derniers sont également le plus exposés aux variations hygrométriques.

DÉMARCHE

Les contraintes dans les deux types de joints considérés peuvent être exprimées en fonction de la déformation angulaire θ , mesurable dans le plan de flexion, entre deux briques consécutives. Pour les joints entre lits, on verra qu'il s'agit essentiellement d'une contrainte de traction, pour les joints du parement, d'une contrainte de cisaillement.

Nous pourrions ainsi déterminer l'ordre de rupture en comparant à l'adhérence du matériau en traction et en cisaillement, puis définir le niveau de contrainte admissible par l'appareillage avant le début de la plastification/ruine d'une des deux types d'interfaces.

CONSIDÉRATIONS À PROPOS DES JOINTS ENTRE LITS



La déformation des joints entre lits d'un côté de la couche médiane peut être décrite par une combinaison entre traction typique de la flexion et cisaillement.

Figure 6.5.4 – Représentation de la déformation des joints entre lits en flexion : traction de flexion et cisaillement.

Par la mise en relation de la déformation maximale correspondant à la traction Δ et celui correspondant au cisaillement γ , on peut conclure sur l'importance relative de ces deux contraintes.

$$\text{D'un coté } \epsilon = \frac{\Delta}{j_f} \approx \frac{o_f \theta}{j_f} \quad \text{de l'autre } \gamma \approx \frac{t_b \theta}{j_f}$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{\gamma G}{\epsilon E} = \frac{\gamma \zeta E}{\epsilon E} = \frac{\gamma \zeta}{\epsilon} = \frac{\zeta t_b}{o_f} \quad \text{en admettant } \zeta = 0.4, \text{ on a } \frac{\tau}{\sigma} = \frac{1}{8}$$

La contrainte de cisaillement est donc relativement petite et décroît à mesure que le recouvrement o_f augmente. À condition que le ratio entre capacité d'adhérence en cisaillement / en traction est proche de 1, on va admettre ici qu'on peut négliger la contrainte de cisaillement.

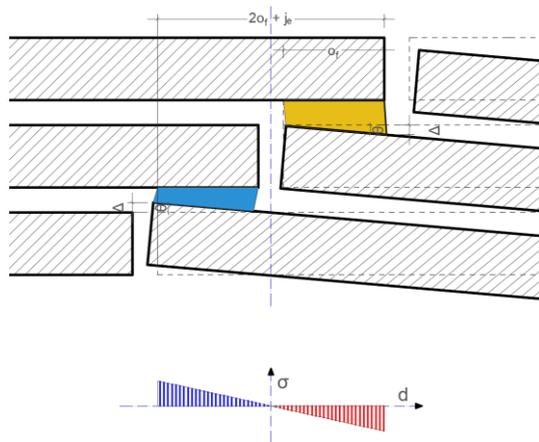


Figure 6.5.5 – Assimilation des contraintes dans les joints entre lits à des contraintes de flexion simple. La déformation est représentée dessus, l'approximation des contraintes dessous.

Les contraintes dans les joints entre lits peuvent alors être assimilée à celles d'une flexion simple, comme illustrée ci-contre. La résistance va être limitée par l'adhésion en traction. La contrainte maximale peut directement être exprimée en fonction de l'angle θ .

$$\sigma_{t,jf} = \epsilon E \approx \frac{\Delta}{j_l} E = \frac{\theta \left(o_f + \frac{j_e}{2} \right)}{j_l} E$$

6.5.5 – Flexion – Contrainte de traction par flexion dans les joints entre lits en fonction de la déformation angulaire

CONSIDÉRATIONS À PROPOS DES JOINTS DU PAREMENT DONT LES INTERFACES SONT PARALLÈLES AU PLAN DE FLEXION

La déformation des joints peut être décrite par une combinaison d'un cisaillement direct et d'une torsion.

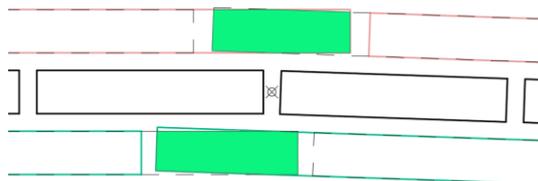


Figure 6.5.6 – Représentation schématique en coupe longitudinale, des joints du parement dont les interfaces sont parallèles au plan de flexion.

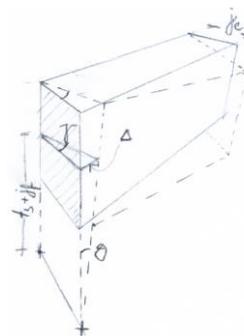


Figure 6.5.7 – Représentation en perspective du joint et mise en évidence des déformations par cisaillement et par torsion.

CONTRAINTE DE CISAILLEMENT DIRECT

La contrainte de cisaillement direct est liée à la déformation par le rapport suivant :

$$\tau = \gamma G \approx \frac{\Delta}{j_e} G \approx \frac{(t_b + j_f)\theta}{j_e} \zeta E$$

CONTRAINTE DE TORSION

Selon Fanchon [81, p. 315], pour des sections rectangulaires pleines, les contraintes maximales en torsion et l'angle unitaire sont données par les expressions respectives :

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{k_1 b^2 h} \quad \theta_u = \frac{M_T}{k_2 b^3 h G}$$

M_T est le moment de torsion, k_1 et k_2 des constantes dépendant du ratio h/t , h et b respectivement la hauteur et la largeur de la section rectangulaire pleine et G le module de cisaillement. Dans notre cas, on peut poser $h = o_e = 90$ mm, $b = t_b = 25$ mm. Pour un ratio $h/b = 4$, on aurait $k_1 = 0.282$ et $k_2 = 0.281$. k_1 et k_2 tendent vers $1/3$ pour un ratio h/b qui tend vers l'infini.

La longueur de l'élément en torsion correspond à la largeur du joint $j_e = 10$ mm. L'angle de torsion dans notre cas devient alors :

$$\theta = \frac{M_T}{k_2 t_b^3 o_e G} j_e$$

À partir de la première expression, on obtient l'expression du moment de torsion en fonction de la contrainte maximale de torsion.

$$M_T = \tau_{max} k_1 t_b^2 o_e$$

6.5.6 – Moment de torsion d'une section rectangulaire en fonction de la contrainte maximale de torsion.

t_b est le petit côté et o_e le grand côté.

En substituant dans l'expression de l'angle, on peut exprimer la contrainte maximale en fonction de cet angle.

On a $\theta = \frac{\tau_{max} k_1}{k_2 t_b G} j_e$ et en assumant $k_1 = k_2$, la contrainte maximale de torsion, mesurable au milieu des longs côtés de la section rectangulaire est donné par :

$$\tau_{max} = \theta \frac{t_b}{j_e} G = \theta \frac{t_b}{j_e} \zeta E$$

CONTRAINTE DE CISAILLEMENT TOTALE

La contrainte de cisaillement totale, combinée de la contrainte directe et de torsion est de la forme :

$$\tau_{Total} = \theta \zeta E \left(\frac{t_b + j_f}{j_e} + \frac{t_b}{j_e} \right)$$

RELATION DES CONTRAINTES DANS LES JOINTS ENTRE LITS PAR RAPPORT AUX CONTRAINTES

DES JOINTS DU PAREMENT

$$\frac{\tau_{max}}{\sigma_{t,jl}} = \frac{\theta \zeta E \left(\frac{t_b + j_f}{j_e} + \frac{t_b}{j_e} \right)}{\theta E \frac{o_f + \frac{j_e}{2}}{j_l}} = \zeta \frac{\frac{t_b + j_f}{j_e} + \frac{t_b}{j_e}}{\frac{o_f + \frac{j_e}{2}}{j_l}} = \zeta \frac{3.5 + 2.5}{4.5}$$

6.5.7 – Flexion – Rapport entre contraintes

Pour τ , dans le numérateur, le premier terme (3.5) correspond au cisaillement direct dû à l'excentrement de la rotation, le second (2.5) correspond à la torsion.

DIRECTION LONGITUDINALE

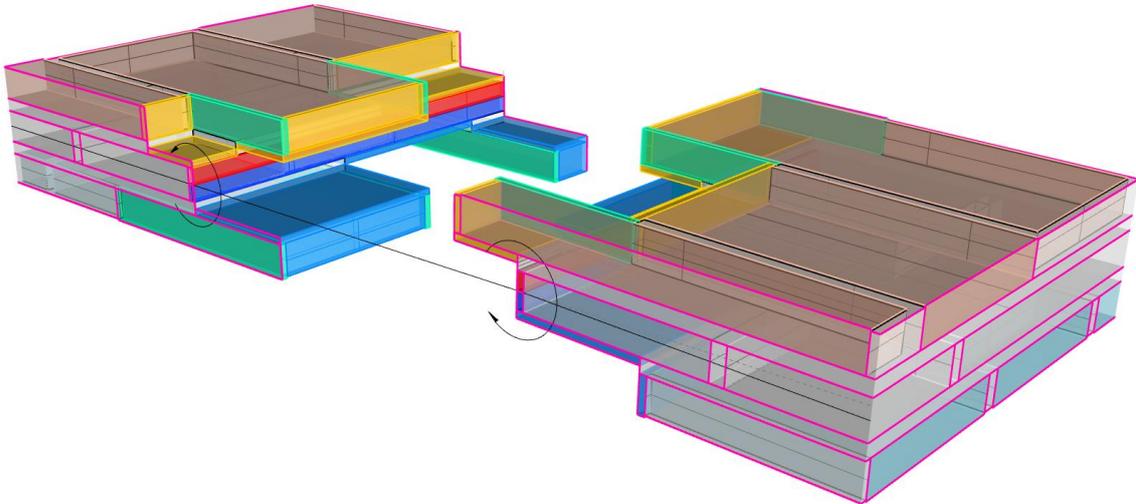


Figure 6.5.8 – Modélisation d'une section de l'appareillage avec les interfaces de mortier. En réponse à une sollicitation en flexion selon un plan parallèle à la direction longitudinale, les interfaces contribuent en traction (rouge), en compression (bleu foncé), en cisaillement (vert), en cisaillement + traction (jaune) et en cisaillement + compression (bleu clair).

Comme pour l'approche de la résistance à la traction, on considère une portion d'une largeur de deux briques et deux joints $w_p = 2(w_b + j_e)$.

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CUITE – MORTIER DE CHAUX OU CIMENT

On reprend les mêmes propriétés mécaniques du matériau que précédemment pour l'exemple de la traction axiale (p.240), $v_m = 0.25$, alors $\zeta = 0.4$ et $\frac{f_{vk0}}{f_a} = \frac{0.35}{0.44} = 0.8$.

Contraintes de début de plastification

On obtient alors le ratio suivant entre contrainte de cisaillement dans les joints du parement et contrainte de traction dans les joints entre lits :

$$\frac{\tau_{max}}{\sigma_{t,jl}} = \zeta \frac{3.5 + 2.5}{4.5} = 0.533 < \frac{f_{vk0}}{f_a}$$

La rupture doit donc débuter par l'interface en traction. Au début de la fissuration de l'interface, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= f_a = 0.440 \text{ MPa} \\ \tau_{max} &= 0.533 * f_a = 0.533 * 0.44 = 0.235 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Angle de rotation

À partir de l'équation 6.5.5, on peut directement obtenir l'angle de rotation correspondant.

$$\theta = \frac{\sigma_{t,jl}}{E_m} \frac{j_l}{o_f + \frac{j_e}{2}}$$

6.5.8 – Flexion – Angle de rotation entre briques adjacentes en fonction de la contrainte dans les joints entre lits.

Dans ce cas, la contrainte est la contrainte maximale admise par l'interface. Le module admis pour le mortier est $E_m \approx 6.50$ GPa. On obtient un angle

$$\theta = \frac{f_a}{E_m} \frac{j_l}{o_f + \frac{j_e}{2}} = 0.9 * 10^{-3} \text{ °}, \text{ ce qui est extrêmement petit.}$$

Moment résistant et contrainte équivalent pour une section homogène

Aux trois types de sollicitation qui agissent sur les deux types d'interfaces, on peut associer un moment résistant avant leur plastification.

Interface en traction par flexion

Comme on l'a vu au paragraphe « Considérations à propos des joints entre lits » (p.249), nous pouvons assimiler le comportement de ces joints à une flexion simple.

La hauteur effective de la section équivalente est $h_{eff} = 2o_f + j_e$ et son inertie est donnée

$$\text{par } I = \frac{w_p h_{eff}^3}{12}.$$

La relation entre moment et contrainte est : $\sigma = \frac{M h_{eff}}{I}$

Le moment résistant de la portion considérée, de largeur w_p , est alors obtenu par :

$$M_{f,p} = \sigma_{max} \frac{2I}{h_{eff}} = \sigma_{max} \frac{w_p h_{eff}^2}{6} = 166.3 \text{ Nm}$$

Rapporté à une largeur d'un mètre, on obtient finalement le moment résistant par flexion.

$$\mathbf{M_f = 0.594 \text{ kNm/m}}$$

Interface en torsion combinée au cisaillement direct

Le moment résistant de cette interface se compose d'un moment qui relève du cisaillement direct τ_s et d'un moment de torsion qui relève du cisaillement de torsion τ_t . On doit dans un premier temps définir la part de la contrainte totale de cisaillement associée à chaque moment.

Nous avons vu (équation 6.5.7) que $\frac{\tau_{max}}{\sigma_{t,jl}} = \frac{\tau_s + \tau_t}{\sigma_{t,jl}} = \zeta \frac{3.5 + 2.5}{4.5}$, qui nous permet de déduire la part de chaque contrainte :

$$\frac{\tau_t}{\tau_{max}} = \frac{2.5}{3.5 + 2.5} = \frac{5}{12} \quad \text{et} \quad \frac{\tau_s}{\tau_{max}} = \frac{3.5}{3.5 + 2.5} = \frac{7}{12}$$

Les contraintes respectives deviennent :

$$\tau_t = \frac{5}{12} \tau_{max} = \frac{5}{12} 0.235 MPa = 0.098 MPa$$

$$\tau_s = \frac{7}{12} \tau_{max} = \frac{7}{12} 0.235 MPa = 0.137 MPa$$

Le moment de torsion pour un seul joint est selon équation 6.5.6 :

$$M_{t,x1} = \tau_t k_1 t_b^2 o_e = 0.098 * 0.282 * 25^2 * 90 = 1.6 Nm$$

Le tronçon de largeur w_p comporte 4 de ces joints qui offrent ensemble un moment résistant

$$M_{t,x4} = 6.4 Nm.$$

Rapporté au mètre linéaire, on obtient finalement le moment résistant par torsion.

$$\mathbf{M_t = 0.023 kNm/m.}$$

Le moment résistant correspondant au cisaillement direct peut être défini pour une paire de joints sur les parements opposés.

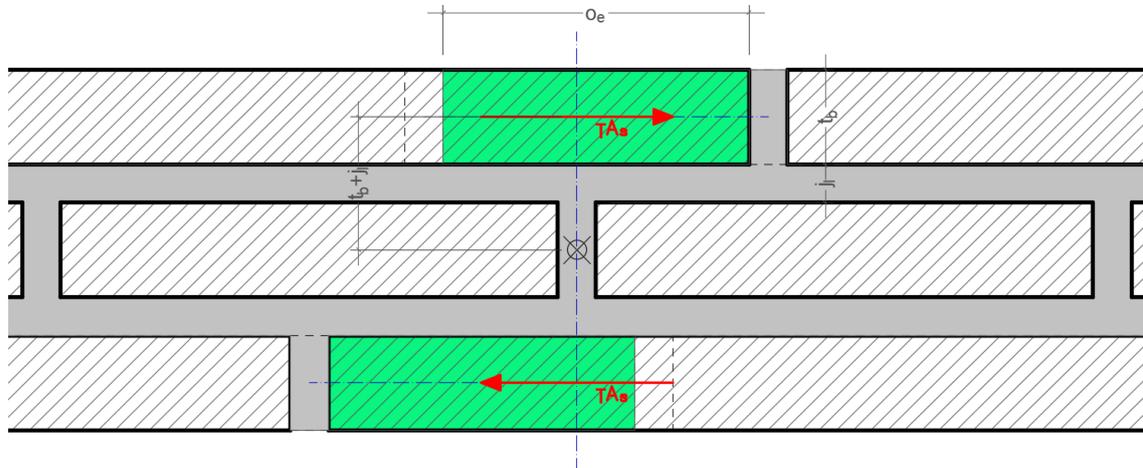


Figure 6.5.9 – Schéma du moment mobilisé par le cisaillement des joints du parement.

$$\begin{aligned}
 M_{s,x2} &= 2A_s \tau_s \frac{d}{2} = 2o_e t_b \tau_s (t_b + j_l) \\
 &= 2 * 90 * 25 * 0.137 * (25 + 10) = 4'500 * 0.137 * 35 = 21.58 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

Le tronçon de largeur w_p comporte 2 de ces paires qui offrent ensemble un moment résistant

$$M_{s,x4} = 43.16 \text{ Nm.}$$

Rapporté au mètre linéaire, on obtient finalement le moment résistant par cisaillement direct.

$$M_s = 0.154 \text{ kNm/m.}$$

Moment résistant résultant

Le moment résultant s'obtient par addition.

$$M = M_f + M_t + M_s = 0.594 + 0.023 + 0.154$$

$$M = 0.771 \text{ kNm/m}$$

Les contributions de M_f , M_t et M_s sont respectivement 77 %, 3 % et 20 %.

Contrainte équivalente

La contrainte équivalente en fibre extrême d'un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie

$$\text{est donnée par } f_{eq,f1} = \frac{M}{I} \frac{h}{2} = \frac{6M}{h^2} = \frac{6 * 0.771}{0.095^2} = 513 \text{ kPa.}$$

Si l'on considère la seule contribution des joints entre lits (M_f), alors la contrainte équivalente est $f_{eq,f1} = \frac{M h}{I 2} = \frac{6M}{h^2} = \frac{6 \cdot 0.594}{0.095^2} = 395 \text{ kPa}$. C'est la valeur à retenir en cas d'efforts concomitants ou si les joints du parement doivent être considérés fissurés au regard de l'historique de chargement de la structure.

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CRUE – MORTIER DE TERRE

On reprend les mêmes propriétés mécaniques du matériau que précédemment pour l'exemple de la traction axiale (p. 242), $v_m = 0.21$, alors $\zeta = 0.413$ et $\frac{f_{vk0}}{f_a} = \frac{0.08}{0.10} = 0.8$.

Contraintes de début de plastification

On obtient alors le ratio suivant entre contrainte de cisaillement dans les joints du parement et contrainte de traction dans les joints entre lits :

$$\frac{\tau_{max}}{\sigma_{t,jl}} = \zeta \frac{3.5 + 2.5}{4.5} = 0.551 < \frac{f_{vk0}}{f_a}$$

La rupture doit donc, ici aussi, débiter par l'interface en traction. Au début de la fissuration de l'interface, on a les contraintes maximales suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= f_a = 0.100 \text{ MPa} \\ \tau_{max} &= 0.413 * f_a = 0.413 * 0.100 = 0.041 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Moment résistant et contrainte équivalent pour une section homogène

Les résistances en flexion sont limitées par l'adhésion en traction. Comparée à la variante en terre cuite, les résistances pour la terre crue sont donc simplement réduites du facteur

$$\frac{f_{a,terre crue}}{f_{a,terre cuite}} = \frac{0.10}{0.44} = 0.23.$$

On obtient alors

$$M_f = 0.137 \text{ kNm/m}$$

$$M_t = 0.005 \text{ kNm/m.}$$

$$M_s = 0.035 \text{ kNm/m.}$$

$$M = 0.177 \text{ kNm/m}$$

Contrainte équivalente

La contrainte équivalente en fibre extrême d'un matériau isotrope au lieu de la maçonnerie est alors $f_{eq,f} = 118 \text{ kPa}$.

Si l'on considère la seule contribution des joints entre lits (M_f), alors la contrainte équivalente est $f_{eq,f1} = \mathbf{91 \text{ kPa}}$. C'est la valeur à retenir en cas d'efforts concomitants ou si les joints du parement doivent être considérés fissurés au regard de l'historique de chargement de la structure.

DIRECTION TRANSVERSALE

Selon la direction transversale, on néglige d'entrée la contribution des joints des parements. En couche médiane, nous avons des joints qui contribuent par la seule torsion. N'étant plus excentrés, il n'y a plus de cisaillement direct. De plus, il n'y a plus que deux de ces joints, contre 4 pour la direction longitudinale. Comme nous avons vu que le moment résistant apporté par la torsion était très faible en relation aux autres, nous ne perdons pas notablement (env. 2%) à la négliger.

Étant donné que nous admettons les mêmes recouvrements minimaux entre briques de deux couches, nous pouvons retenir pour la direction transversale le seul moment résistant par flexion M_f , déterminé pour la direction longitudinale.

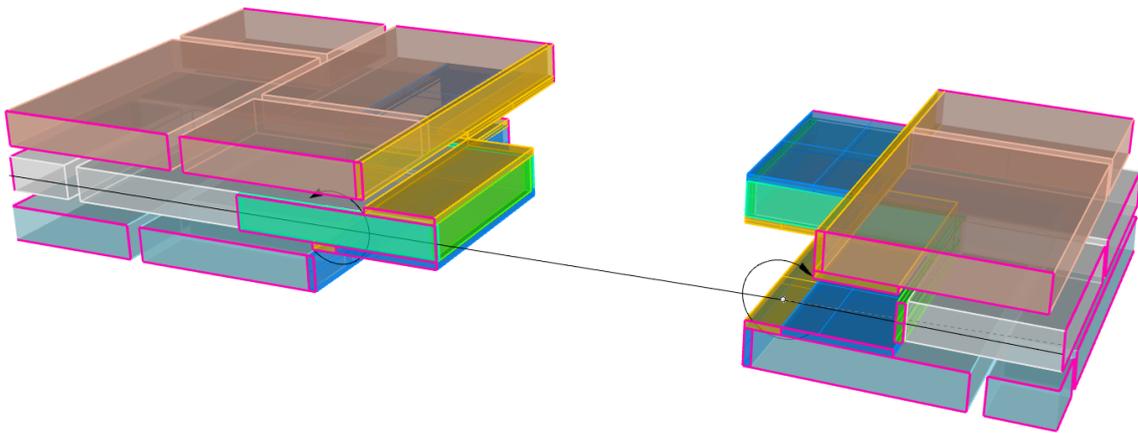


Figure 6.5.10 – Modélisation d'une section de l'appareillage avec les interfaces de mortier. En réponse à une sollicitation en flexion selon un plan parallèle à la direction transversale, les interfaces contribuent en cisaillement (vert), en cisaillement + traction (jaune) et en cisaillement + compression (bleu clair).

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CUITE – MORTIER DE CHAUX OU CIMENT

$$M = M_{f,long} = 0.594 \text{ kNm/m}$$

$$f_{eq,f} = \frac{M h}{I} = \frac{6M}{h^2} = \frac{6 \cdot 0.594}{0.095^2} = 395 \text{ kPa}$$

APPLICATION À UNE COMBINAISON BRIQUE DE TERRE CRUE – MORTIER DE TERRE

$$M = M_{f,long} = 0.137 \text{ kNm/m}$$

$$f_{eq,f} = \frac{M h}{I} = \frac{6M}{h^2} = \frac{6 \cdot 0.137}{0.095^2} = 91 \text{ kPa}$$

6.5.3 SYNTHÈSE DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES EXIGÉES ET DES RÉSISTANCES ADMISES

Pour les maçonneries de terre crue et cuite, nous avons abordés quelques ordres de grandeurs lors de la présentation du cadre normatif au chapitre 6.2. Les propriétés des matériaux constitutifs ont été abordées au chapitre 6.3 et les facteurs d'influence au chapitre 6.4 .

Nous allons ici récapituler les grandeurs à retenir pour garantir les résistances déterminées au chiffre 6.5.2 pour l'appareillage défini au chiffre 6.5.1 .

Pour cela nous allons dans un premier temps aborder d'une façon générale la prise en compte de la concomitance d'efforts et la résistance selon l'orientation de l'appareillage.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

EFFORTS CONCOMITANTS

Tandis que les effets d'une compression transversale de la maçonnerie sont favorables autant à la résistance en traction qu'en flexion, la traction concomitante réduit la résistance. Une traction transversale réduit globalement la résistance : en flexion, en traction et en compression.

La traction longitudinale réduit la résistance en flexion. Ces deux cas méritent une attention particulière.

TRACTION ET FLEXION CONCOMITANTE

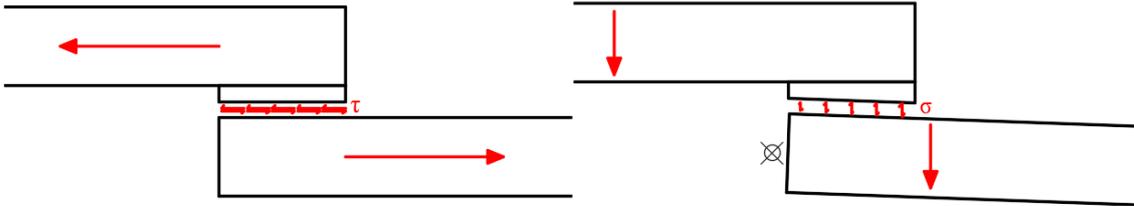
Nous avons vu que, selon une démarche sécuritaire qui néglige largement l'action des joints entre parements, la résistance en traction et en flexion peut être ramenée en premier lieu à la résistance des joints entre lits. Lorsque l'appareil est sollicité en traction axiale, la résistance repose en très grande partie sur le cisaillement de l'interface au niveau de ces joints. Lorsque l'appareil est soumis à de la flexion, ces mêmes joints sont sollicités en traction. Cette combinaison de traction et de cisaillement est défavorable.

Pour la traction axiale, nous avons établi la contrainte équivalente en fonction de la limite imposée par la déformation en traction des joints entre bouts. Si l'on néglige aussi l'action des joints entre bouts/chants, la résistance repose sur les seuls joints entre lits. Nous avons vu que cette seule résistance était légèrement supérieure à la résistance combinée avant rupture de l'interface en traction.

Si on admet donc que la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la contrainte équivalente, on se place du côté de la sécurité.

En flexion, la résistance est limitée par la contrainte de traction sur ces mêmes joints. La contrainte équivalente est donc proportionnelle.

Donc, une sollicitation combinée en traction axiale et en flexion, produit des efforts de traction et de cisaillement concomitants sur l'interface brique/mortier au droit des joints entre lits, que l'on peut considérer comme étant proportionnels aux contraintes équivalentes.

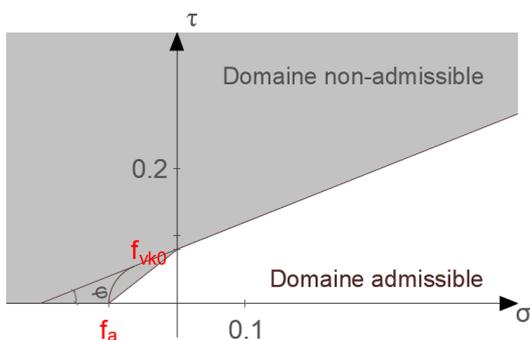


Pour pouvoir juger de la résistance de l'interface mortier/brique soumise à une combinaison de traction (voir une traction selon une distribution triangulaire) et de cisaillement, il faudrait faire des essais. Ils nous permettraient de tracer une courbe délimitant le domaine admissible.

En l'absence de tels essais, on peut émettre l'hypothèse que la contrainte de cisaillement admissible est proportionnelle à la réserve de résistance à la traction (et inversement). Ceci se traduit par l'expression suivante où τ et σ sont respectivement la contrainte de cisaillement et de traction maximale sur l'interface.

$$\tau \leq \frac{(f_a - \sigma)}{f_a} f_{vko} \Leftrightarrow \frac{\tau}{f_{vko}} + \frac{\sigma}{f_a} \leq 1$$

La représentation graphique ressemble à celle d'un critère de Coulomb pour l'état de contraintes admissibles par un matériau (non par une interface).



Grâce à la proportionnalité, les taux de contrainte peuvent être ramenés aux taux de la contrainte équivalente par rapport aux contraintes équivalentes admissibles en traction axiale $f_{eq,t}$ et en flexion $f_{eq,f}$:

$$\frac{\tau}{f_{vko}} \geq \frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,t}} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma}{f_a} = \frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,f}}$$

La contrainte équivalente devra alors remplir l'inéquation suivante, obtenue par substitution dans la relation précédente :

$$\frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,t}} + \frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,f}} \leq 1$$

6.5.9 – Efforts concomitants de traction et de flexion – Inéquation à vérifier pour la contrainte équivalente pour une section homogène.

TRACTION TRANSVERSALE CONCOMITANTE

1. Elle se traduit par une contrainte de cisaillement des joints entre lits qui se superpose à celle provoquée par la traction dans la direction longitudinale.
2. Cette contrainte de cisaillement amoindrit la résistance à la traction de cette interface sollicitée en flexion longitudinale.
3. La traction directe sur les joints entre chants, réduit leur résistance au cisaillement également sollicitée par la flexion.

À propos de l'effet n°1, on note que le cisaillement agit dans des plans perpendiculaires. Ils n'agissent pas dans le même plan donc il n'y a pas d'addition scalaire.

L'addition vectorielle des deux contraintes doit rester dans la limite de la contrainte de cisaillement admissible par l'interface. Les résultantes des deux contraintes perpendiculaires agissent sur la même surface élémentaire tendue entre les plans de cisaillement. On peut donc établir la condition :

$$\sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \leq f_{vko}$$

Grâce à sa proportionnalité, la réduction de la contrainte équivalente admissible en traction $f_{eq,t}$ d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{2}}$ permet de garantir le respect de la contrainte limite en

cisaillement de l'interface, même dans le cas où elles seraient maximales dans les deux directions.

À propos de l'effet n°2, l'on peut appliquer le même raisonnement que pour la concomitance traction-flexion. Si la section est sollicitée à la fois en traction et en flexion, la traction transversale demande l'ajout d'un troisième terme à l'inéquation. En parallèle, la résistance à la traction doit être réduite comme on l'a vu au paragraphe précédent.

$$\sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,t1}} + \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,t2}} \leq 1$$

6.5.10 – Efforts concomitants de traction et de flexion dans la direction 1 et traction dans la direction 2 – Inéquation à vérifier pour les contraintes équivalentes.

L'effet n°3 suggère de négliger la contribution des joints du parement dans le cas où une contrainte de traction est concomitante ou si pendant la vie de l'ouvrage on doit s'attendre à ce que l'interface soit rompue. On doit alors utiliser la valeur de la contrainte équivalente admissible en flexion $f_{eq,f}$ qui s'appuie sur la seule résistance des joints entre lits.

FLEXION TRANSVERSALE CONCOMITANTE

La résistance au cisaillement des joints du parements est affaiblie par la traction. Ici aussi, nous avons un argument pour négliger l'action bénéfique de ces joints, et donc d'utiliser la valeur de la contrainte équivalente admissible en flexion $f_{eq,f}$ qui s'appuie sur la seule résistance des joints entre lits.

La traction de flexion au niveau des joints entre lits se superpose. Dans le cas où le moment est du même signe dans les deux directions, au croisement des fibres extrêmes (couchées dans le cas de l'appareillage), cette contrainte peut atteindre des valeurs maximales. Dans ce cas, il convient également de combiner les taux d'utilisation selon les deux directions.

$$\frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,f2}} \leq 1$$

6.5.11 – Efforts concomitants de flexion selon les deux directions 1 et 2 – Inéquation à vérifier pour les contraintes équivalentes.

RÉCAPITULATIF

Dans le cas d'une sollicitation pure, il suffit de vérifier que la contrainte équivalente¹ σ_{eq} soit inférieure à la résistance équivalente. Pour les sollicitations combinées, nous avons pu établir les conditions supplémentaires suivantes.

Concomitance	Condition supplémentaire
Traction + Flexion	$\frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,t}} + \frac{\sigma_{eq}}{f_{eq,f}} \leq 1$
Traction bidirectionnelle	$f_{eq,t,eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{eq,t}$
Traction bidirectionnelle + Flexion	$\sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,t1}} + \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,t2}} \leq 1$
Flexion bidirectionnelle	$\frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,t2}} \leq 1$
Traction + Flexion bidirectionnelles	$\sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,t1}} + \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,t2}} + \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,f2}} \leq 1$

Table 6.5.2 – Récapitulatif des conditions à satisfaire pour des efforts concomitants.

EFFORTS ADMISSIBLES SELON L'ORIENTATION DE L'APPAREILLAGE

L'observation des contraintes et efforts selon les deux directions de l'appareillage suffit à vérifier la résistance. Si les contraintes principales, ou les efforts avec l'amplitude la plus forte, ne sont pas orientées selon ces directions, alors il est suffisant que leurs composantes selon ces directions soient admissibles avec la prise en compte d'une concomitance éventuelle.

¹ Bien entendu, les actions doivent être affectés des coefficients de sécurités correspondants à la combinaison considérée.

EXIGENCES VIS-À-VIS DES MATÉRIAUX ET PERFORMANCES DE L'APPAREILLAGE

MODÈLE TERRE CUITE

PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX CONSTITUTIFS EXIGÉES

Afin que les résistances de la maçonnerie en terre cuite, établies au sous-chapitre précédent, soient valables, les matériaux doivent présenter les propriétés mécaniques récapitulées ci-dessous.

BRIQUES

Résistances

	Sym.	Unité	Valeur	Commentaire	Note
Compression ultime	f_b	MPa	25.00		
Compression élastique	$f_{b,c,el}$	MPa	-	Proche de f_b	
Traction	$f_{b,t}$	MPa	2.05	$0.082f_b$	¹

Table 6.5.3 – Résistances caractéristiques exigées pour les briques cuites.

Déformations

	Sym.	Unité	Valeur	Commentaire	Note
Élasticité en compression	E	GPa	6.57		
Élasticité transversale	$E_{b,q}$	GPa	36.5		
Coefficient de poisson	ν_b	-	0.18		

Table 6.5.4 – Caractéristiques mécaniques de déformation admis pour les briques de terre cuite.

¹ Selon Jäger, on peut en moyenne considérer une résistance en traction de $0.04 f_b$, comme nous l'avons mentionné en p.153. La valeur retenue est donc sensiblement supérieure à ce qu'on peut s'attendre d'une brique aux performances moyennes. La résistance caractéristique de 2.05 MPa requise pour que la résistance en traction de l'appareil soit valable (p.226) coïncide avec la valeur de fourchette haute de $0.08 f_b$.

MORTIER ET INTERFACE

Résistances

	Sym.	Unité	Valeur	Commentaire	Note
Compression ultime	f_m	MPa	5.00	Classe M5	
Compression élastique	$f_{m,c,el}$	MPa	-	Proche de f_m	
Traction	$f_{m,t}$	MPa	0.55	$0.11f_m$	1
Cisaillement	$f_{m,s}$	MPa	> 0.35		
Adhérence traction	f_a	MPa	0.44	Admissible pour classe M5	2
Adhérence cisaillement	f_{vk0}	MPa	0.35	Admissible pour classe M5	3
Adhérence coeff. frott.		-	0.4	Selon EC6	

Table 6.5.5 – Résistances caractéristiques exigées pour le mortier de chaux/ciment.

Déformations

	Sym.	Unité	Valeur	Commentaire	Note
Élasticité en compression	E	GPa	6.50		
Élasticité transversale	$E_{m,q}$	GPa	25.9		
Coefficient de poisson	ν_m	-	0.25		
Module de cisaillement	G	GPa	2.60	$\zeta = \frac{G}{E} = 0.4$	

Table 6.5.6 – Caractéristiques mécaniques de déformation admises pour le mortier de chaux/ciment.

RÉSISTANCES DE L'APPAREILLAGE ET CONTRAINTES ÉQUIVALENTES

Les résistances admises par la maçonnerie sont récapitulées ci-dessous.

Nous allons également définir les valeurs de dimensionnement en considération du coefficient de sécurité applicable à la résistance des matériaux à l'ELU. Le coefficient

¹ [42, p. 7]

² [42, p. 12]. Valeur très conservatrice : Brown rapporte d'une adhésion en flexion de 1020 kPa pour une combinaison brique de terre cuite à petites perforations et mortier de type S, selon ASTM C270 (cf. [134, p. 4]).

³ Ibidem. Valeur très conservatrice : Variable entre 0.37 et 1.70 MPa pour les briques pleines en fonction du mortier et de la procédure d'essai.

γ_m retenue est de 1.5. Il impose l'utilisation d'éléments de catégorie I, d'un mortier performantiel et un niveau de contrôle de l'exécution IL3 (cf. p.138).

	Unité	Caractéristique		Dimensionnement ¹		Note
		Sym.	Valeur	Sym.	Valeur	
Compression	MPa	f_k	6.787	$f_{c,d}$	4.524	
Traction longitudinale	MPa	$f_{eq,t1}$	0.264	$f_{eq,t1,d}$	0.176	²
	kN/m		25.079		16.719	
Traction transversale	MPa	$f_{eq,t2}$	0.294	$f_{eq,t2,d}$	0.196	³
	kN/m		27.907		18.605	
Flexion longitudinale	MPa	$f_{eq,f1}$	0.395	$f_{eq,f1,d}$	0.263	⁴
	kNm/m		0.594	$M_{1,d}$	0.396	
Flexion transversale	MPa	$f_{eq,f2}$	0.395	$f_{eq,f2,d}$	0.263	⁵
	kNm/m		0.594	$M_{2,d}$	0.396	

Table 6.5.7 – Résistances caractéristiques admises pour l'appareillage en briques de terre cuite.

¹ Valeur caractéristique affecté de γ_m .

² État fissuré des joints du parements. La contrainte équivalente vise la conservation du joint entre chants et entre bouts de la couche médiane. La seule résistance des joints entre lits serait supérieure.

³ Idem 2

⁴ La valeur retenue correspond à l'action des seuls joints entre lits.

⁵ Idem 4

VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS

	Unité	Sym.	Valeur	Commentaire	Note
Résistance compression	MPa	f_k	6.787		
Résistance traction	MPa	$f_{eq,t,min}$	0.208	$= \frac{\min(f_{eq,t1}; f_{eq,t2})}{\sqrt{2}}$	1
Élasticité	GPa	E	6.787	$= 1000 f_k$	2
Coefficient de poisson	-	ν	0.200	Estimé	3
Densité	t/m ³	ρ	2.300		4

Table 6.5.8 – Valeurs retenues pour la modélisation aux éléments finis de l'appareillage en briques de terre cuite.

¹ Réduction pour prise en compte d'une éventuelle traction bidirectionnelle

² Selon EC6-1-NA-FR

³ On peut s'attendre à un coefficient de poisson variable en fonction de l'orientation. De façon générale, on peut dire que le module d'élasticité transversale du mortier étant inférieur à celui de la brique, la brique va freter le mortier et donc freiner son expansion. Celle de la brique en revanche sera augmentée. Le coefficient de poisson doit donc se situer entre les deux valeurs pour les matériaux pris séparément. La proportion des mesures de la brique étant supérieures, on peut s'attendre à ce que la valeur pour la maçonnerie soit proche de celle de la brique.

⁴ Pour ce placer du côté de la sécurité, on admet une masse correspondant au poids volumique d'un mortier de ciment selon EC1-Annexe A (23 kN/m³) qui est plus dense que la brique (Poroton-Schallschutzziegel Mz NF 20-1,8- 1.800 t/m³)

MODÈLE TERRE CRUE

PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX CONSTITUTIFS EXIGÉES

Afin que les résistances établies au sous-chapitre précédent, soient valables, les matériaux doivent présenter les propriétés mécaniques récapitulées ci-dessous.

BRIQUES

Résistances

	Sym.	Unité	50%	80%	Commentaire	Note
Compression ultime	f_b	MPa	4.40	3.30		
Compression élastique	$f_{b,c,el}$	MPa	1.76	1.32	$0.4f_b$	
Traction	$f_{b,t}$	MPa	0.88	0.66	$0.2f_b$	¹
Cisaillement						

Table 6.5.9 – Résistances caractéristiques exigées pour les briques de terre crue.

Déformations

	Sym.	Unité	50%	80%	Commentaire	Note
Élasticité en compression	E_b	GPa	2.80	1.60		
Élasticité transversale	$E_{b,q}$	GPa	14.97	15.38		
Coefficient de poisson	ν_b	-	0.187	0.104		

Table 6.5.10 – Caractéristiques mécaniques de déformation admises pour les briques de terre crue.

¹ L'ATEX 2855 admet une résistance en traction $0.1f_b$ (p.144). La valeur retenue est donc sensiblement supérieure. Compte tenu des valeurs que nous avons observées, un renforcement de la brique à la fibre peut s'avérer nécessaire.

MORTIER ET INTERFACE

Résistances

	Sym.	Unité	50%	80%	Commentaire	Note
Compression ultime	f_m	MPa	4.10	2.90		
Compression élastique	$f_{m,c,el}$	MPa	1.64	1.16	$0.4f_m$	
Traction	$f_{m,t}$	MPa	> 0.10	> 0.10		1
Cisaillement	$f_{m,s}$	MPa	> 0.08	> 0.08		2
Adhérence traction	f_a	MPa	0.10	0.10		3
Adhérence cisaillement	f_{vk0}	MPa	0.08	0.08		4
Adhérence coeff. frott.		-	0.4	0.4	EC6	5

Table 6.5.11 – Résistances caractéristiques exigées pour les mortiers de terre crue.

Déformations

	Sym.	Unité	50%	80%	Commentaire	Note
Élasticité en compression	E	GPa	3.26	2.69		
Élasticité transversale	$E_{m,q}$	GPa	*15.52	*15.52		
Coefficient de poisson	ν_m	-	*0.21	*0.18		
Module de cisaillement	G	GPa	1.35	1.14	$\zeta = \frac{G}{E} = 0.413 \mid 0.424$	

Table 6.5.12 - Caractéristiques mécaniques de déformation admises pour le mortier de terre (* valeur hypothétique).

¹ Entre 0.6 et 0.9 MPa pour des terres grasses (cf. p.200).

² Selon la relation établie p. 198 et suivantes, on peut admettre 20 % de la résistance en compression, soit 0.29 MPa.

³ Pour l'enduit de terre *Lehmputz Mineral 20*, Claytec déclare 0.20 MPa. (cf. p.200)

⁴ Selon la relation établie p. 210 et suivantes, on peut admettre 3.3 % de la résistance en compression, soit 0.10 MPa.

⁵ 0.9 selon Myriam (cf. p. 198 et suivantes)

RÉSISTANCES DE L'APPAREILLAGE ET CONTRAINTES ÉQUIVALENTES

Les résistances admises par l'appareillage réalisé en terre crue, établies au sous-chapitre précédent sont récapitulées ci-dessous.

Afin de définir les valeurs de dimensionnement, nous allons aborder les effets et incertitudes qui doivent être prises en compte pour l'établissement des coefficients de sécurité (γ_m dans les Eurocodes) applicables à la résistance des matériaux à l'ELU. Selon les normes abordées, nous avons constaté une large variation de ces derniers. De plus, nous avons vu que la norme néo-zélandaise définit des coefficients variables selon les types de sollicitation.

Selon l'ATEX 2588, la plus petite valeur admissible pour γ_m , liée à un contrôle de la fabrication et de l'exécution par une tierce partie, est de 2.7. La plus élevée est de 3.3. Le facteur le moins sécuritaire est ainsi quasiment le double de celui admis par d'autres matériaux, qui se situe le plus souvent à 1.5.

Lors de l'analyse des propriétés mécaniques, nous avons effectivement identifié trois facteurs propres au matériau terre qui limitent fortement la résistance et qui doivent être considérés avec des coefficients de sécurité : l'humidité relative de l'air, le comportement élasto-plastique et le fluage. Leur prise en compte peut justifier l'application des facteurs de réduction de la résistance.

FACTEUR 1 - HUMIDITÉ

Si l'on doit admettre des situations où le matériau est exposé à une HRA de 80 % sur de longues périodes, ce qui est très probable, la résistance mesurée à 50 % d'HRA, doit être réduite jusqu'à 45 % en compression et jusqu'à 87 % en traction/flexion¹.

Ces ratios sont les plus défavorables relevés dans les études consultées, mais ils peuvent être beaucoup moins pénalisant. Ils varient très fortement d'une terre à une autre. En outre, la stabilisation peut avoir un impact très notable sur la sensibilité à l'humidité.

En faisant la moyenne sur les valeurs fournis par Laou et Wiehle & Brinkmann, on peut retenir une perte de 35 % de la résistance à la compression et de 62 % à la traction. Les minimales sont de 25 % en compression et de 57 % en traction.

On peut alors définir deux facteurs relatifs à l'HRA et retenir les fourchettes suivantes :

¹ Cf. p.166.

Compression :
$$\frac{55}{100} \leq \frac{1}{\gamma_{m,HRA,c}} \leq \frac{75}{100}$$

Traction/flexion :
$$\frac{13}{100} \leq \frac{1}{\gamma_{m,HRA,t}} \leq \frac{53}{100}$$

Il semble alors judicieux de s'appuyer directement sur des résultats d'essais avec des échantillons qui présentent la teneur en eau maximale attendue pour la vie de l'ouvrage. Pour une construction suffisamment massive, la teneur ne devrait jamais dépasser l'HE pour la moyenne mensuelle maximale de l'HRA, à savoir environ 86 % d'HRA, pour un site moyen situé dans un climat tempéré.

La prise en compte de l'humidité permet ainsi d'écarter une incertitude et, par conséquent, de supprimer ce facteur partiel $\frac{1}{\gamma_{m,HRA}}$.

FACTEUR 2A – DOMAINE ÉLASTIQUE

En compression, le domaine élastique du matériau se situe entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ de la résistance ultime¹. La limitation des contraintes au domaine élastique implique l'application d'un facteur variable qu'on va nommer $\frac{1}{\gamma_{m,pl,c}}$. Ici aussi, une méthode d'essai évaluant directement la limite d'élasticité, permettrait d'éliminer cette incertitude.

En traction et cisaillement, la partie élastique du comportement semble plus important, comme nous avons pu le constater.

FACTEUR 2B - FLUAGE

La limitation du fluage en compression imposerait également une limitation des contraintes en l'état quasi-permanent à env. 40% de la résistance ultime, soit un facteur $\frac{1}{\gamma_{m,fl}} = 0.4$.

On dispose cependant de très peu de données à ce sujet. Ce facteur se superpose au précédent. Ce serait donc le plus pénalisant des deux qui serait à retenir.

FACTEUR 3 – INCERTITUDES LIÉS À LA FABRICATION ET À L'EXÉCUTION

Le facteur de sécurité qui doit tenir compte des incertitudes liées à la fabrication ou à l'exécution est celui proposé par l'EC6. Dans les conditions de contrôle les plus strictes, il est $\frac{1}{\gamma_{m,EXE}} = \frac{1}{1.5} = 0.66$. À savoir que la résistance des maçonneries qui rentrent dans le

¹ Cf. p.202.

cadre d'application de l'EC6, est aussi affectée par la teneur en eau, bien que dans une moindre mesure.

COMBINAISON DES FACTEURS

Pour la compression, en partant de la valeur caractéristique de la résistance ultime évalué à 50 % d'HRA et en prenant les facteurs les plus sécuritaires, on devrait donc appliquer un facteur propre au matériau terre de $\frac{55}{100} \frac{1}{3} = 0.183$. Si l'on ajoute le facteur pour les incertitudes d'exécution, on arriverait à un $\gamma_m = 8.0$.

En prenant les valeurs les plus favorables, la part des facteurs propres liés à la terre serait $\frac{75}{100} \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$. Si l'on ajoute le facteur pour les incertitudes d'exécution, on arriverait à un $\gamma_m = 3.0$ qui est très proche du facteur le plus défavorable de 3.3 proposé par l'ATEX 2588.

DÉMARCHE À DÉVELOPPER

Les résistances caractéristiques sont à déterminer pour 85 % d'HRA.

Le domaine élastique doit être déterminé et il doit se trouver en adéquation avec les facteurs admis pour le calcul. La définition de ce qui est admis comme domaine élastique doit alors être établie.

On doit évaluer le comportement à long-terme. On doit notamment s'assurer qu'il n'y ait pas de rupture différée qui puisse se produire en imposant des contraintes correspondant à la résistance calculée selon le facteur pour l'élasticité.

DÉMARCHE RETENUE

La meilleure référence existante est celle offerte par les NZS. On va donc retenir les valeurs proposées par cette dernière, à appliquer aux valeurs caractéristiques déterminées à au moins 80% d'HRA afin d'éliminer cette incertitude.

Sur les valeurs caractéristiques pour la maçonnerie, la NZS 4297 applique des facteurs de réduction de la capacité pour la compression, la traction/flexion et le cisaillement de respectivement 0.6, 0.7 et 0.8¹. Par ailleurs, les facteurs appliqués aux actions sont très légèrement supérieurs dans les normes néo-zélandaises. Pour les charges permanentes le

¹ À savoir que, si l'on détermine les résistances en fonction de la résistance caractéristique à la compression, selon la norme, on applique d'abord un facteur de 0.5 à la valeur caractéristique et ensuite on calcule les résistances pour les autres sollicitations en fonction de cette valeur réduite. Ensuite, on applique les facteurs de réduction propres à la sollicitation pour obtenir les valeurs de dimensionnement.

facteur est de 1.40 contre 1.35 dans les Eurocodes. Si on veut en tenir compte, il faudra alors réduire les résistances d'un facteur 0.96.

On va donc retenir les valeurs suivantes, légèrement plus faibles que celles définies par la NZS et applicables aux valeurs caractéristiques à 80% d'HRA.

En compression : $\frac{1}{\gamma_{m,c}} = 0.50 = \frac{1}{2.00}$ soit $\gamma_{m,c} = 2.00$.

Traction/flexion : $\frac{1}{\gamma_{m,t}} = 0.75 = \frac{1}{1.33}$ soit $\gamma_{m,t} = 1.33$

Cisaillement : $\frac{1}{\gamma_{m,s}} = 0.66 = \frac{1}{1.50}$ soit $\gamma_{m,s} = 1.50$.

Le contrôle devra être de niveau IL3 selon l'annexe nationale française à l'EC6-1.

Dans ces conditions, l'ATEX 2588 aurait admis un coefficient de $\gamma_m = 2.7$. La résistance à la compression caractéristique de la maçonnerie est celle déterminée par les essais de Brinkmann & Wiehle à 80%. La valeur à 80% d'HRA est inférieure d'un facteur 0.66 à celle à 50% d'HRA. Rapportée à la valeur à 50%, on aurait $\gamma_{m,c} = 3.03$, soit supérieur à la valeur proposée par l'ATEX.

Les résistances en traction et en flexion avaient été déterminées en négligeant la contribution de la majeure partie des joints. La résistance admise peut être assurée par les seuls joints entre lits. De plus les efforts concomitants doivent systématiquement être considérés. Il y a donc des réserves de sécurité supplémentaires.

La résistance à la traction admise pour l'appareillage, repose sur le cisaillement des joints entre lits. On appliquera donc le coefficient $\gamma_{m,s}$.

Les résistances à la flexion admise pour l'appareillage, reposent sur l'adhésion en traction des joints entre lits. On appliquera donc le coefficient $\gamma_{m,t}$.

	Unité	Caractéristique ¹		Dimensionnement		Note
		Sym.	Valeur	Sym.	Valeur	
Compression	kPa	f_k	2'510	$f_{c,d}$	1'255	$\gamma_{m,c}$ ²
Traction longitudinale	kPa	$f_{eq,t1}$	61	$f_{eq,t1,d}$	41	$\gamma_{m,s}$ ³
	N/m		5'778		3'852	$\gamma_{m,s}$
Traction transversale	kPa	$f_{eq,t2}$	68	$f_{eq,t2,d}$	45	$\gamma_{m,s}$ ⁴
	N/m		6'436		4'291	$\gamma_{m,s}$
Flexion longitudinale	kPa	$f_{eq,f1}$	91	$f_{eq,f1,d}$	68	$\gamma_{m,t}$ ⁵
	Nm/m		137		100	$\gamma_{m,t}$
Flexion transversale	kPa	$f_{eq,f2}$	91	$f_{eq,f2,d}$	68	$\gamma_{m,t}$ ⁶
	Nm/m		137		100	$\gamma_{m,t}$

Table 6.5.13 – Résistances caractéristiques admises pour l'appareillage en briques de terre crue.

¹ Valeurs déterminées en se basant sur des résultats d'essais avec des échantillons conditionnés à une HRA d'au moins 80%.

² Valeurs caractéristique obtenues par les essais de Brinkmann & Wiehle pour 80% d'HRA.

³ La contrainte équivalente considère la conservation du joint entre chants et entre bouts de la couche médiane. La seule résistance des joints entre lits serait supérieure.

⁴ Idem 3

⁵ La valeur retenue correspond à l'action des seuls joints entre lits.

⁶ Idem 5

VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS

	Unité	Sym.	Valeur	Commentaire	Note
Résistance compression	kPa	f_k	2'510		
Résistance traction	kPa	$f_{eq,t,min}$	43	$= \frac{\min(f_{eq,t1}; f_{eq,t2})}{\sqrt{2}}$	1
Élasticité	MPa	E	1'093		2
Coefficient de poisson	-	ν	0.104		3
Densité	t/m ³	ρ	2.000		4

Table 6.5.14 – Valeurs retenues pour la modélisation aux éléments finis de l'appareillage en briques de terre crue.

¹ Réduction pour prise en compte d'une éventuelle traction bidirectionnelle

² Valeur expérimentale fournie par Brinkmann & Wiehle pour 80% d'HRA.

³ Valeur découlant des résultats d'essais sur briques de Brinkmann & Wiehle pour 80% d'HRA. L'ensemble des résistances sont prises pour le cas défavorable d'une HRA élevée. On prend le coefficient de poisson plus favorable pour une HRA élevé contre celui pour 50 % d'HRA (0.187).

⁴ Pour ce placer du côté de la sécurité, on admet la densité du mortier (Claytec - Lehm-Mauermörtel schwer) qui est plus dense que la brique (Claytec - Lehmstein - Anwendungsklasse Ib - 1.650 t/m³)

7 VÉRIFICATION DU DIMENSIONNEMENT DE L'OUVRAGE EN SERVICE

7.1 ADAPTATION DU MAILLAGE

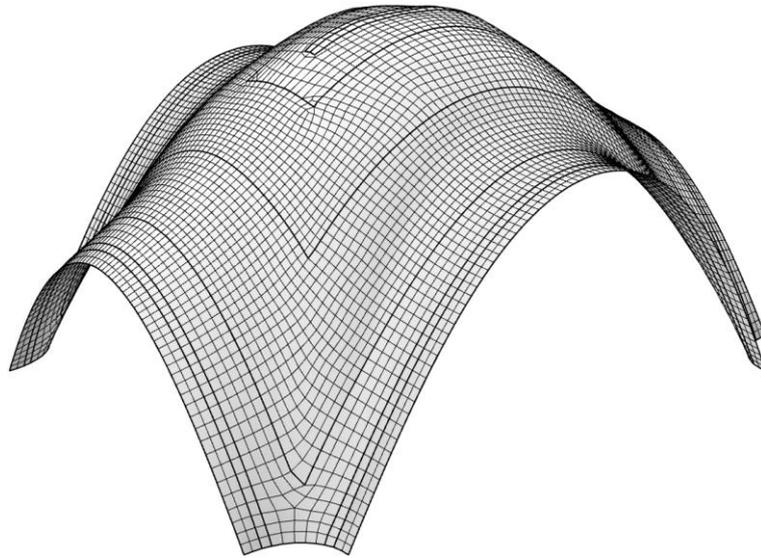


Figure 7.1.1 – Maillage final - Vue perspective

Avant d'analyser la structure, le maillage a été repris. Il a notamment été divisé en zones qui seront utiles lors de la vérification du phasage. Le maillage sera ainsi identique pour les vérifications en l'état final et les vérifications du phasage de construction. On pourra alors exclure des différences de résultats qui relèveraient de différences géométriques.

La longueur des arrêtes cibles lors du remaillage était de 120 mm, ce qui correspond à un compromis entre l'épaisseur de 95 mm et l'entraxe des joints de 140 mm. La longueur moyenne d'arrête obtenue est de 127 mm.

Les repères locaux des dalles ont été orientés de façon à ce que l'axe x soit aligné avec le bord libre dominant, donc essentiellement en suivant la portée des arcs d'ouverture.

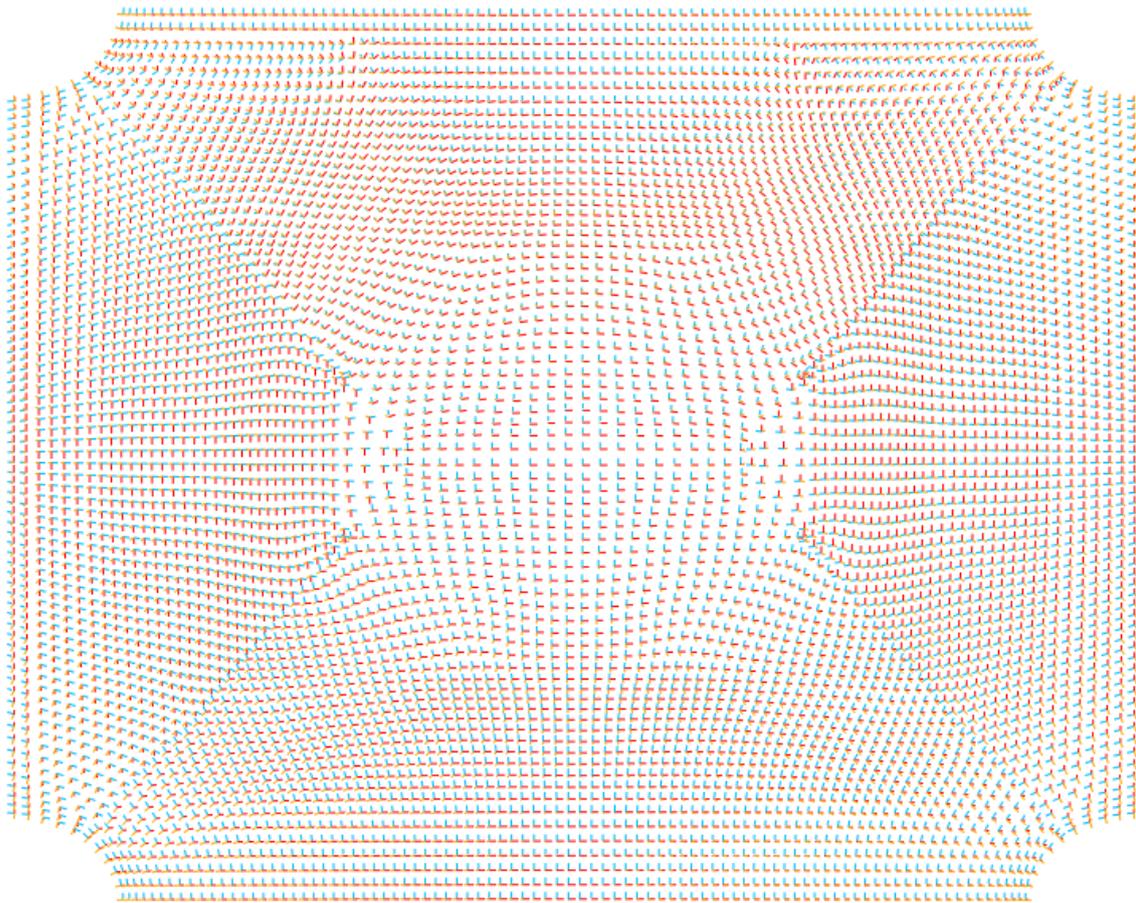


Figure 7.1.2 - Maillage final - Vue en plan - Repères locaux des facettes (x-rouge, y-bleu)

7.2 PRÉDIMENSIONNEMENT

Pour le prédimensionnement, nous allons appliquer différents cas de charge afin de définir les combinaisons dimensionnantes à l'ELU et afin de connaître l'ordre de grandeur des efforts correspondants. Pour cela, nous nous appuyons sur un modèle aux éléments finis auquel on applique les caractéristiques du matériau retenues pour le modèle terre cuite.

Les calculs sont dans un premier temps effectués en petits déplacements et en comportement matériel élastique linéaire. Les résultats devront nous permettre d'adapter la structure. Pour les situations durables et transitoires, nous visons le respect des limites d'élasticité.

Excepté le poids propre, les propriétés des matériaux définies pour le modèle aux éléments finis n'ont donc à ce stade pas d'importance pour la détermination des niveaux de contraintes, mais impactent seulement la déformée.

Comme nous le verrons, les situations accidentelles propres au site choisi, sollicitent très nettement plus la structure.

D'une part, pour les situations accidentelles, on peut admettre un certain niveau d'endommagement pour autant que la structure continue à remplir sa fonction première.

D'autre part, nous souhaitons avoir un aperçu des possibilités offertes indépendamment de sollicitations extrêmes qui peuvent être totalement absentes suivant la localisation.

Nous allons donc d'abord prédimensionner pour les situations durables et transitoires qui correspondent à un niveau de performance minimale que la structure doit offrir quel que soit la situation.

La structure ainsi adaptée sera confrontée aux actions accidentelles qui correspondent dans notre cas, à des conditions proches de l'extrême pour le territoire de la France métropolitaine. Si ces actions nécessitent une adaptation pour limiter le niveau d'endommagement, nous proposerons un dimensionnement correspondant.

7.2.1 SITUATIONS DURABLES ET TRANSITOIRES

POIDS PROPRE – CHARGES PERMANENTES

RÉACTION INSTANTANÉE

Les moments sont de faible ampleur. Les moments de flexion positifs maximaux (< 0.067 kNm/m) sont très légèrement supérieurs par rapport à la géométrie issue de la dernière relaxation avant remaillage (< 0.061 kNm/m). On peut faire le même constat pour les moments négatifs minimaux (> -0.050 kNm/m contre > -0.044 kNm/m auparavant).

Sur les petits arcs d'ouverture, ces moments agissent au bord dans le sens de leur portée. Les zones de transition entre coupole et arcs montrent également des valeurs relativement élevées.

Les contraintes principales de traction en fibres inférieure et supérieure, résultent de ces moments. Leur amplitude est plus faible que par rapport à la géométrie avant remaillage. La valeur minimale est de -25 kPa. Auparavant, elle était de -36 kPa. La compression membranaire doit alors prendre une proportion plus importante.

En fibre moyenne, les contraintes de traction sont quasiment absentes. On observe donc uniquement de la traction transversale.

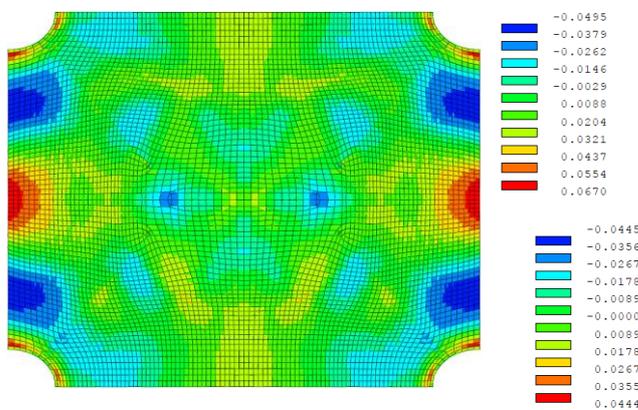


Figure 7.2.1 - Maillage final – Maçonnerie de terre cuite - Moments MX [kNm/m].

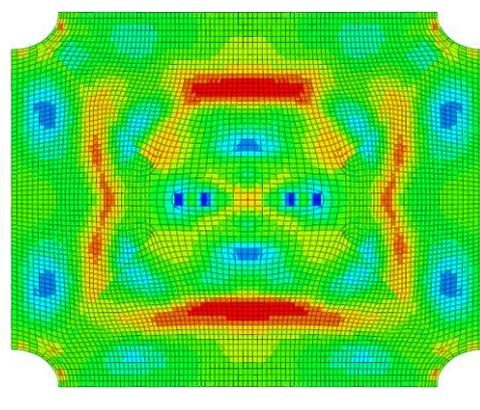


Figure 7.2.2 - Maillage final – Maçonnerie de terre cuite - Moments MY [kNm/m].

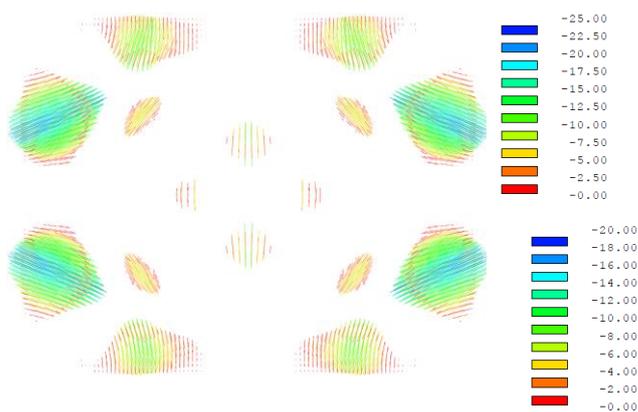


Figure 7.2.3 - Maillage final – Maçonnerie de terre cuite - Contraintes principales de traction [kPa] en fibre supérieure

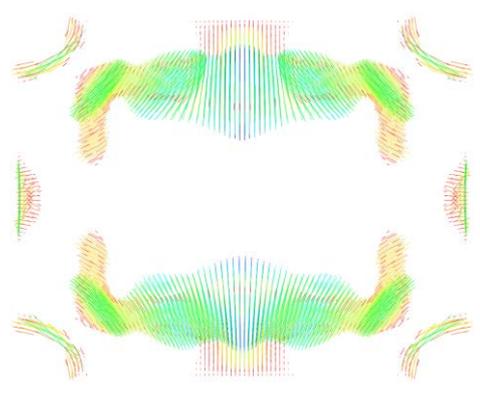


Figure 7.2.4 - Maillage final – Maçonnerie de terre cuite - Contraintes principales de traction [kPa] en fibre inférieure

Les contraintes principales de compression, sont par conséquent plus élevées que pour la géométrie précédente. Leur maximum est de 853 kPa en fibre supérieure contre auparavant 692 kPa.

Le ratio des intensités des contraintes de traction/compression est ainsi ramené à **3.6 %**.

Les contraintes principales de traction sont toujours et sans exception accompagnées de contraintes principales perpendiculaires de compression modérées ce qui est favorable à la résistance. L'orientation et la distribution des contraintes de compression semblent bien homogènes sur l'épaisseur de la coque. La représentation des contraintes en fibre moyenne est bien représentative pour l'ensemble des fibres.

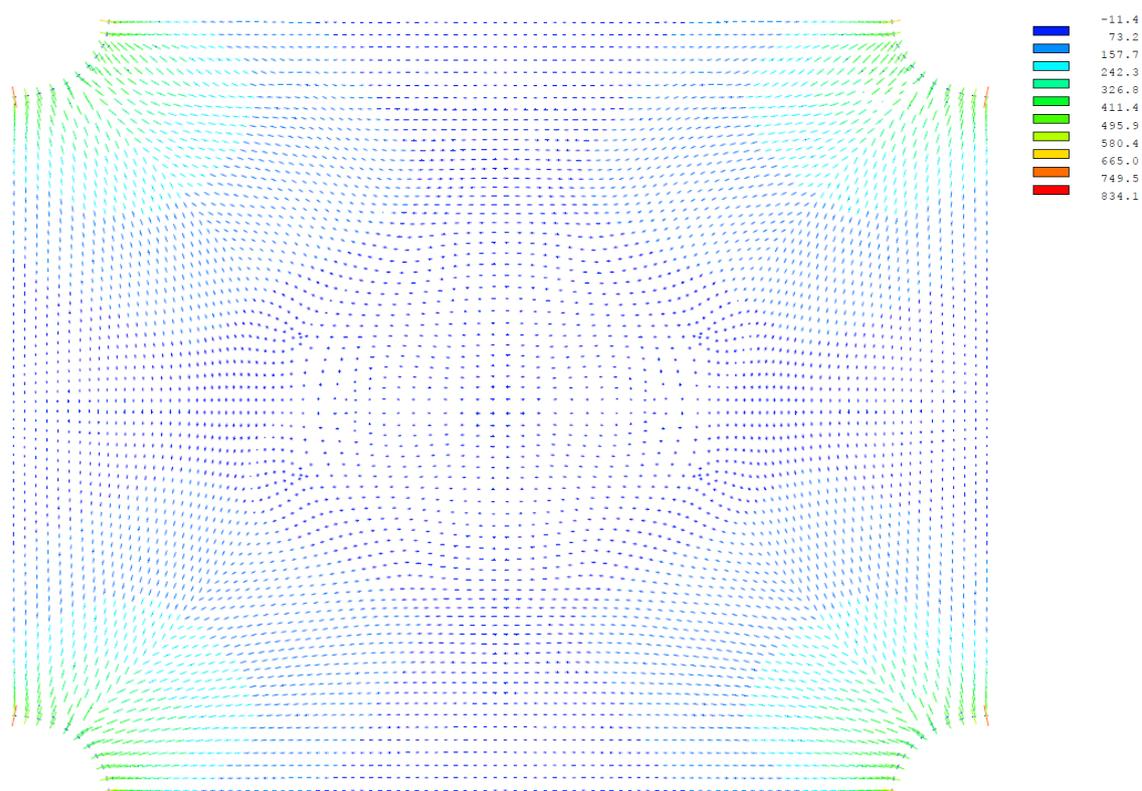


Figure 7.2.5 - Maillage final – Maçonnerie de terre cuite - Contraintes principales [kPa] en fibre moyenne. Sur cette représentation, les contraintes de traction sont trop petites pour être visibles.

ÉVALUATION DU MODÈLE TERRE CUITE

Les résistances établies en termes de contrainte équivalente (p. 266) sont largement supérieures aux contraintes relevées.

	Val.		Val. dim.	Taux
Traction en flexion	-25 kPa	>	-263 kPa	10 %
Compression	853 kPa	<	4'524 kPa	19 %

Il faut noter qu'il y a des pics de contraintes aux éléments finis sur appui (DA). Ces pics sont en parti causés par le blocage parfait de ces nœuds. L'indéformabilité des zones d'appui qui ne correspond pas à la situation réelle, induit des contraintes supplémentaires. Si l'on fait abstraction des valeurs extrêmes aux appuis, les contraintes de compression sont inférieures à 580 kPa, soit env. 68 % de la valeur extrême. Une optimisation de la modélisation des conditions d'appui permettrait de mieux approcher le comportement réel.

La valeur absolue maximale des moments est bien inférieure à celle du moment résistant minimal (p. 259).

	Val.		Val. dim.	Taux
Moment	67 Nm/m	<	594 Nm/m	11 %

La déformation maximale se mesure au sommet qui se déplace verticalement vers le bas de 1.1 mm. Rappelons-nous, qu'elle correspond au module d'élasticité retenu pour le modèle terre cuite.

Comme le seuil de plastification n'a été franchie à aucun endroit, l'analyse non-linéaire fourni des résultats très semblables, autant en non-linéarité matérielle qu'en grands déplacements.

ÉVALUATION DU MODÈLE TERRE CRUE

Pour la terre crue, les mêmes observations sont valables. Les taux de travail sont évidemment plus élevés. La limite d'élasticité n'est cependant pas atteinte, ici non-plus.

	Val.		Val. dim.	Taux
Traction en flexion	-25 kPa	>	-68 kPa	37 %
Compression	853 kPa	<	1'255 kPa	68 %

COMPORTEMENT À LONG TERME – FLUAGE

Pour des raisons liées au logiciel, les calculs de fluage n'ont pas pu aboutir. Au vu des très petites déformations élastiques sous poids propre, on peut cependant assumer que les déformations de fluage n'auront pas un impact important sur l'évolution des efforts et

contraintes. Comme on le verra, les contraintes imposées par les charges variables sont bien plus amples que ceux résultants de l'action du poids propre.

CHARGE PONCTUELLE CONCENTRÉE

Pour ce cas de charge, comme pour la majorité des charges variables, l'action du poids propre est favorable. Il diminue l'importance relative des charges ponctuelles. Conformément à l'annexe nationale française à l'EC0-1, on appliquera donc pour la vérification des contraintes (état limite STR), le coefficient de $\gamma_{G,inf} = 1.0$.

Différents calculs ont été effectués pour évaluer la résistance à une ou plusieurs charges ponctuelles. L'objectif étant de pouvoir assurer au minimum trois charges ponctuelles caractéristiques de 1 kN rapprochés en tout point de la structure. Ils correspondraient à trois personnes qui se rendent sur la structure pour effectuer des travaux, par exemple.

Il s'est avéré que le nombre de ces charges appliquées, mêmes de façon asymétrique, n'a que relativement peu d'impact sur les valeurs extrémales des contraintes. L'intensité de la charge était le facteur déterminant. Ainsi, il a été nécessaire d'abaisser cette dernière à 0.6 kN, soit 0.9 kN avec le facteur de sécurité $\gamma_Q = 1.5$, afin que les seuils de résistance fixés précédemment soient respectés pour le modèle terre cuite. Par conséquent, le modèle terre cru admet encore nettement moins de charge.

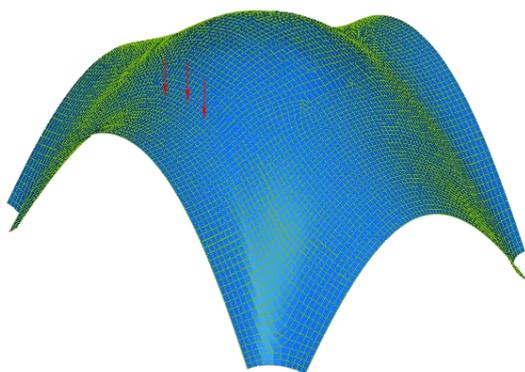


Figure 7.2.6 – Position de 3 charges ponctuelles

Nous retenons ici les valeurs obtenues pour trois charges rapprochées de 1.0 kN, soit une valeur de calcul de 1.5 kN. Ils sont positionnés dans une zone pour laquelle la fibre inférieure était déjà sous poids propre, très légèrement sollicitée en traction.

Les contraintes extrémales apparaissent directement sous les charges. Les moments de flexion montrent une zone d'influence relativement petite et donc une forte concentration des contraintes. Les moments agissent selon les deux directions.

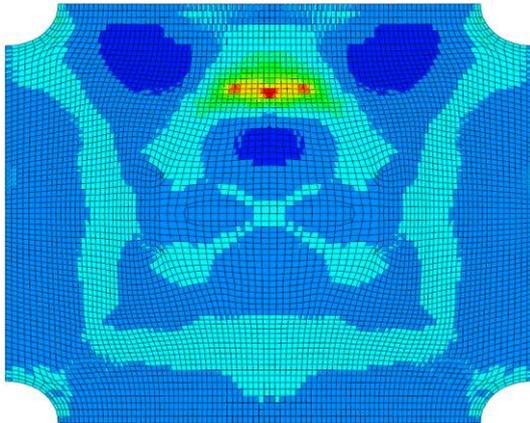


Figure 7.2.7 – Moments de flexion M_y sous charges ponctuelles. Le moment d'intensité maximale (rouge) est de 0.455 kNm/m.

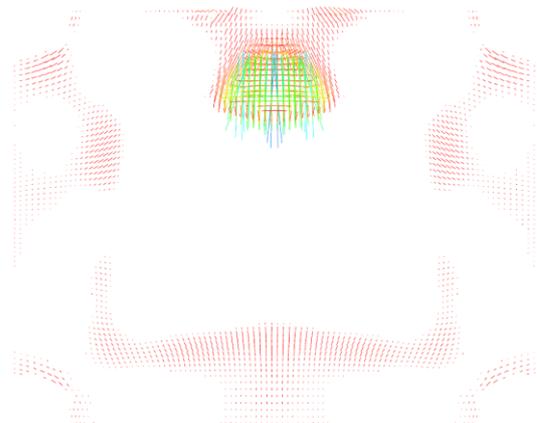


Figure 7.2.8 – Contraintes principales de traction en fibre inférieure.

Sans prendre en compte la concomitance de moments de direction perpendiculaire, la résistance en flexion admise serait dépassée pour le modèle terre cuite :

	Val.		Val. dim.	Taux
Flexion	-338 kPa ¹	>	-263 kPa	129 %+
Compression	661 kPa ²	<	4'524 kPa	15 %

Ces résultats peuvent faire douter de la validité du modèle de résistance. Le dépassement des contraintes admises, pour des charges aussi faibles, pourrait indiquer que les hypothèses de résistance sous-estiment trop radicalement les capacités. La littérature rapporte des capacités nettement plus élevées pour des charges ponctuelles appliquées à des voûtes catalanes.

Dans un premier temps, nous allons admettre que l'application des charges sur des nœuds conduit à des efforts trop concentrés qui ne correspondent pas forcément à la réalité.

Après observation des effets d'autres cas de charges, nous allons effectuer une comparaison avec la résistance constatée lors d'essais sur une structure réelle semblable. Ceci nous permettra de juger de la validité des hypothèses émises.

¹ De plus, la concomitance serait à considérer.

² Hors valeurs extrémales aux nœud extérieurs d'appui.

VENT ET NEIGE

Pour les charges dépendant de la situation, nous allons admettre que la structure est à construire sur le plateau de Valensole, dans le département des Alpes-de-Haute-Provence (04), à une altitude de 650 m.

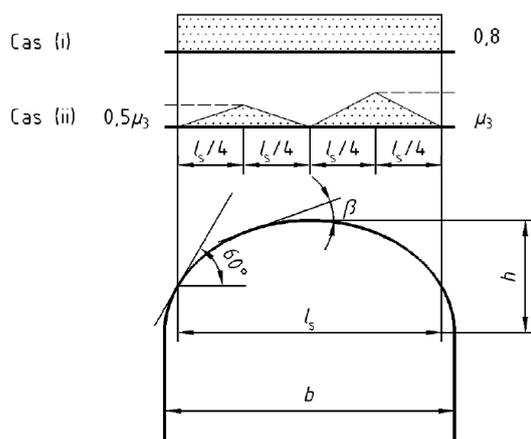
ACTIONS DE NEIGE

Selon l'annexe nationale française à l'EC1-1-3 Actions de neige [82, p. Annexe], le département est en zone C1 avec une charge de neige au sol $s_k = 0.65 \text{ kN/m}^2$.

La loi de variation pour une altitude supérieure à 200 m, impose pour un site à 650 m, un

$$\Delta s_1 = 1.5 \frac{A}{1000} - 0.45 = 1.5 \frac{650}{1000} - 0.45 = 0.525, \quad \text{soit une charge au sol}$$

$$s_k = (1 + \Delta s_1)s_k = 0.99 \text{ kN/m}^2.$$



La forme se rapproche le plus d'une toiture cylindrique, pour lequel l'EC1-1-3 [83, p. 5.3.5] définit deux cas de charge : Le cas (i) sans accumulation, le cas (ii) avec accumulation.

Pour un ratio $\frac{h}{b} \geq 0.18$, $\mu_3 = 2$.

Figure 7.2.9 - Coefficients de forme pour une toiture cylindrique, dans [83, p. 5.3.5].

Selon [83, p. 5.2(3)], les charges de neige se calculent par la formule $s = \mu_i C_e C_t s_k$, où C_e est le coefficient d'exposition et C_t est le coefficient thermique. Dans le cas d'une exposition normale et en l'absence d'une transmission thermique particulière de la paroi, les deux coefficients sont égaux à 1.

Charge	Valeur caractéristique [kN/m ²]	Valeur ELU ($\gamma_Q = 1.5$) [kN/m ²]
Cas (i)	$0.8s_k = 0.79$	1.20
Cas(ii) μ_3	$\mu_3 s_k = 1.98$	3.00

CAS (I) – CHARGE UNIFORMÉMENT RÉPARTIE

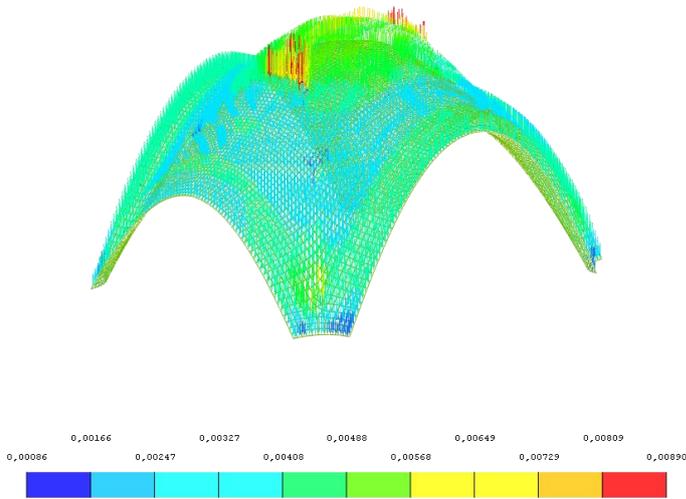


Figure 7.2.10 – Charge de neige – cas (i)A - Distribution uniforme

CAS(II) – CHARGE AVEC ACCUMULATION

On va considérer deux situations qui correspondent à une distribution des charges transversale et longitudinale.

Cas Neige - Asymétrie transversale (NT)

Cas Neige - Asymétrie longitudinale (NL)

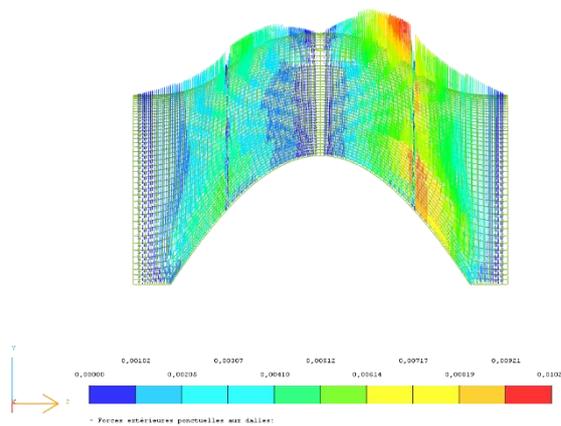


Figure 7.2.11 – Charge de neige – cas (ii)A - Distribution transversale

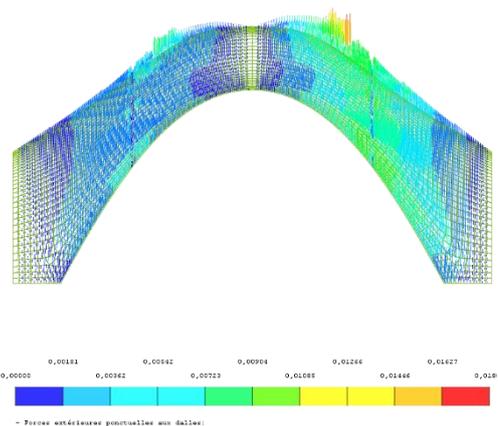


Figure 7.2.12 - Charge de neige – cas (ii)B - Distribution longitudinale

ACTIONS DU VENT

PRESSIION EXTÉRIEURE

Pour les *coefficients globaux de pression extérieure* $c_{pe,10}$, l'EC1-1-4 traite le cas des toitures en voûte sur plan rectangulaire et des dômes et sur plan circulaire [84, p. 7.2.8].

En vue de l'évaluation de l'action du vent, la structure pourrait être regardée comme un hybride entre ces deux types.

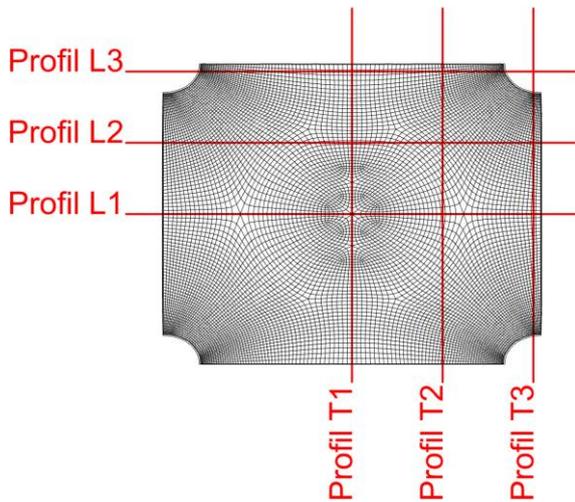


Figure 7.2.13 – Repérage des profils

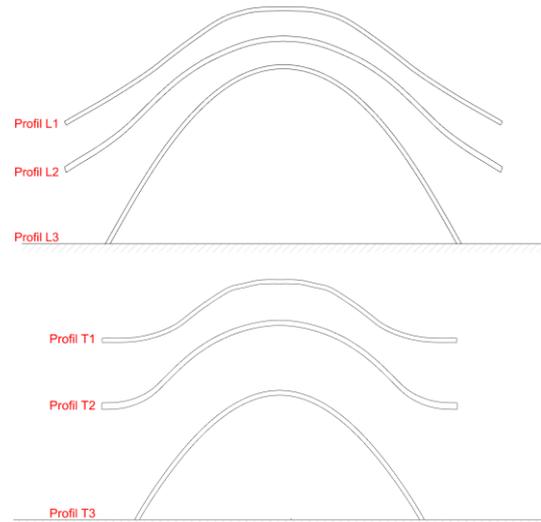


Figure 7.2.14 – Profils longitudinaux et transversaux

Cependant, pour une hauteur de soubassement $h = 0$, les valeurs de $c_{pe,10}$ sont moins favorables pour les voûtes sur plan rectangulaire et, par ailleurs, la forme en berceau est prédominante. Pour nous placer du côté de la sécurité, nous allons utiliser les valeurs et la répartition des zones de pression indiquées pour le cas des voûtes sur plan rectangulaire.

Le détail du calcul de la pression dynamique de pointe $q_p(z)$ et des pressions aérodynamiques caractéristiques sur les surfaces extérieures w_e est donnée en annexe A.6.

La pression dynamique de pointe est $q_p(z) = 518 \text{ Pa}$. Elle correspond à une vitesse du vent à la hauteur de référence $v_m(z) = 16.7 \text{ m/s}$.

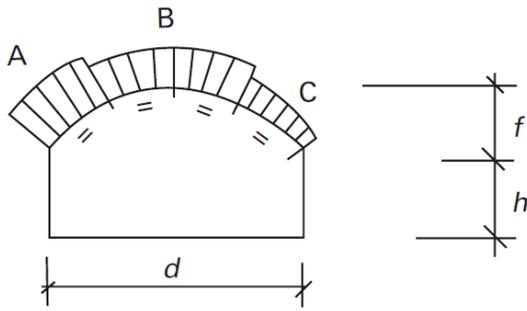


Figure 7.2.15 – Répartition des zones de pression selon EC1-1-4.

La répartition des zones de pression est indiquée sur le schéma ci-contre.

Les pressions extérieures caractéristiques et celles affectées de $\gamma_Q = 1.5$ sont respectivement :

$$w_{e,A} = 414 \text{ Pa}; w_{e,A,dim} = 621 \text{ Pa}$$

$$w_{e,B} = -622 \text{ Pa}; w_{e,B,dim} = -933 \text{ Pa}$$

$$w_{e,C} = -207 \text{ Pa}; w_{e,C,dim} = -311 \text{ Pa}$$

L'application des zones de pression extérieure au modèle sont représentées ci-dessous. L'orientation est choisie de façon à obtenir la plus grande charge totale lors de l'addition avec les charges de neige.

Cas de charge Vent - Asymétrie transversale (VET) :

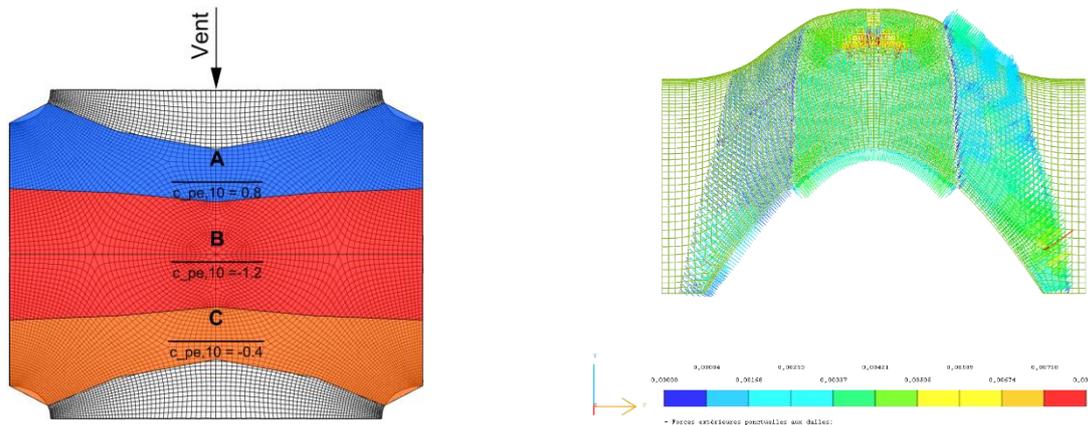


Figure 7.2.16 – Répartition des zones de pression extérieure appliquées pour un vent selon la direction transversale : Schéma à gauche et chargement des éléments correspondant dans Pythagore à droite. Les faces tangentes à la direction du vent n'ont pas été chargées.

Cas de charge Vent - Asymétrie longitudinale (VEL) :

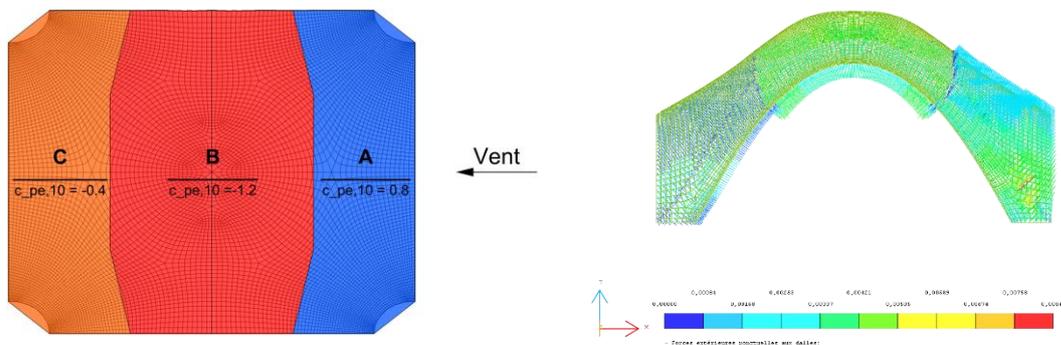


Figure 7.2.17 – Répartition des zones de pression extérieure appliquées pour un vent selon la direction longitudinale : Schéma à gauche et chargement des éléments correspondant dans Pythagore à droite.

PRESSION INTÉRIEURE

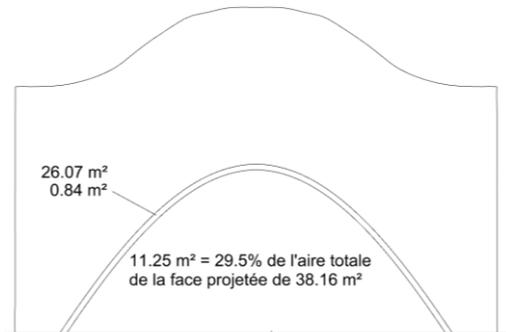


Figure 7.2.18 – Aires projetés des faces et des ouvertures sur les côtés de petite ouverture

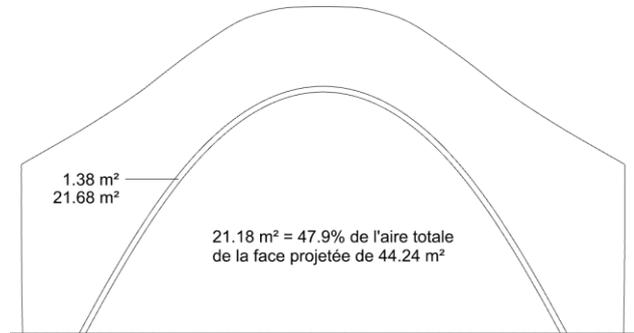


Figure 7.2.19 - Aires projetés des faces et des ouvertures sur les côtés de grande ouverture

Les règles définies par l'EC1-1-4 pour la détermination du coefficient de pression intérieure c_{pi} ne semblent pas adaptées. Vu les profils perpendiculaires aux ouvertures, semblable à ceux d'une aile d'avion, il faut s'attendre à des surpressions intérieures.

Néanmoins, on va appliquer les valeurs recommandées pour le cas où il n'est pas considéré/justifié de calculer μ , selon [84, p. 7.2.9(6)Note 2], soit $c_{pi,1} = 0.2$ et $c_{pi,2} = -0.3$. Le premier cas paraît d'entrée plus défavorable puisque la surpression intérieure va se cumuler avec les dépressions extérieures dominantes.

Les pressions intérieures caractéristiques et celles affectées de $\gamma_Q = 1.5$ sont respectivement :

$$w_{i,1} = 104 \text{ Pa} ; \quad w_{i,1,dim} = 156 \text{ Pa}$$

$$w_{i,2} = -155 \text{ Pa} ; \quad w_{i,2,dim} = -234 \text{ Pa}$$

LES CAS DE CHARGE

Les résultats d'un calcul linéaire (contraintes principales) pour les cas de charge vent et neige pris isolément sont récapitulés dans le tableau ci-dessous.

Les valeurs d'amplitude maximale sont notées sous chaque graphique. Lorsque ces contraintes maximales sont relevées sur les *éléments finis sur appui (DA) extérieurs* et se différencient nettement des valeurs relevées par ailleurs, ceux-ci sont mis entre parenthèses.

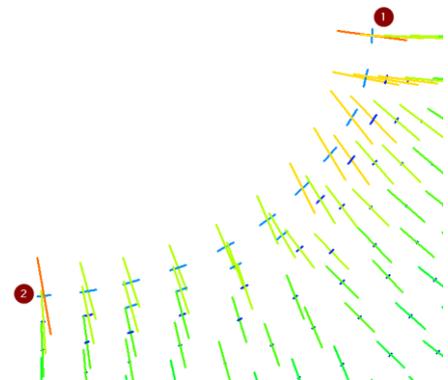
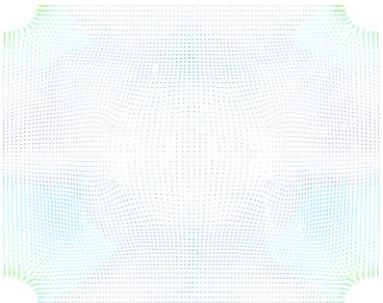
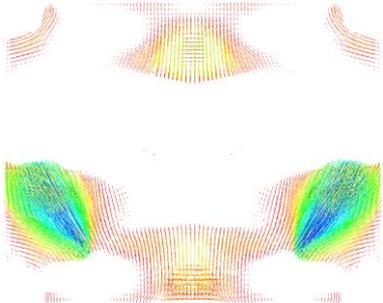
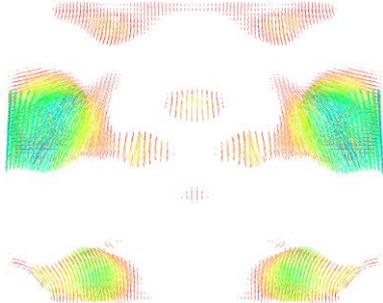
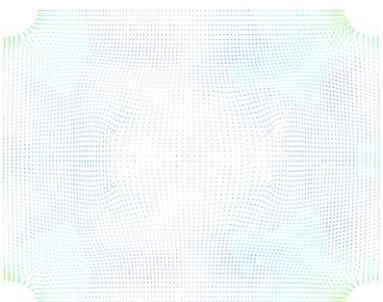
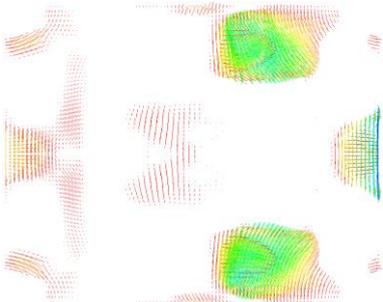
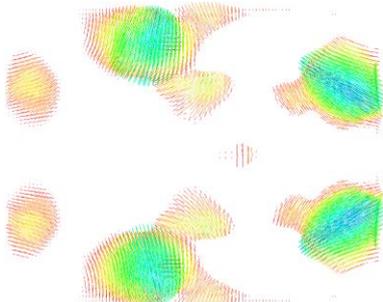
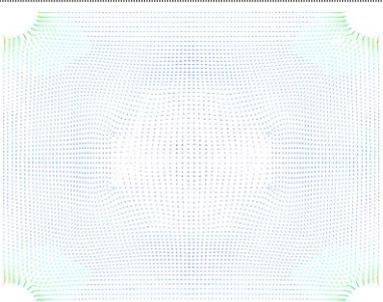
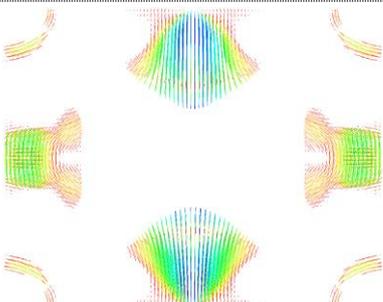
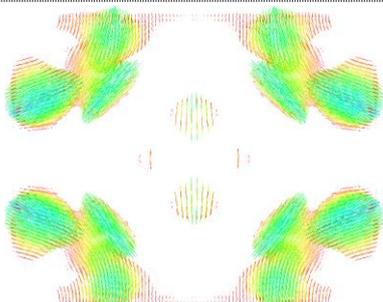
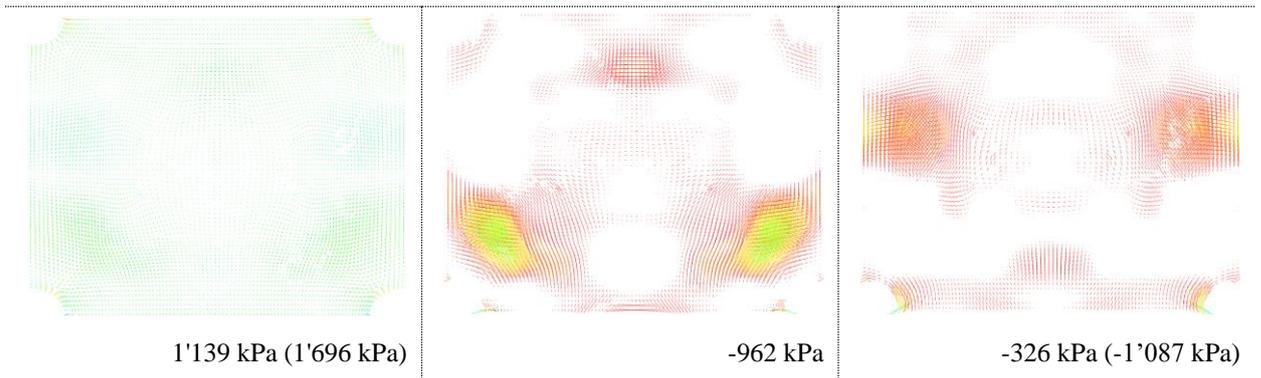


Figure 7.2.20 – Zone d'appui, contraintes principales, éléments finis sur appui (DA) extérieurs marqués 1 et 2.

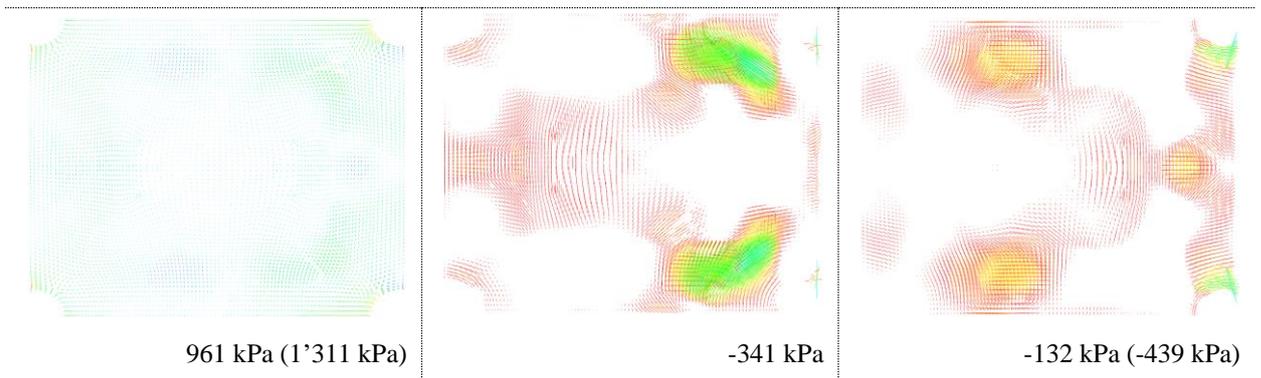
Les contraintes principales maximales de compression peuvent systématiquement être relevées en fibre supérieure. Les contraintes de traction, causées par des moments de flexion, sont d'intensité maximale au niveau des fibres extrêmes.

Compression maximale	Contraintes de traction	
Fibre supérieure	Fibre inférieure	Fibre supérieure
Neige – Asymétrie transversale (NT) - FIC601		
		
1'746 kPa	-235 kPa	-150 kPa
Neige – Asymétrie longitudinale (NL) - FIC602		
		
1'660 kPa	-276 kPa	-163 kPa
Neige – Répartie (NU) - FIC603		
		
951 kPa (1'379 kPa)	-71 kPa	-46 kPa

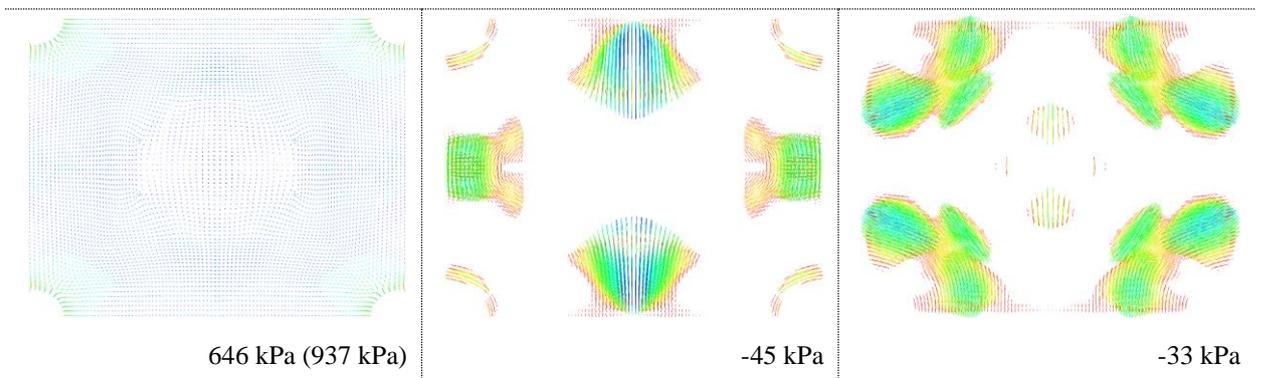
Vent – Asymétrie transversale (VET) - FIC605



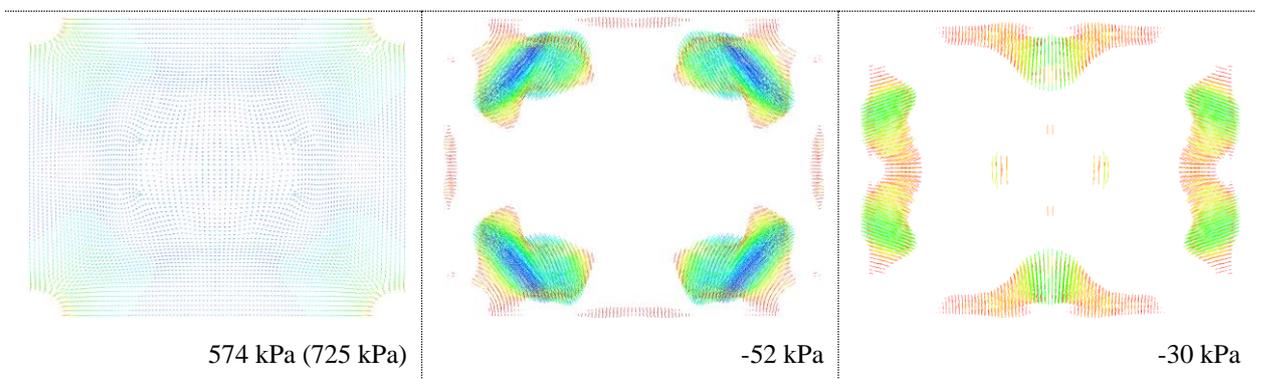
Vent – Asymétrie longitudinale (VEL) - FIC606



Vent - Pression intérieure (VIP) - FIC607



Vent - Dépression intérieure (VID) - FIC608



COMBINAISONS DÉTERMINANTES

Vu l'amplitude des contraintes pour les cas de charges neige et vent pris isolément d'un côté et les niveaux de contrainte pour les autres cas de charges, nettement inférieures, on peut affirmer que les charges provenant de l'environnement sont dimensionnantes à l'ELU pour les vérifications EQU & STR/GEO en situation durable et transitoire. Les charges accidentelles restent à vérifier.

Pour les cas de charge vent et neige, nous pouvons retenir les combinaisons les plus défavorables suivantes :

- Pour les valeurs maximales de traction en fibre inférieure & la compression, toujours maximale en fibre supérieure, une combinaison de Vent transversal (VET) + Dépression intérieure (VID) accompagné de Neige distribuée transversalement (NT).
- Pour les valeurs maximales de traction en fibre supérieure, une combinaison de Vent transversal (VET) et Surpression intérieure (VIP) accompagné de Neige distribuée transversalement (NT).

Pour les deux combinaisons, on doit vérifier la nature favorable ou défavorable du poids propre. Dans le cas d'un poids propre défavorable, le coefficient $\gamma_{G,inf} = 0.9$ pour les combinaisons de vérification de l'équilibre (EQU) sont plus sévères que ceux pour les vérifications STR/GEO ou $\gamma_{G,inf} = 1.0$.

Pour ce cas du poids-propre favorable, on va alors directement utiliser les combinaisons de vérification de l'équilibre ce qui nous permettra de vérifier STR/GEO et EQU avec la même combinaison.

Le tableau ci-dessous résume les combinaisons à considérer.

COMBI	Actions permanentes		Action variable dominante		Action variable d'accompagnement		
	Favorable	Défavorable	Défavorable	Défavorable	Défavorable		
		$\gamma_{G,inf}$	$\gamma_{G,sup}$	$\gamma_{Q,1} = 1.5$	$\gamma_{Q,i} = 1.5$	$\psi_{0,i}$	
EQU-1	PP	0.90		VET+VID	NT	0.5	
STR-E1			PP	1.35	VET+VID	NT	0.5
EQU-2	PP	0.90			VET+VIP	NT	0.5
STR-E2			PP	1.35	VET+VIP	NT	0.5

DISCUSSION DES RÉSULTATS

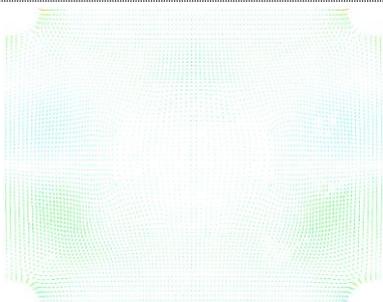
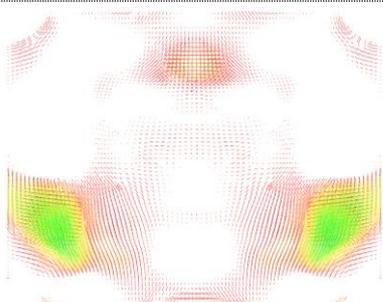
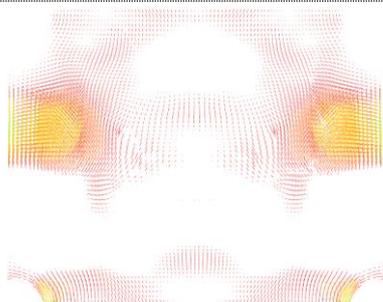
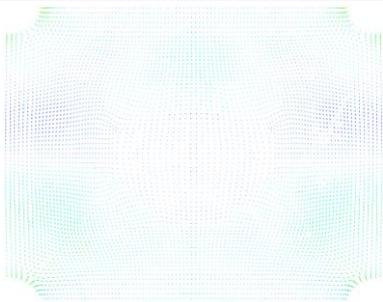
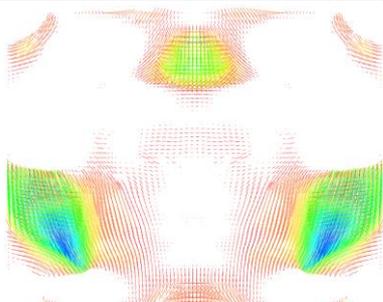
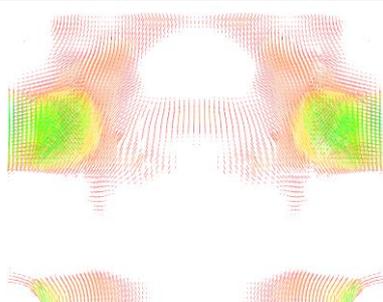
Compression maximale	Contraintes de traction	
Fibre supérieure	Fibre inférieure	Fibre supérieure
EQU-1		
		
593 kPa, 1'385 kPa (1'978 kPa)	-839 kPa (-1'199 kPa)	-407 kPa (-1'357 kPa)
STR-E2		
		
761 kPa, 1'775 kPa (2'536 kPa)	-664 kPa	-801 kPa

Figure 7.2.21 – Récapitulatif des contraintes pour les combinaisons EQU-1 et STR-E2. Les valeurs entre parenthèse correspondent à des valeurs extrêmes aux éléments finis sur appui (DA) extérieurs. La première valeur en compression correspond à la valeur en partie courante, la seconde en pied d'ouvrage, soit les 4 premiers rangs d'éléments finis.

La combinaison EQU-1 provoque les contraintes principales de traction extrémales de la plus forte intensité. La valeur minimale de -1357 kPa apparaît sur les éléments finis sur appui (DA) extérieurs, en fibre supérieure. En dehors des éléments sur appui, la contrainte est toujours inférieure, en valeur absolue, à -127 kPa en fibre moyenne (STR-E2), à -407 kPa en fibre supérieure (EQU-1) et à -839 kPa en fibre inférieure (EQU-1). La valeur de -839 kPa est à retenir pour juger de la résistance en flexion de la coque.

La combinaison STR-E2 est celle pour laquelle apparaissent les contraintes principales de compression les plus élevées. La valeur maximale de $2'536$ kPa apparaît également sur les éléments finis sur appui (DA) extérieurs, en fibre supérieure. Pour les autres éléments

d'appui, elle est toujours inférieure à **1'775 kPa**, valeur retenue pour la résistance en pied. En partant des appuis, à partir du 4^{ème} rang d'éléments finis, la contrainte maximale chute à **761 kPa**, valeur à retenir pour la résistance en partie courante.

FLEXION & TRACTION

En faisant abstraction de la valeur extrême sur nœud extérieur d'appui, pour le modèle de terre cuite, on dépasserait la contrainte équivalente de traction limite d'un facteur $\frac{-839}{-263} = 3.2$. Pour la terre crue le dépassement serait d'un facteur $\frac{-839}{-68} = 12.3$.

L'analyse des moments de flexion pour la combinaison EQU-1, montre une concomitance de moments de même signe au droit des zones les plus sollicitées.

Pour les moments positifs qui sont les plus intenses, se superposent un moment $M_x = 0.75$ kNm/m à un moment $M_y = 0.59$ kNm/m.

Le module de flexion de la section est $W = \mp \frac{I}{h/2} = \mp \frac{h^2}{6} = \mp 1.5 * 10^{-3} m^4$. La contrainte de flexion pour une coque monolithique constituée d'un matériau isotrope, serait

- pour M_x : $\sigma_{x,f} = \pm \frac{M_x}{W} = \pm \frac{0.75}{1.5} * 10^3 = \pm 500 \text{ kPa}$
- pour M_y : $\sigma_{y,f} = \pm 393 \text{ kPa}$

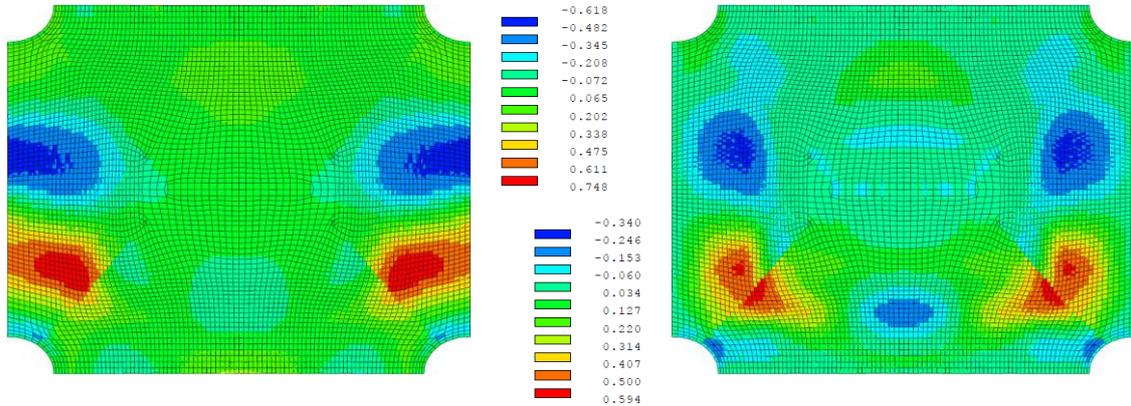
Pour STR-E2, $M_x = 0.67$ kNm/m et $M_y = 0.52$ kNm/m. Les contraintes correspondantes sont respectivement $\sigma_{x,f} = \pm 447$ kPa et $\sigma_{y,f} = \pm 347$ kPa.

Les contraintes principales fournies par Pythagore sont plus élevées car il y a concomitance avec un effort de traction membranaire. Il y a des contraintes principales de traction en fibre moyenne, pour les deux combinaisons, dans les zones de moment de flexion maximale. Ces contraintes sont orientées de façon à disposer des composants approximativement équivalents selon X et Y des repères locaux.

Moment M_x

Moment M_y

EQU-1



STR-E1

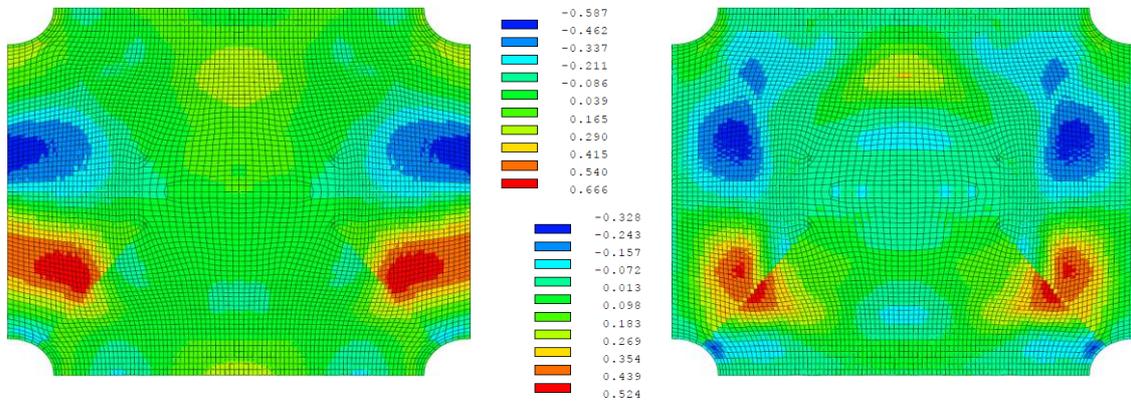


Figure 7.2.22 – Combinaisons EQU-1 et STR-E1 : Moments M_x et M_y [kNm/m].

CISAILLEMENT DE FLEXION

L'effort tranchant maximal est donné pour la combinaison STR-E1 avec 9.6 kN/m contre 9.4 kN/m pour la combinaison EQU-1.

La contrainte maximale de cisaillement en fibre moyenne $\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{9.6 \text{ kN/m}}{0.095 \text{ m}} = 152 \text{ kPa}$ est compatible avec l'adhérence admissible pour la maçonnerie de terre cuite (440 kPa). Elle est à priori trop élevée pour la terre crue dont l'adhérence en cisaillement a été admise à hauteur de 80 kPa.

COMPRESSION

L'analyse des efforts normaux est, pour les valeurs les plus élevées en pied d'ouvrage, bien en phase avec les contraintes de compression.

La contrainte de compression peut être admise pour un appareillage de terre cuite. Pour STR-E1, en pied, le taux de travail serait $\frac{\sigma_{c,max}}{f_{c,d}} = \frac{1'775}{4'524} = 0.39$ et en partie courante $\frac{761}{4'524} = 0.17$.

Pour la terre crue cependant, on dépasserait la contrainte de compression admissible d'un facteur $\frac{1'775}{1'255} = 1.4$ en pied. En partie courante, elle est admissible et le taux de travail est de 0.57.

HYPOTHÈSE DE PRÉDIMENSIONNEMENT : ADAPTATION DES SECTIONS REQUISES

Cette première analyse montre que l'action du poids propre ne posent à priori pas de problème. Cependant, l'ensemble des autres cas de charge ne sont pas admissibles par la structure en terre cuite. Elles le sont encore moins pour la structure en terre crue. Tandis que pour la terre cuite, ce sont essentiellement les contraintes de traction qui sont critiques, pour la terre crue, les seuils de contrainte de cisaillement sont systématiquement dépassés.

Les charges ponctuelles admissibles sont trop faibles. Les contraintes les plus importantes apparaissent cependant pour les charges imposées par l'environnement naturel, notamment pour les combinaisons EQU-1 et STR-E1. Ils résultent essentiellement de moments de flexion.

Pour ces combinaisons, nous avons constaté qu'ils existaient des zones qui présentent une concomitance de moments de flexion de même signe et simultanément, des tractions membranaires bidirectionnelles.

Pour une concomitance entre flexions et tractions bidirectionnelles, nous avons établi la condition $\sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,t1}} + \frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \sqrt{2} \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,t2}} + \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,f2}} \leq 1$.

Elle nous permet de mesurer la part de la résistance en flexion (contrainte) qui peut être mobilisée. Pour la situation présente en combinaison STR-E2, la relation fournit les taux d'utilisation et leur somme :

$$\sqrt{2} \frac{839 - 447}{176} + \frac{447}{263} + \sqrt{2} \frac{347 - 200}{196} + \frac{347}{263} = 3.15 + 1.70 + 1.06 + 1.32 = 7.23$$

La part de la sollicitation en flexion dans la direction 1 est alors $\frac{3.15}{7.23} = 0.44$.

Donc, le moment maximal ne doit pas mobiliser plus d'environ 44% de la résistance de la section.

Nous allons évaluer l'épaisseur de maçonnerie nécessaire en référence à une coque monolithique qui résiste au moment de flexion le plus important calculé. Pour cela nous devons admettre deux hypothèses :

1. La multiplication des couches permet d'atteindre une augmentation de la résistance au moins équivalente à l'augmentation de l'épaisseur d'une coque monolithique. En dimensionnement, nous allons vérifier cette hypothèse pour les épaisseurs visées.
2. L'ensemble des résistances évoluent proportionnellement à la résistance en flexion et donc les conditions relatives à l'admission de concomitances d'efforts restent valables.

On peut alors s'appuyer sur l'évaluation de la hauteur de la section d'une coque monolithique, pour laquelle le respect de 40% de la contrainte équivalente de 263 kPa, est assuré. La relation entre contrainte et module de flexion élastique nous fournit alors la hauteur de la section nécessaire afin de respecter la contrainte.

$$W = \frac{h^2}{6} = \frac{M}{\sigma} \Leftrightarrow h = \sqrt{6 \frac{M}{\sigma}} = \sqrt{6 \frac{0.67}{0.4 * 263}} = 0.195 \text{ m}$$

Pour le moment d'amplitude maximale calculé, la section monolithique devrait donc présenter une hauteur de 195mm. Une épaisseur de 200 mm correspondrait à une coque en maçonnerie catalane de 6 couches de briques.

L'augmentation du poids propre diminuera l'effet relatif des actions variables. On peut donc s'attendre à ce qu'une coque plus épaisse sera de ce point de vue également favorable à la réduction des contraintes provoquées par ces charges asymétriques.

Pour une maçonnerie en terre cuite, il semble approprié de faire un essai avec un modèle correspondant à 5 couches de briques, soit 165 mm.

Pour la terre crue, nous avons admis une résistance en flexion $f_{eq,f1,d} = 68 \text{ kPa}$. Pour cette contrainte limite, nous obtenons de façon analogue une épaisseur minimale de 0.384 m. En considération des effets bénéfiques du poids propre, un essai avec une modélisation à 9 couches de briques, soit 305 mm d'épaisseur, semble approprié.

VÉRIFICATION DES HYPOTHÈSE DE PRÉDIMENSIONNEMENT

L'effet de l'ajustement de l'épaisseur des coques sera d'abord vérifié par un calcul linéaire élastique. Les états de contraintes relevés permettront de faire certains ajustements aux paramètres matériaux du modèle.

Ensuite, une comparaison à une structure semblable réalisée et testée nous permettra de vérifier les hypothèses de résistance de l'appareillage à trois couches. Ce sera une étape préparatoire pour l'établissement du modèle de résistance pour un appareillage présentant un nombre de couches plus important.

Finalement, une analyse en grands déplacements et non-linéarité matérielle, avec une loi de comportement Drucker-Prager, sera effectuée pour les deux types de matériaux. Il nous permettra de vérifier la stabilité et l'état de contraintes pour le prédimensionnement aux situations durables et transitoires.

MISE À JOUR DES PROPRIÉTÉS MATÉRIELLES POUR MODÈLE FEM

L'analyse linéaire a notamment permis de voir que la concomitance d'efforts qui provoquaient des contraintes de traction bidirectionnelles importantes dans le cas de la coque plus mince, est très nettement réduite grâce à l'augmentation de l'épaisseur. Par ailleurs, les contraintes de traction membranaire sont nettement moins présentes que les contraintes dû aux efforts flexionnels. Pour le modèle aux éléments finis, la contrainte limite en flexion, moins sévère, a donc été adoptée et la réduction pour prise en compte systématique d'une concomitance éventuelle, supprimée. Pour les cas de charge ou les concomitances de ce type sont rares. Ce choix paraît d'autant plus justifié que le modèle d'analyse de la résistance néglige d'entrée la contribution de zones qui subissent ou ont subi potentiellement des tractions directes.

De plus, afin de mieux approcher le comportement de la structure, nous avons adopté la valeur caractéristique pour la résistance à la traction et à la compression. On se réserve les valeurs de dimensionnement pour l'analyse des résultats.

Le poids propre de la structure a également été adapté. Nous avons pu constater que le poids propre était à priori toujours favorable aux états de contraintes. Dans les propriétés initialement admises pour le prédimensionnement, nous avons adopté la fourchette haute. Cela a été corrigé par un calcul plus précis des parts volumiques entre mortier et briques.

Les modifications effectuées sur les propriétés sont résumées dans les tableaux ci-dessous pour les deux matériaux.

VALEURS REVUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS POUR LA TERRE CUITE

	Unité	Sym.	Valeur	Commentaire	Note
Résistance compression	MPa	f_k	6.787		
Résistance traction	MPa	$f_{eq,t,min}$	0.395	$= \min(f_{eq,f1}; f_{eq,f2})$	1
Élasticité	GPa	E	6.787	$= 1000f_k$	
Coefficient de poisson	-	ν	0.200	Estimé	
Densité	t/m ³	ρ	1.980		2

Table 7.2.1 – Valeurs retenues pour la modélisation aux éléments finis de l'appareillage en briques de terre cuite.

VALEURS REVUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS POUR LA TERRE CRUE

	Unité	Sym.	Valeur	Commentaire	Note
Résistance compression	kPa	f_k	1'657		3
Résistance traction	kPa	$f_{eq,t,min}$	91	$= \min(f_{eq,f1}; f_{eq,f2})$	4
Élasticité	MPa	E	1'093		
Coefficient de poisson	-	ν	0.104		
Densité	t/m ³	ρ	1.776		5

Table 7.2.2 – Valeurs retenues pour la modélisation aux éléments finis de l'appareillage en briques de terre crue.

Pour la terre crue, la valeur pour la résistance à la compression retenue correspond à 66% de la valeur caractéristique qui avait été évaluée expérimentalement sur un autre type

¹ Auparavant 0.208 MPa.

- Réduction pour prise en compte d'une éventuelle traction bidirectionnelle supprimée.
- Valeur caractéristique de la résistance en flexion au lieu de la valeur de dimensionnement en traction axiale.

² Auparavant 2.300 t/m³

³ Auparavant 2'510 kPa, soit la valeur caractéristique.

⁴ Auparavant 43 kPa.

⁵ Auparavant 2.000 t/m³

d'appareil. Habituellement, la limite d'élasticité se situe entre 50 et 66 % de la charges de rupture. On pourra ainsi mieux tenir compte des effets d'une plastification.

CHARGEMENT PONCTUEL NON-CONCENTRÉ - COMPARAISON À UN CAS RÉALISÉ

Nous avons remarqué que les résultats obtenus pour des charges ponctuelles concentrées, ne semblaient pas être en phase avec les résistances observées sur des structures réalisées. Comme nous l'avons vu à l'exemple du prototype réalisée par le BRG à Zürich, la structure pouvait résister à une charge ponctuelle de plus de 30 kN (cf. Figure 5.3.3) sans qu'on ait pu constater une « *fissuration visible* ». [38, p. 53] Selon notre modèle de résistance, des fissures serait déjà apparues pour des charges ponctuelles d'environ 1.5 kN.

On doit cependant également relever que la charge dans le cas du prototype était répartie sur un peu plus de 0.5 m², alors que nous avons appliqué des charges concentrées aux nœuds.

Afin de mieux pouvoir comparer aux résultats de l'expérience de Zürich, on fait une vérification de la coque avec une charge de 3 tonnes réparties sur 0.5 m² appliquée au sommet.



Figure 7.2.23 – Maillage et chargement dans Pythagore.

Un calcul en grands déplacements avec les paramètres matérielles revues, montre que la représentation monolithique de la structure résiste au cas de charge avec l'épaisseur de 95 mm initialement prévue.

Localement, au droit de la charge et en fibre inférieure, les contraintes caractéristiques de traction admises sont dépassées d'un facteur 1.5. La structure présenterait donc des fissures à cet endroit.

En fibre moyenne cependant, les contraintes de traction respectent toujours les seuils admissibles et les tractions concomitantes sont absentes. La fissuration n'atteint donc pas la surface moyenne.

Les déformations restent très faibles. Il y a un déplacement maximal de 1.1 mm au sommet. Les efforts flexionnels sont importants au droit de la surface d'application de la charge. Dans cette zone il faut noter une concomitance assez importante des moments selon les deux

directions qui peuvent conduire à une amplification de la plastification des sections selon notre modèle de résistance.

Autour de la zone d'application de la charge se forme un anneau de traction membranaire. Ici, les tractions transversales sont très faibles, voir absentes.

Les représentations graphiques des principaux résultats de calcul peuvent être consultés en annexe B.3.1.

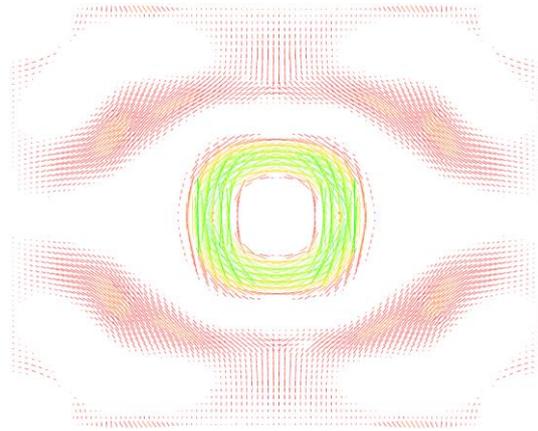


Figure 7.2.24 – Fibre moyenne – Vecteurs contraintes principales de traction.

La comparaison entre les deux structures n'est pas aisée. Certains facteurs sont favorables, d'autres défavorables, à la résistance de la maçonnerie du prototype, en relation à celle de notre appareillage à 3 couches.

D'abord, la coque à Zürich était plus petite. À l'endroit d'application de la charge, la petite portée était d'environ 4 m. La grande portée est bien plus importante mais difficile à quantifier puisqu'il n'y a aucun appui direct qui serait aligné avec la zone d'application. Pour notre voûte, les portées diagonales sont de 12.8 m.

Selon les auteurs, l'épaisseur courante de la coque était avec 90 mm, très proche de la nôtre. L'élanement $\frac{\text{portée}}{\text{épaisseur}}$ du profil en arc selon la direction de la petite portée à Zürich est donc environ de 44 tandis que pour notre structure, l'élanement selon les diagonales est de 142. Étant donné que les contraintes se concentrent essentiellement à proximité de la charge, ceci ne devrait cependant pas être déterminant pour la résistance ultime. Une ruine locale est plus probable.

La coque à Zürich était constituée de 2 couches de briques seulement. Ces briques étaient plus « trapues ». Leurs dimensions sont de 200 x 120 x 40 mm³. Ces aspects sont plus défavorables à la cohésion.

Cependant, les briques étaient très rugueuses et à surface profilé, ce qui augmente l'adhérence. Les briques étaient creuses, ce qui permet d'obtenir des tenons de mortier entre

briques dans le même rang. La première des deux couches était hourdée au plâtre qui présente potentiellement des résistances instantanées en traction plus importantes que celles que nous avons admises pour le mortier. Un mortier de ciment ou de chaux optimisé et/ou fortement dosé peut également posséder des résistances supérieures. Ces aspects peuvent, dans une certaine proportion, annuler les aspects défavorables.

Dans notre cas, la charge est appliquée à une portion de surface synclastique, tandis qu'à Zürich elle était appliquée sur une portion anticlastique.

Face aux charges ponctuelles, la surface synclastique favorise la traction membranaire transversalement à la direction de la descente des charges, comme on peut très bien le voir si l'on regarde les contraintes principales de traction en fibre moyenne.

Dans le cas d'une surface anticlastique, l'état de contrainte à proximité de l'application de la charge, serait comparable, mais au lieu d'être structuré par des direction radiales en compression et concentriques en traction, il serait plutôt structuré « en grille » avec une compression selon la direction convexe du côté de la charge, et de la traction selon la direction concave.

Pour conclure, le nombre de différences est importante mais les ordres de grandeur des résistances pour le cas de charge considéré doivent être semblables.

Ce que nous pouvons affirmer, c'est que la faiblesse constatée de l'appareillage de 95 mm, face à des charges ponctuelles concentrées, n'est pas en contradiction avec sa capacité de résister à des charges « ponctuelles » importantes, pour autant que la surface d'introduction de la charge n'est pas trop petite. Si elle est très petite, on peut craindre le poinçonnement et ce même pour des charges relativement petites.

Au final, le modèle de résistance proposé pour l'appareillage à trois couches semble potentiellement bien approcher la réalité, mais il sous-estime certainement ses capacités. Cette sous-estimation est liée au fait que nous considérons le cas d'une « *liaison en escalier* », à priori moins résistants qu'une « *liaison à enture* ». Pour des raisons sécuritaires, nous négligeons une partie des mécanismes de résistance et considérons des recouvrements minimaux. En première approche, le modèle de résistance peut alors être considéré comme valide et sûr. Il pourrait même encore être affiné, pour permettre d'exploiter mieux les capacités de l'appareillage. Une validation définitive passerait nécessairement par des essais.

Nous maintenons donc les hypothèses de résistance de l'appareillage à 3 couches ainsi que les hypothèses de dimensionnement des hauteurs statiques requises pour résister aux actions climatiques.

VÉRIFICATION DU PRÉDIMENSIONNEMENT - CHARGES CLIMATIQUES

Pour les calculs en prédimensionnement aux situations durables et transitoires, nous nous sommes limités aux combinaisons EQU-1 et STR-E2 qui provoquaient les efforts et contraintes les plus élevés. Les autres cas de charge étaient nettement moins sévères et ils seront revérifiés seulement pour le dimensionnement définitif.

Les calculs ont été effectués selon la théorie des grands déplacements avec une loi de comportement Drucker-Prager. Ainsi, nous pouvons tenir compte de la fissuration, des déformations et vérifier l'équilibre.

Ici, nous nous contentons de résumer les principales observations. Les résultats des calculs sont disponibles en annexe B.3.2 pour le modèle en terre cuite et annexe B.3.3 pour la terre crue.

TERRE CUITE

L'analyse initiale avait montré que l'épaisseur de 95 mm prévue à l'origine était insuffisante, notamment face à l'action combinée du vent et de la neige.

La structure monolithique redimensionnée suffit largement aux exigences. Les seuils de contraintes sont respectés pour les combinaisons déterminantes. Il n'y a aucune déformation plastique.

TERRE CRUE

Pour le modèle terre crue, d'une épaisseur nettement plus importante, le constat est différent. On note un très léger dépassement des seuils de contrainte de traction en fibre inférieure. Celui-ci serait susceptible de produire une fissuration probablement imperceptible des parements intérieurs. Cette situation n'est pas préjudiciable à l'ELS, même pour une combinaison ELU.

Cependant, on constate un dépassement des contraintes de cisaillement communément admises par de la terre crue. La contrainte maximale de cisaillement de flexion est de 238 kPa. Comme les interfaces brique-mortier entre couches doivent transmettre cette contrainte, l'adhérence en cisaillement devrait être supérieure. À présent, nous avons admis 80 kPa en nous basons sur la déclaration de performance d'un fabricant. Il ne semble pas

impossible d'optimiser un mortier de terre ou de recourir à un mortier différent qui, en combinaison avec une brique de terre crue, puisse offrir la performance requise.

La brique elle-même devra également présenter cette résistance minimale. Mais les données à propos de la résistance au cisaillement de briques de terre crue ne sont pas aisément trouvable et elle doit être vérifiée par des essais.

Le cisaillement membranaire est légèrement moins élevé avec une valeur extrême à -210 kPa.

7.2.2 SITUATIONS ACCIDENTELLES

Comme évoqué, pour le prédimensionnement aux situations accidentelles, nous partons sur les épaisseurs pressenties pour les situations durables et transitoires.

VENT VIOLENT

QUALIFICATION DE L'ACTION DU VENT VIOLENT

En situation accidentelle, pour le cas d'une tempête, on doit s'attendre à des contraintes nettement plus élevées. Dans la région PACA, le record de vent mesuré à Marignane, est de 162 km/h¹, soit 45 m/s. Pour cette valeur de base de la vitesse de référence du vent, appliquée au même site, la pression dynamique de pointe serait de 1'821 Pa, soit supérieure d'un facteur 3.52.

Pour une vitesse de référence du vent de 45 m/s, les coefficients de pression extérieure et les pressions caractéristiques correspondantes sont respectivement :

$$\begin{aligned}
 c_{pe,10} &= 0.8 ; & w_{e,A} &= 1'457 \text{ Pa} \\
 c_{pe,10} &= -1.2 ; & w_{e,B} &= -2'185 \text{ Pa} \\
 c_{pe,10} &= -0.4 ; & w_{e,C} &= -728 \text{ Pa} \\
 c_{pi} &= -0.3 ; & w_i &= -546 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

La combinaison applicable serait la suivante :

COMBI	Actions permanentes		Action variable dominante	Action variable d'accompagnement	
	Favorable	Défavorable	Défavorable	Défavorable	
	$\gamma_{G,inf}$	$\gamma_{G,sup}$	$\gamma_{Q,1} = 1.0$	$\gamma_{Q,i} = 1.0$	$\psi_{1,i}$
ACC-1	PP	1.00	VET+VID	NT	0.2

Comme pour la combinaison EQU-1, on se base pour la combinaison ACC-1, sur un vent qui agit selon la direction transversale, c'est-à-dire dans le sens de la petite portée, combiné à une dépression intérieure et une distribution transversale de neige.

La combinaison EQU-1 avait fourni les contraintes de traction et les moments de flexion les plus intenses. La combinaison STR-E2, avait fourni des contraintes de compression d'un

¹ <http://tempetes.meteo.fr/spip.php?article10>

facteur 1.28 plus élevées, autant en zone d'appui (1'775 kPa / 1'385 kPa) qu'en zone courante (761 kPa / 593 kPa). Ici comme ailleurs, on ne tient pas compte des valeurs extrêmes aux éléments finis sur appui (DA).

Les contraintes de compression restaient largement sous le seuil admissible. Ce sont les contraintes de traction qui doivent être considérées en priorité. On s'est donc limité à la seule combinaison ACC-1 pour la combinaison accidentelle vent et neige en prédimensionnement.

VÉRIFICATION

Un premier calcul a été effectué en grands déplacements. Les propriétés mécaniques appliquées à la loi de comportement Drucker-Prager sont celles retenues pour les calculs en situation durable et transitoire en page 298 et suivantes.

TERRE CUITE

Le calcul converge au bout de 8 itérations et le maximum de déformation plastique est avec 0.1 mm/m très petit. À première vue, cela signifie que la structure est stable.

L'observation des contraintes principales et des moments, cependant, révèle localement un fort taux de concomitance, notamment dû à la flexion bidirectionnelle.

Nous allons alors devoir adapter la loi de comportement de façon à prendre cette concomitance en considération.

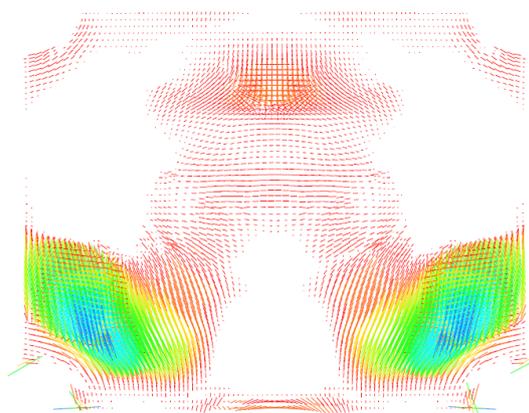


Figure 7.2.25 – Fibre inférieure – Vecteurs contraintes principales de traction.

Un nouvel calcul¹ est effectué avec une résistance à la traction réduite. Celle-ci a été divisée par $\sqrt{2}$ pour prendre la valeur de **279 kPa**. Les raisons pour le choix de ce facteur seront exposées de façon détaillée en dimensionnement. Nous pouvons déjà dire qu'avec la multiplication des couches, la résistance de l'appareillage à la flexion est à plus forte raison liée au cisaillement des joints entre couches. Leur cisaillement augmente à mesure que leur

¹ \40.Analyse en service\2022-09-16__Maillage 70.2--Prédimensionnement - Situations accidentelles\165-Terre cuite 1 -GD-NL- Vent - Concomitance\OUTPUT

excentrement accroît. La racine de 2 correspond alors au facteur de l'angle de cisaillement total pour un cisaillement combiné d'intensité égale selon les deux directions perpendiculaires.

Cette fois, le calcul converge au bout de 9 itérations. La déformation plastique maximale est avec 0.14 mm/m, à peine plus grande.

La fibre moyenne reste largement comprimée. Les contraintes de traction apparaissent localement. En partie courante, elles atteignent le minimum avec -105 kPa au droit de la zone d'action d'un moment de flexion positif, le plus fort en intensité.

La contrainte de traction la plus forte apparaît avec -423 kPa en fibre inférieure au droit de la zone d'action de ce même moment de flexion. En fibre supérieure, la compression est comprise entre 289 et 434 kPa.

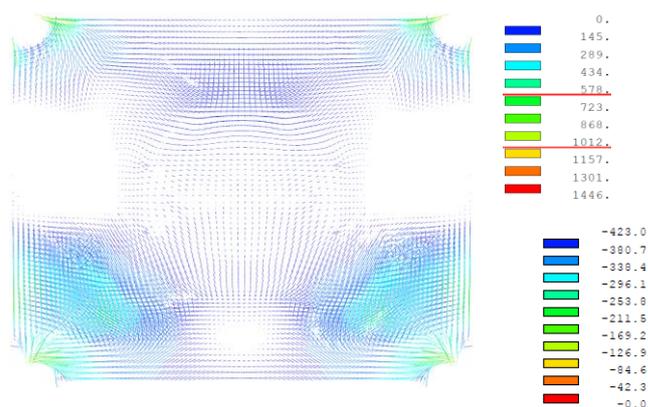


Figure 7.2.26 - Maçonnerie de terre cuite - Contraintes principales de compression [kPa] en fibre supérieure

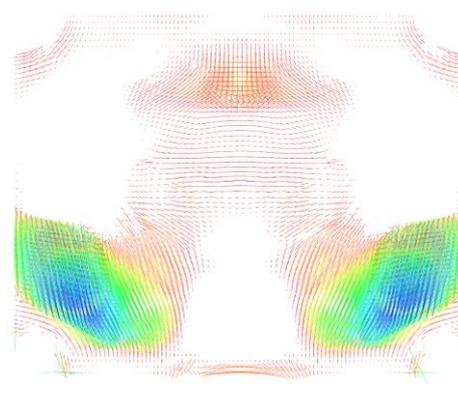


Figure 7.2.27 - Maçonnerie de terre cuite - Vecteurs contraintes principales de traction [kPa] en fibre inférieure

Si l'on fait l'hypothèse d'une distribution triangulaire des contraintes sur la hauteur de la section, la section est non-fissurée sur $80\% < \frac{\sigma_c + |f_t|}{\sigma_c + |\sigma_t|} < 83\%$. Les contraintes de traction sont dépassés sur entre 28 et 33 mm d'épaisseur, soit la première couche de briques en fibre inférieure. Ceci peut localement rompre le lien entre la face de cette brique et le lit de mortier. Notamment aux endroits où le recouvrement est proche de sa valeur minimale. A priori, il n'y a pas risque de décollement par l'action du cisaillement. Pour cela, il faudrait que les deux cotés d'une face, liés à des briques en sous-couche différente, rompent en même temps, ce qui est extrêmement improbable.

Comparé au calcul linéaire de la coque plus fine (95 mm), les contraintes de compression sont nettement plus faibles. En zone courante ils ne dépassent pas 578 kPa, en zone d'appui 1012 kPa et aux éléments finis sur appui (DA) 1446 kPa.

Le cisaillement flexionnel sollicite les interfaces des joints entre lits. Avec une intensité maximale de 391 kPa, les contraintes dépassent la valeur caractéristique que nous avons admises pour l'adhérence entre couches.

Les contraintes de cisaillement membranaire qui, quant à eux, sollicite les interfaces entre bouts et chants, peuvent atteindre 439 kPa.

On s'était basé sur une valeur caractéristique très conservatrice de 350 kPa, mais pour des combinaison brique de terre cuite et mortier courant, elle peut dépasser plus de 1.7 MPa (cf. [41, p. 11 Tableau 6c].

L'exigence vis-à-vis de l'adhérence en cisaillement doit donc être augmentée à au moins $440 * 1.5 = 660$ kPa.

Pour cette combinaison accidentelle et sous réserve d'une augmentation de l'adhérence en cisaillement, on peut donc s'attendre à un très léger endommagement local de la structure sans conséquences pour la sécurité. Cet endommagement serait à priori tellement petit qu'il ne serait pas perceptible.

Les résultats graphiques peuvent être consultés en annexe B.3.4.

TERRE CRUE

Pour la coque plus épaisse (305 mm, soit 9 couches), la concomitance de moments bidirectionnels apparaît également mais l'ampleur des contraintes de traction sont nettement moins élevés que dans le cas de la coque plus fine en maçonnerie de terre cuite. Pour la terre crue, on maintient donc la résistance à la traction en flexion non-réduite de 91 kPa pour la loi de comportement Drucker-Prager.

Ici, comme pour la variante en terre cuite, les contraintes de traction dépassent la résistance en fibre extrême. La fibre moyenne est cependant encore entièrement comprimée à l'exception des deux zones qui correspondent au moment de flexion maximal de 3.0 kNm/m. En fibre inférieure la contrainte de traction atteint -156 kPa, la fibre moyenne > -23 kPa et la fibre supérieure est comprimé à entre 150 et 225 kPa.

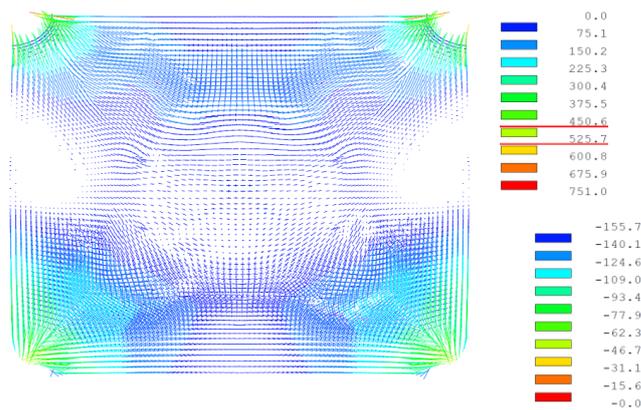


Figure 7.2.28 - Maçonnerie de terre crue - Contraintes principales de compression [kPa] en fibre supérieure

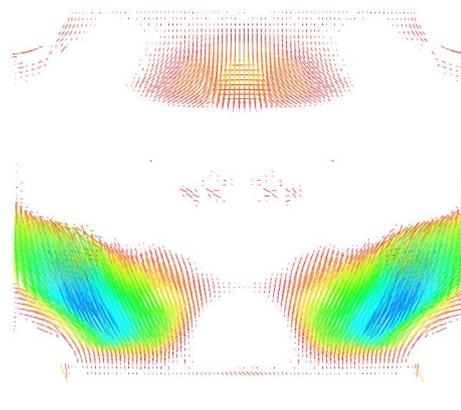


Figure 7.2.29 - Maçonnerie de terre crue - Vecteurs contraintes principales de traction [kPa] en fibre inférieure

Si l'on fait l'hypothèse d'une distribution triangulaire des contraintes sur la hauteur de la section, la section est non-fissurée sur $79\% < \frac{\sigma_c + |f_t|}{\sigma_c + |\sigma_t|} < 83\%$. Les contraintes de traction sont dépassés sur une profondeur comprise entre 52 et 64 mm, soit les deux premières couches de briques en fibre inférieure. Comme pour le modèle terre cuite, ceci conduit à une rupture très localisée des interfaces entre couches externes, sans conséquences pour la stabilité de la structure.

De façon analogue, les contraintes de cisaillement de flexion (< 225 kPa) et membranaire (< 182 kPa) en fibre moyenne sont trop élevées comparés aux résistances assumées. L'adhérence devrait être d'au minimum $225 * 1.5 = 338$ kPa contre 80 kPa admises jusqu'à présent.

On avait vu que la résistance au cisaillement d'un matériau terre peut être estimé à environ 20% de sa résistance à la compression. Les briques que nous avons retenues possèdent, à 80% d'HRA, une résistance à la compression caractéristique de 3'300 kPa. La résistance au cisaillement peut alors être estimée à 660 kPa. Vu que la brique est capable de reprendre une telle contrainte, il n'est pas impossible qu'une optimisation du mortier et de l'interface (profilage des faces) permette d'obtenir l'adhérence requise. Ce serait à vérifier.

On ne peut donc pas encore dire si la structure en terre crue peut résister à cette combinaison accidentelle, mais il est probable que la résistance requise soit atteignable. La résistance et l'adhérence en cisaillement semblent être le facteur déterminant pour pouvoir garantir la cohésion de la structure et éviter le délaminage.

Les résultats graphiques peuvent être consultés en annexe B.3.5.

QUALIFICATION DE L'ACTION SISMIQUE

La structure concentre une grande partie de sa masse en partie supérieure. Néanmoins il n'est à priori pas à classer dans la catégorie des pendules inversés qui représentent un « système dans lequel 50% ou plus de sa masse est située dans le tiers supérieur de la hauteur de la structure ou dans lequel l'essentiel de la dissipation de l'énergie a lieu à la base d'un élément unique du bâtiment » [85, p. XII]. Avec 43 % de la masse de la structure dans le tiers supérieure, la structure est néanmoins proche d'un pendule inversé.

D'un point de vue réglementaire, l'approche proposée ci-dessous est valable. Une analyse dynamique serait cependant certainement plus performante.

La majeure partie du département des Alpes-de-Haute-Provence se situe en zone de sismicité 4 – Moyen. Ce niveau correspond au risque sismique le plus élevé sur le territoire de la France métropolitaine.

L'accélération maximale au rocher a_{gr} retenue par l'arrêté du 22 octobre 2010 [86, p. x Art.4] pour la zone 4 est

$$a_{gr} = 1.6m/s^2$$

L'accélération horizontale de calcul¹ au niveau d'un sol de type rocheux a_g est définie en fonction du coefficient d'importance γ_i associé à la catégorie d'importance du bâtiment² La structure est de catégorie II - Bâtiments courants, donc $\gamma_i = 1.0$ et

$$a_g = \gamma_i a_{gr} = 1.6m/s^2$$

« Le Plateau de Valensole est constitué, comme son voisin, le Plateau de Puimichel, d'une épaisse couche de formation conglomératique (poudingue de Valensole) dépassant parfois le millier de mètres d'épaisseur. C'est en fait une succession de bancs de poudingue à galets, avec des intercalations de sables ou de grès et de limons. »³

¹ Cf. [85, p. Art.4]

² Cf. [85, p. Art.2] et [87, p. 51]

³ Cf. « Atlas des paysages des Alpes de Haute-Provence » Edition 2017 disponible sur le site internet de la DREAL (Direction régionale de l'Environnement, de l'Aménagement et du Logement) ou sur <https://departement04.atlas-paysages-paca.fr/>

« C'est un bassin molassique de la périphérie des Alpes. Il est constitué de conglomérat grossier, localement plus marneux, gypseux ou gréseux [2] datés du Miocène supérieur (formation de "Valensole I") et Pliocène (formation de « Valensole II ») »¹

On va donc admettre un sol de type B « Dépôts de sables très denses, graviers ou argile très raide » [85, p. 53].

Il faut utiliser un spectre de réponse de Type 2 (Faible sismicité), le Type 1 (Forte sismicité) étant réservé à la zone 5 (Antilles). Les valeurs des paramètres décrivant les spectres de réponse élastique horizontal recommandées par l'EC8 associés au sol de type B sont² :

- Paramètre de sol $S = 1.35$
- Limite inférieure des périodes correspondant au palier d'accélération spectrale constante $T_B = 0.05 \text{ s}$
- Limite supérieure des périodes correspondant au palier d'accélération spectrale constante $T_C = 0.25 \text{ s}$
- Valeur définissant le début de la branche à déplacement spectral constant $T_D = 2.50 \text{ s}$

Pour que la méthode simplifiée, dite « *analyse par forces latérales* » [85, p. 67], puisse être utilisée, deux conditions doivent être satisfaites :

- Le « *bâtiment est régulier en élévation* », ce qui est le cas.
- Dans chacune des deux directions orthogonales horizontales, la période fondamentale de vibration T_1 vérifie : $T_1 \leq \begin{cases} 4T_C = 1.0 \text{ s} \\ 2.0 \text{ s} \end{cases}$.

Une valeur approchée³ de la *période fondamentale de vibration* T_1 est alternativement obtenue de deux façons :

- $T_1 = C_t H^{3/4}$

¹ <https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/1345562>

² Cf. [87, p. 56]

³ Approche définit dans un ouvrage traitant les ouvrages en béton ou en acier.

Où H est la hauteur du bâtiment [m], C_t est un facteur constant donné en fonction du type de bâtiment. $C_t = 0.05$ dans notre cas.

- $T_1 = 2\sqrt{d}$

Où d « est déplacement élastique horizontal du sommet du bâtiment, en mètres, dû aux charges gravitaires appliquées horizontalement (calcul statique) »

La première méthode fournit $T_1 = 0.18$ s, la seconde fournit $T_{1,x} = 2\sqrt{0.0025} = 0.10$ s et $T_{1,z} = 2\sqrt{0.0030} = 0.11$ s, pour le modèle terre cuite. ¹

Pour le modèle terre crue à 305 mm d'épaisseur, fournit $T_{1,x} = 2\sqrt{0.010} = 0.20$ s et $T_{1,z} = 2\sqrt{0.0094} = 0.19$ s.

Pour les deux modèles, on remplit donc largement les conditions d'application de la méthode simplifiée.

Lorsque $T_B \leq T \leq T_C$ ou lorsque la *période de vibration d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté T* est inconnue, le *spectre de calcul horizontal* en pseudo accélération $S_e(T)$ peut être déterminée par la relation la plus défavorable suivante :

$$S_e(T) = \frac{2.5 a_g S}{q}$$

Le coefficient de comportement q est donné par l'EC6-1 [40, p. 9.3] pour de la maçonnerie. Pour des maçonneries non-armées, $q = 1.5$. Cette valeur n'est cependant recommandée que pour des zones de sismicité faible.² On va alors retenir $q = 1.0$, moins favorable.

On obtient alors la pseudo-accélération suivante :

$$S_e(T) = \frac{2.5 * 1.6 * 1.35}{1.0} = 5.40 \text{ m/s}^2$$

À l'exception des bâtiments disposant d'un contreventement triangulé, l'action sismique à considérer, correspond à une sollicitation selon les deux directions horizontales x et y en parallèle :

¹ Pour l'épaisseur de 165 mm, les déplacements du sommet selon X (longitudinal) et Z (transversal), sont respectivement de 2.5 et 3.0 mm. Pour la coque de 95 mm, on avait (X) = 4.0 mm et (Z) = 5.7 mm.

² La valeur de $q = 1.5$ est également retenue par l'ATEX 2588 pour les maçonneries en BTC. La Mayotte où l'ATEX est applicable est cependant située en zone sismique 3 - modérée. Il faut aussi noter que, pour vis-à-vis du risque sismique, l'EC8-1 impose des **résistances en compression caractéristiques minimales pour les briques et les mortiers**. Pour des maçonneries non-armées les deux valeurs sont de **5.0 MPa**.

$$E_x + 0.3E_y \quad \text{ou} \quad E_y + 0.3E_x$$

On appliquera alors les vecteurs d'accélération correspondants pour simuler la charge sismique.

Pour des bâtiments à une altitude inférieure à 1000 m, la neige ne doit pas être prise en compte. Il n'y a pas d'autres charges variables à considérer dans notre cas. La combinaison se limite donc à la charge sismique.

APPROCHE D'UNE STRATÉGIE PAR UN CALCUL LINÉAIRE

Une première série de calculs non-linéaires ont été menés. Ils ont permis de conclure qu'autant pour le modèle en terre cuite de 165 mm qu'en terre crue de 305 mm, les résistances étaient dépassées au point de ne pas obtenir de convergence des calculs. Les structures ne résistent donc à priori pas aux charges sismiques et deviennent instables.

Pour quantifier les efforts et contraintes, un calcul linéaire élastique a été mené pour chaque modèle.

TERRE CUITE

Les moments de flexion sont d'un facteur $\frac{4.789kNm/m}{2.146kNm/m} = 2.23$ supérieur à ceux imposés par le vent violent.

Les contraintes de compression restent admissibles. En partie courante elles sont inférieures à 1.7 MPa. En zone d'appui elles atteignent 3.3 MPa et sur nœud d'appui 5.6 MPa. Sur les dernières, la contrainte de 4.524 kPa admissible en dimensionnement, serait dépassée. On peut cependant ignorer ces valeurs extrémales qui correspondent à un effet du modèle. La concentration aux nœuds ne correspond pas à la réalité d'un appui linéique.

Les contraintes de traction en fibre moyenne de la zone courante restent avec min. -405 kPa, relativement faibles, mais dépassent néanmoins la résistance de dimensionnement de -263 kPa qu'on avait admise en flexion.

C'est la fibre inférieure qui, en zone courante, affiche la valeur la plus forte avec -1285 kPa. En fibre supérieure cependant, la zone tendue qui correspond au moment de flexion maximal, présente un état de contrainte de traction bidirectionnelle avec σ_1 jusqu'à

-1'146 kPa et σ_3 jusqu'à -764 kPa. Les contraintes principales de compression, alignées en fibre inférieure, sont à cet endroit comprises entre 557 et 1'114 kPa.

Si l'on fait l'hypothèse d'une distribution triangulaire des contraintes sur la hauteur de la section et si l'on considère la concomitance par l'affaiblissement de la résistance comme nous l'avons fait en admettant une contrainte réduite, la section est intacte sur $48\% < \frac{\sigma_c + |f_t|}{\sigma_c + |\sigma_t|} < 61\%$. Pour un chargement cyclique et de direction opposé, on pourrait admettre tout au plus que le tiers de la section soit endommagé puisque la charge appliquée dans l'autre sens inverserait le moment et endommagerait très probablement le tiers opposé. Dans notre cas et avec les résistances que nous avons admises, la section serait entièrement détruite au bout de la première période d'oscillation. Les liaisons entre couches seraient toutes rompues.

Comme l'augmentation de l'épaisseur et donc de la masse, paraît à priori être une mauvaise solution face aux actions sismiques et que la mise en place d'une armature pour conférer une certaine ductilité à la structure, est vivement recommandée, sa mise en place, idéalement à proximité des fibres extrêmes, semble être la meilleure solution pour reprendre ces contraintes imposées par les moments de flexion. L'armature des couches de mortier ou une couche extérieure armée sont alors des approches possibles.

Comme l'assurance des enrobages n'est pas aisée sans augmenter sensiblement les épaisseurs, une armature insensible à la corrosion semble être le meilleur choix.

Cependant, ces armatures ne constituent pas une solution pour reprendre les contraintes de cisaillement de flexion. Ces contraintes atteignent 266 kPa en partie courante, 511 kPa à proximité des appuis et 622 kPa aux éléments finis sur appui (DA).

Les contraintes de cisaillement membranaire atteignent 640 kPa en fibre moyenne en zone courante, 1'205 kPa à proximité des appuis et 1'488 kPa aux éléments finis sur appui (DA). Comme évoqué, le cisaillement de flexion sollicite directement l'adhésion du mortier sur les faces des briques. L'exigence vis-à-vis de l'adhérence en cisaillement doit donc encore être augmentée à au moins $511 * 1.5 = 767$ kPa. Nous avons vu que ce niveau de performance se situe dans le domaine du possible pour des mortiers aux liants hydrauliques, sans recourir à une addition de polymères.

Les contraintes de cisaillement membranaire, quant à eux, doivent pouvoir être repris par l'armature bidirectionnelle parallèle aux lits.

Les résultats graphiques des calculs peuvent être consultés en annexe B.3.6.

TERRE CRUE

En partie courante, les contraintes de compression sont très près du seuil de dimensionnement à 1'255 kPa. À proximité des appuis cette limite est dépassée d'un facteur d'environ 2.0.

Les contraintes de traction en fibre moyenne sont assez élevées. Même en zone courante, elles atteignent -250 kPa, à proximité des appuis -750 kPa et sur nœud d'appui -2'000 kPa. La valeur admise en dimensionnement était de 68 kPa, sans prise en compte d'une concomitance.

En fibre extrême de la zone courante, elles atteignent -930 kPa, soit plus de 13 fois la valeur admise. En zone d'appui, elles atteignent même -1'073 kPa et les éléments finis sur appui (DA) présentent jusqu'à -2'146 kPa.

En zone courante, la valeur maximale est atteinte en fibre inférieure et elle correspond au moment de flexion positif maximal $M_x = 12.1$ kNm/m. Dans cette zone la contrainte de compression en fibre supérieure est comprise entre 369 et 739 kPa.

Si l'on fait l'hypothèse d'une distribution triangulaire des contraintes sur la hauteur de la section et si l'on néglige la concomitance d'un moment M_y , plus faible mais de même signe, la section est non-fissurée sur $35\% < \frac{\sigma_c + |f_t|}{\sigma_c + |\sigma_t|} < 50\%$. Les contraintes de traction sont dépassés sur une profondeur comprise entre 153 et 198 mm, soit entre la moitié et les 2/3 de la hauteur de la section.

Le calcul des contraintes à partir du moment M_x , donnerait une traction plus petite, soit -780 kPa et une compression plus grande. En effet la section est, en parallèle, soumise à une traction membranaire N_x . Il y a donc trois efforts particulièrement défavorables qui se superposent. Cette concomitance aurait tendance à augmenter encore la profondeur de l'endommagement de la section.

De façon analogue que pour le modèle terre cuite et à plus forte raison, il faut donc conclure qu'en zone courante, les contraintes de traction sont trop élevées et que la section sera entièrement détruite par le mouvement oscillatoire.

Les contraintes de cisaillement de flexion atteignent 210 kPa en zone courante et 413 kPa à proximité des appuis. Même en zone courante, la valeur est ainsi environ 2 fois supérieure à l'adhérence en cisaillement couramment admise pour des matériaux de terre crue.

Les contraintes de cisaillement membranaire atteignent 448 kPa en zone courante et 828 kPa en zone d'appui.

Le cisaillement de flexion ne pourra que difficilement être réduit par l'introduction d'armatures. Ils devraient traverser les couches pour relier les fibres extrêmes opposées.

La résistance du matériau et aussi l'adhérence en cisaillement entre lits devrait alors être suffisamment élevée pour assurer la cohésion.

Pour le pisé, qui présente une granulométrie plus grossière, nous avons vu qu'une résistance au cisaillement comprise entre 0.55 – 0.89 MPa a été établie. Elle correspondait à entre 27 et 33 % de sa résistance à la compression. Même pour un matériau au granulat plus fin, l'obtention d'une valeur caractéristique de $210 * 1.5 = 315$ kPa afin de couvrir la contrainte de cisaillement flexionnel en zone courante, ne semble alors pas impossible. L'adhérence en cisaillement devraient être équivalente. Ici, l'atteinte d'une telle performance semble déjà plus difficile. Le mortier et les surfaces de contact devraient être optimisés. Éventuellement, cet objectif de performance serait atteignable mais certainement proches des limites du faisable.

Les contraintes de cisaillement membranaires, quant à eux, peuvent assez facilement être réduites par l'introduction d'une armature bidirectionnelle placée dans les lits de mortier.

Pour conclure, nous pouvons retenir qu'à condition de pouvoir obtenir une résistance et une adhérence en cisaillement supérieures au niveau de contraintes imposés par la flexion, soit 315 kPa, on pourrait envisager une mise en place d'armatures parallèlement aux lits de mortier en zone courante, afin d'améliorer la résistance à la traction et au cisaillement de flexion.

À proximité des appuis cependant, les capacités d'un matériau de terre crue semblent définitivement dépassées. On peut alors envisager une structure mixte dont les zones d'appuis sont constituées d'une maçonnerie plus résistante, de brique cuite ou de brique stabilisée.

Les résultats graphiques des calculs peuvent être consultés en annexe B.3.7.

7.3 ADAPTATION DE LA STRUCTURE ET DU MODÈLE DE RÉSISTANCE

En prédimensionnement, nous avons vu que les situations accidentelles, vent violent et séisme, imposent des efforts et niveaux de contrainte nettement plus élevés que les situations durables et transitoires.

Autant la structure en maçonnerie de terre cuite que la maçonnerie en terre crue, peuvent faire l'objet d'une vérification face aux actions du vent violent à condition que leur épaisseur soit adaptée et que l'exigence face à la résistance des matériaux, soient revues à la hausse. De prime abord, face à l'action sismique, seul l'introduction d'autres dispositions constructives, tel que la mise en place d'armatures, semble pouvoir répondre aux sollicitations. Parallèlement, la résistance des matériaux doit, ici aussi, être revue. L'adhérence en cisaillement ressort comme la propriété critique dans les deux situations.

Ci-après nous récapitulons les contraintes fournies par les calculs appliqués aux modèles aux éléments finis de constitution monolithique et isotrope pour en déduire une approximation des résistances exigées. Comme nous le verrons, certaines caractéristiques exigées des matériaux et interfaces, approchent les performances maximales qu'on peut attendre d'un composite maçonnerie optimisée. Nous allons alors définir ces performances maximales pour pouvoir conclure sur les marges de manœuvre dont nous disposons vis-à-vis des différents cas de charge.

7.3.1 RÉVISION DE LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX – APPROXIMATION DE PERFORMANCES MAXIMALES

TERRE CUITE

Pour le modèle terre cuite, les contraintes maximales relevées sont les suivantes :

	Vent violent			Séisme		
	PC	PA	DA	PC	PA	DA
Compression	578	1'012	1'446	1'700	3'300	5'600
Cisaillement membranaire	269	439	439	640	1'205	1'488
Cisaillement flexionnel	196	391	391	266	511	622
Traction ¹	-423	> -423	> -423	-1'285 ²	-2'570	-4'284

Table 7.3.1 – Contraintes d'intensité maximale [kPa] - Terre cuite 165 mm – Calcul GD NL pour le vent violent (MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 DP 6787 279) – Calcul linéaire élastique pour l'action sismique

PC : Partie courante, PA : Proximité appuis, DA : Dalle (DA) d'appui

On va conserver la brique ($f_b = 25.0\text{MPa}$) et pour augmenter la résistance à la compression et l'adhérence, on augmente la classe de résistance du mortier à M20, soit $f_m \geq 20.0\text{MPa}$. Nous allons exiger la résistance caractéristique en compression tel quelle résulterait d'un calcul selon EC6, soit :

$$f_k \geq 0.8 * 0.55 * 25^{0.7} * 10^{0.3} = 8'356\text{kPa} \rightarrow f_d = f_k/1.5 \geq 5'570\text{kPa}$$

Un mortier chaux-ciment M20 est bien supérieur en résistance à un mortier « ciment-lime » de type S selon ASTM 206 qui offre une résistance à la compression de 12.4 MPa. Brown reporte d'une adhérence en traction par flexion de 1'020 kPa pour un tel mortier combiné à une brique de terre cuite. On va alors exiger l'adhérence en traction par flexion suivante :

$$f_a \geq 1020 * \frac{10.0}{12.4} = 823\text{kPa}$$

Selon Jäger [41, p. 11], un mortier M20 combiné à une brique de terre cuite pleine, présente une adhérence moyenne en cisaillement de 1'700 kPa. On va alors exiger la valeur légèrement réduite suivante :

¹ À caractère flexionnel dominant

² Forte concomitante : traction bidirectionnelle.

$$f_{vk0} \geq \sqrt{2}f_a = 1'164kPa \rightarrow f_{vk0,d} \geq 776kPa$$

Cette exigence est légèrement supérieure à l'adhérence en cisaillement qu'on obtiendrait pour une surface de reprise de bétonnage selon EC2-1¹ paragraphe 6.2.5.

CONDITIONS DE VALIDITÉ

Selon EC6-1, la résistance au cisaillement des joints $f_vk = f_vk0 + 0.5\sigma_d$ est bornée par la résistance limite $f_vlt = 0.065f_b = 25.0MPa * 0.065 = 1'625kPa$. Cette condition est satisfaite puisqu'on ne tient pas compte de la compression perpendiculaire σ_d .

Vu le ratio entre recouvrement minimal et hauteur de la section d'une brique $\frac{of}{t_b} = \frac{40}{25} = 1.6$, la résistance à la traction de la brique doit être suffisante pour transmettre la résultante des contraintes de cisaillement. En admettant qu'en moyenne, une épaisseur de brique reprend la résultante d'une face cisillée, on obtient :

$$f_{b,t} \geq f_{vk0} \frac{of}{t_b} = 1'862kPa$$

¹ La Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) [88] présente les différentes approches réglementaires applicables aux surfaces de reprises et interfaces de maçonnerie et relate des essais pour leur ajustement. Les recommandations du BAW s'appuient sur les règles du paragraphe 6.5.2 de l'EC-2 pour la justification au cisaillement de joints de montage de la maçonnerie (cf. [88, pp. 0,13]).

Selon EC2-1, la relation qui quantifie la résistance en cisaillement de l'interface comporte trois composants. Le premier lié à l'armature de cisaillement, le second considère le frottement en cas de compression perpendiculaire et le troisième la cohésion. La cohésion peut être admise proportionnelle à la résistance à la traction de dimensionnement du béton f_{ctd} . Le taux de proportionnalité c dépend de la qualité de la surface de reprise : très lisse, lisse, rugueuse ou à indentation. Comme surface rugueuse on entend une « surface présentant des aspérités d'au moins 3 mm de haut espacées d'environ 40 mm ». Pour une telle surface la valeur recommandée¹ est $c = 0.4$. La valeur maximale ($c = 0.5$) est admise pour une surface à indentation d'une profondeur minimale de 5 mm.

L'adhésion s'obtient donc par la $f_{vk0} = cf_{ctd}$, avec $f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct}}{\gamma_c} f_{ctk0,05}$ où $\alpha_{ct} = 1^1$; $\gamma_c = 1.2$ (en situation accidentelle) ou $\gamma_c = 1.5$ (en situation durable et transitoire).

En assimilant un mortier M20 à un béton C20/25, l'adhésion de dimensionnement en situation accidentelle pour une surface à indentation serait $f_{vk0,d} = \frac{0.5*1.5}{1.2} = 625 kPa$.

TERRE CRUE

Pour le modèle terre cuite, les contraintes maximales relevées sont les suivantes :

	Vent violent			Séisme		
	PC	PA	DA	PC	PA	DA
Compression	451	526	751	739	2216	2955
Cisaillement membranaire	146	182	182	448	828	1018
Cisaillement flexionnel	120	155	225	211	413	497
Traction ¹	-119	-136	-170	-929	-929	-1625

Table 7.3.2 – Contraintes d'intensité maximale [kPa] - Terre crue 305 mm – Calcul GD NL pour le vent violent (MO 1093E3 NU 0.104 DE 1.776 DP 1657 91) – Calcul linéaire élastique pour l'action sismique

PC : Partie courante, PA : Proximité appuis, DA : Dalle (DA) d'appui

Pour la définition des exigences vis-à-vis du matériau terre crue, on ne va pas considérer les contraintes qui relèvent de l'action sismique sur les zones à proximité d'appui. Si l'obtention d'une telle performance de résistance à la compression et d'adhérence au cisaillement sont possibles, ils ne peuvent être obtenus que pour un matériau exceptionnel. Les zones à proximité des zones d'appui doivent donc nécessairement être réalisées dans un matériau plus résistant. Les effets de la discontinuité des propriétés mécaniques doivent par ailleurs être observée de près, étant donné que les coques peuvent y réagir sensiblement.

Les contraintes de traction et le cisaillement membranaire peuvent, quant à eux, potentiellement être repris par la mise en place d'une armature des lits, comme nous l'avons déjà remarqué.

Pour la résistance à la compression, nous allons conserver les exigences fixées auparavant. Il est en effet peu probable qu'on puisse obtenir de meilleures performances avec un matériau suffisamment courant. Nous avons donc

$$f_k = 2'510 \text{ kPa} \rightarrow f_d = 1'255 \text{ kPa}$$

Pour la loi de comportement on conserve la valeur caractéristique réduite pour tenir compte de la limite d'élasticité, soit 1'657 kPa.

L'adhérence en cisaillement caractéristique minimale requise serait de $211 * 1.5 = 317$ kPa. En considérant le paragraphe 6.5.2 de l'EC2 évoqué plus haut et en sachant qu'un matériau

¹ À caractère flexionnel dominant

de terre grasse peut offrir une résistance à la traction comprise en 0.6 et 0.9 MPa, l'adhérence qu'on peut espérer obtenir serait comprise entre 300 et 450 kPa sur une brique qui possède des surfaces à indentation. Pour une surface rugueuse, on peut encore attendre entre 240 et 360 kPa.

On peut alors imaginer différentes approches d'optimisation de cette performance de l'interface. Une brique dotée de perforations qui permette au mortier de former des tenons, la rugosité de la surface par une mise à nu du granulat, l'optimisation du mortier de terre par l'addition de chaux, de caséine ou d'autre additifs. A priori, il semble dans tous les cas avantageux de conserver des propriétés mécaniques semblables à celle de la brique, notamment l'élasticité, afin que les déformations relatives restent petites et ne portent pas préjudice à l'interface.

On va alors exiger une adhérence en cisaillement

$$f_{vk0} \geq 360 \text{ kPa} \rightarrow f_{vk0,d} \geq 240 \text{ kPa}$$

Pour l'adhérence en traction par flexion on exigera

$$f_a \geq 260 \text{ kPa}$$

Cette valeur correspond à environ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de l'adhérence en cisaillement. Elle est proche de la valeur de 200 kPa, déclaré par un fabricant d'enduit de terre qui qualifie l'adhérence sur une surface en béton lisse.

CONDITIONS DE VALIDITÉ

Selon EC6-1, la résistance au cisaillement des joints $f_{vk} = f_{vk0} + 0.5\sigma_d$ est bornée par la résistance limite $f_{vlt} = 0.065f_b = 0.065 * 3'300 \text{ kPa} = 215 \text{ kPa}$. Cette condition ne serait pas satisfaite, même sans tenir compte de la compression perpendiculaire σ_d . En se basant sur la résistance caractéristique de la brique à 50% d'HRA, la limite serait de 286 kPa. On peut cependant s'attendre à ce que les ratios soient différent pour un matériau cru.

Vu le ratio entre recouvrement minimal et hauteur de la section d'une brique $\frac{of}{t_b} = \frac{40}{25} = 1.6$, la résistance à la traction de la brique doit être suffisante pour transmettre la résultante des contraintes de cisaillement. En admettant qu'en moyenne, une épaisseur de brique reprend la résultante d'une face cisailée, on obtient :

$$f_{b,t} \geq f_{vk0} \frac{\sigma_f}{t_b} = 576 \text{ kPa}$$

Cette valeur correspond à 17.5 % de la résistance à la compression de la brique à 80 % d'HRA.

CONCLUSION

La résistance à la compression et l'adhérence en cisaillement peut directement être comparée aux résultats du calcul d'une coque d'un matériau homogène. Le cisaillement flexionnel sollicite directement les interfaces entre couches notamment à proximité de la fibre moyenne. Le cisaillement membranaire agit directement au niveau de l'adhérence des joints internes à une couche.

Pour évaluer la résistance à la flexion et à la traction de la maçonnerie non-armé, il faudra passer par la mise à jour de la contrainte équivalente en fonction des propriétés géométriques modifiées (multiplication des couches) et des résistances exigées revues. Cette démarche fait l'objet du chapitre suivant.

7.3.2 ADAPTATION DU MODÈLE DE RÉSISTANCE DE LA MAÇONNERIE NON-ARMÉE

Nous avons fait l'hypothèse que l'augmentation de l'épaisseur de la maçonnerie augmente sa résistance en flexion au même titre que cela serait le cas pour une section homogène. L'admission d'une même contrainte équivalente en fibre extrême pour une section n fois plus haute implique que son moment résistant augmente d'un facteur n^2 et son inertie d'un facteur n^3 . Il restait à vérifier si la multiplication des couches permet de justifier une telle augmentation.

CONFRONTATION DU MODÈLE PRÉCÉDENT À UN APPAREILLAGE D'UN PLUS GRAND NOMBRE DE COUCHES

LIAISON « EN ESCALIER » & LIAISON « À EMBOITEMENTS »

Le modèle de résistance proposé précédemment considère le cas qui semble au premier regard, le moins favorable d'une liaison « en escalier ». L'inertie de la liaison y est proportionnelle au cube de la somme des recouvrements. Dans ce cas, la somme des recouvrements substitue la hauteur statique d'une section monolithique. À partir du moment où le recouvrement minimal entre lits est supérieur à la hauteur d'un lit (y compris l'épaisseur du joint), l'inertie de la liaison accroît plus rapidement avec la multiplication des couches que l'inertie de la section monolithique. De prime abord, ce constat permettrait de justifier l'augmentation de la résistance en flexion de l'appareillage par la multiplication des couches et ce à un degré même supérieur à celle d'une section monolithique.

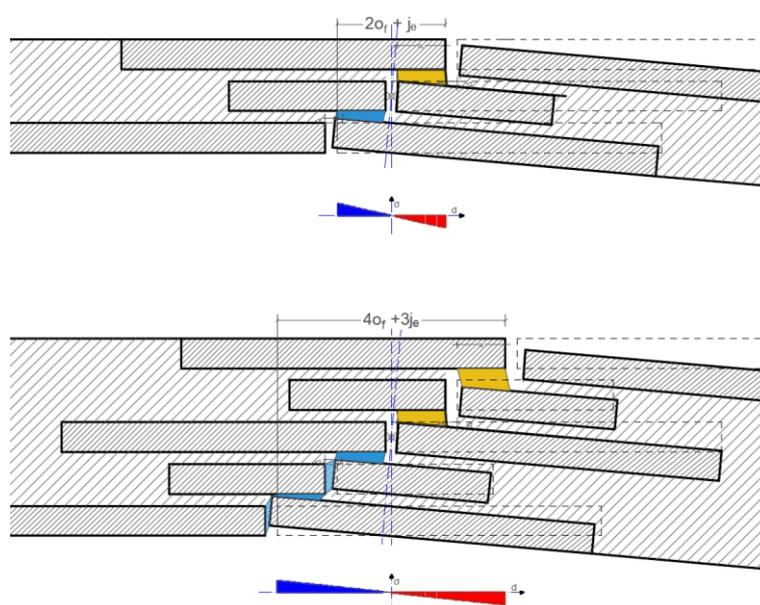


Figure 7.3.1 – Modèle « en escalier » de l'appareillage à 3 couches (dessus) et à 5 couches (dessous).

Plusieurs arguments sont cependant en faveur d'envisager un autre modèle pour un appareillage avec un nombre supérieur de couches :

- La probabilité de rencontrer un agencement en escalier devient très petite.
- Il ne s'agirait potentiellement plus de la situation la plus défavorable.
- Si la somme des recouvrements dépasse la longueur des unités de maçonnerie, la relation quadratique entre somme des recouvrements et moment résistant ne peut certainement plus être assurée.

Le modèle de cohésion « à emboîtements » peut alors être considéré comme le modèle complémentaire au modèle « en escalier ». Bien entendu, le nombre de types d'emboîtement possibles est infini. Pour la détermination de la résistance admissible, on doit se ramener à des types réguliers et défavorables. Ci-dessous, sont exposés deux emboîtements qui présentent un recouvrement minimal pour l'ensemble des lits.

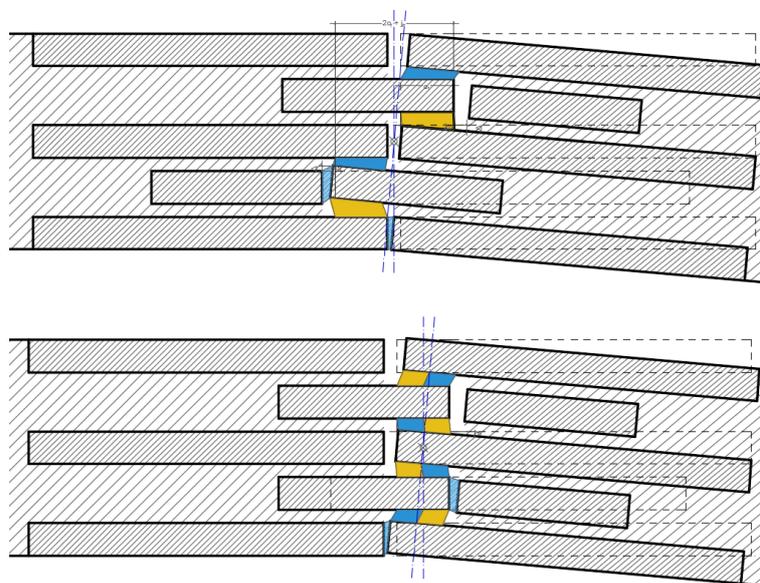


Figure 7.3.2 – Modèles « à emboîtements » de l'appareillage. Dessus, un type hybride, dessous un type où les recouvrements se superposent parfaitement.

Le premier est un type hybride. Le recouvrement entre lits est bien minimal mais les 3 couches médianes sont disposées en escalier. Le moment que peuvent développer les couples de joints de part et d'autre de l'axe de rotation est 4 fois supérieur au second type, où les recouvrements sont parfaitement superposés.

Ce dernier type correspondrait à un double alignement des joints. C'est évidemment une situation à éviter.

JOINTS CONSIDÉRÉS ET CONTRAINTES DOMINANTES

Notre modèle de cohésion pour l'appareillage à trois couches s'était appuyé sur la seule adhérence en traction (de flexion) des joints entre lits. Ce modèle très conservateur négligeait la résistance au cisaillement de ces mêmes joints, ainsi que la résistance de tout autre joint.

La contribution des joints internes au couches et parallèles au plan de flexion avait été établie. En raison des incertitudes liées à leur bon état et à la présence potentielle d'efforts concomitants, nous avons finalement décidé de négliger leur résistance.

La contribution des joints du parement perpendiculaires au plan de flexion avait également été négligée, y compris leur résistance en compression.

Pour un appareillage de plus de trois couches et dans le cas d'une liaison « à emboitements », le cisaillement des joints au droit des recouvrements entre couches, doit être considéré à plus forte raison que l'épaisseur augmente.

En effet, à mesure que ces joints s'éloignent de l'axe de rotation, leur déformation impose un cisaillement croissant tout en réduisant leur mise en traction/compression. Ces joints sont en partie comprimés par le mouvement de rotation, ce qui augmente leur résistance au cisaillement. Les joints disposent d'un bras de levier plus important et, même dans le cas de leur fissuration, une compression transversale permet de mobiliser le frottement sur des surfaces désormais non-négligeables.

Par ailleurs, la simplification qui consistait à négliger la résistance à la compression des joints entre chants, nous fait certainement perdre une partie non-négligeable de la résistance, même pour l'appareillage à trois couches. Pour un nombre de couches plus important, on ne peut plus négliger leur contribution.

La résistance de la section se compose alors de trois actions :

- Traction/compression des lits au droit des recouvrements,
- Cisaillement de ces lits au droit des recouvrements,
- Compression des joints entre chants/bouts perpendiculaires au plan de flexion.

Comme cela compliquerait nettement la prise en considération de concomitances, nous continuons à négliger l'action des joints entre chants/bouts parallèles au plan de flexion.

RAPPORT Ψ ENTRE CONTRAINTES DE CISAILLEMENT & DE TRACTION (OU COMPRESSION) DANS LES LITS DE MORTIER AU DROIT DES RECOUVREMENTS

Reprenons les relations entre contraintes de cisaillement et contrainte de traction sur les joints entre couches établi p.249.

La déformation angulaire γ , dû au cisaillement, était proportionnelle à la *distance du lit à l'axe de rotation $|z_j|$* . Cette distance était celle de la demi-brique pour l'appareillage à 3 couches. Les relations établies étaient alors :

$$\gamma \approx \frac{z_j}{j_f} \theta \quad \text{avec} \quad z_j = \frac{t_b}{2}$$

Contrairement à la déformation de cisaillement, la déformation de flexion du joint n'était pas dépendante de sa distance¹ au centre de rotation. Elle dépendait uniquement de l'épaisseur du joint j_f et du recouvrement o_f :

$$\epsilon = \frac{\Delta}{j_f} \approx \frac{o_f}{j_f} \theta$$

Pour un appareillage de plus forte épaisseur, on doit alors réécrire la relation entre contrainte de cisaillement du joint et contrainte de traction/compression perpendiculaire aux interfaces entre face des briques et lits de mortier :

$$\Psi = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\gamma G}{\epsilon E} = \frac{\gamma \zeta E}{\epsilon E} = \frac{\gamma \zeta}{\epsilon} = \zeta \frac{z_j}{o_f}$$

Ainsi pour les différents lits de mortier, numérotés depuis la couche médiane, en admettant un nombre impair de couches, un recouvrement de 40 mm, un centre de rotation à mi-hauteur de la section et $\zeta = 0.4$, on obtient les valeurs numériques suivantes :

¹ On assume que le joint se situe toujours à la même position dans le lit respectif. Si l'on éloignait le joint « latéralement » du centre de rotation, à l'intérieur du lit, la déformation du joint en serait augmentée.

Lit de mortier	z_j [mm]	$\psi = \frac{\tau}{\sigma}$	Couches totales de briques, si dernier lit
1	12.5	0.125	3
2	47.5	0.475	5
3	82.5	0.825	7
4	117.5	1.175	9
5	152.5	1.525	11

Donc, plus l'épaisseur de l'appareillage augmente, plus la contribution du cisaillement de ces joints augmente.

Le rapport entre adhérence en cisaillement et adhérence en traction que nous avons retenu pour la maçonnerie de terre cuite était $\frac{f_{vk0}}{f_a} = \frac{1'164 \text{ kPa}}{823 \text{ kPa}} = 1.414$. Dans ce cas, les joints des lits extérieurs d'un appareillage avec une épaisseur supérieure 11 briques, atteignent la limite de résistance d'abord en adhérence en cisaillement.

MOMENT RÉSISTANT

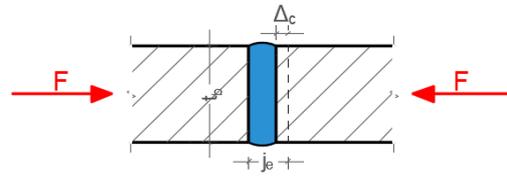
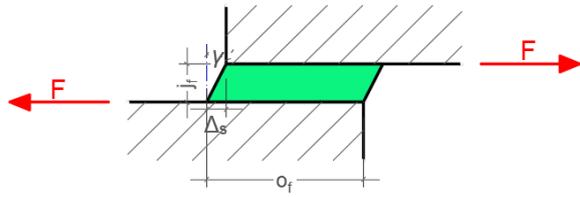
COEFFICIENT D'ÉQUIVALENCE

De façon semblable au coefficient d'équivalence que l'on utilise en béton armé pour déterminer l'inertie d'une section homogénéisée, on va introduire un *coefficient d'équivalence* ρ qui doit tenir compte de la plus grande déformabilité d'un joint au droit des recouvrements entre lits cisailé comparé à un joint comprimé entre bouts/chants de brique. Contrairement à la pratique en béton armé, on va ramener l'action de chaque composant, non pas à une surface, mais à une seule ligne d'action. Il serait en effet assez aléatoire de ramener l'action des joints cisailés à une surface.

Pour cela, nous observons la déformation qu'impose une même force sur les deux types de joints.

Joint cisailé – Au droit des recouvrements entre lits

Joint comprimé – Entre chants ou bouts en zone comprimée



$$\Delta_s \approx j_f \gamma = j_f \frac{\tau}{G} = j_f \frac{\tau}{\zeta E} = j_f \frac{F/(o_f * 1)}{\zeta E}$$

$$\Delta_c = j_e \epsilon = j_e \frac{\sigma}{E} = j_e \frac{F/(t_b * 1)}{E}$$

$$\rho_{c/s} = \frac{\Delta_s}{\Delta_c} = \frac{j_f t_b}{j_e o_f \zeta}$$

ou alternativement

$$F_s = \frac{\Delta_s o_f \zeta E}{j_f}$$

$$F_c = \frac{\Delta_c t_b E}{j_e}$$

$$\Delta_s = \Delta_c \rightarrow \rho_{c/s} = \frac{F_c}{F_s} = \frac{j_f t_b}{j_e o_f \zeta}$$

Pour une épaisseur des lits égale à l'épaisseur des joints entre chants ($j_f = j_e$), $o_f = 40 \text{ mm}$, $t_b = 25 \text{ mm}$ et $\zeta = 0.4$ on obtient :

$$\rho_{c/s} = \frac{25}{40 * 0.4} = 1.5625$$

Le joint comprimé est donc d'un facteur $\rho_{c/s} = 1.5625$ fois plus rigide que le joint cisailé.

DÉTERMINATION DE L'AXE DE ROTATION/DE LA ZONE COMPRIMÉE

On peut alors définir des forces unitaires pondérées par la rigidité des liaisons. La ligne d'action qui correspond à la résultante des contraintes de compression passe approximativement à mi-hauteur des briques. Celle qui correspond au cisaillement, passe par l'interface du côté considéré. Nous allons considérer le côté gauche de la coupe (cf. Figure 7.3.3).

On va faire la somme des produits des *forces unitaires pondérées* F_{up} avec leur *bras de levier depuis la base de la section* h_j . Pour obtenir la hauteur du centre de rotation, on va diviser cette somme par la somme des forces unitaires pondérées.

Dans cette opération, on va négliger l'action des moments résultants des contraintes de traction/compression des joints entre lits¹. En effet, les résultantes des contraintes agissent parallèlement à l'axe "vertical". Leur influence sur la position du centre est alors délicate à quantifier. Leur action affaiblit² l'excentrement. Pour les deux cas étudiés, cet affaiblissement était favorable à la résistance. Il est donc plus conservatif de négliger leur effet.

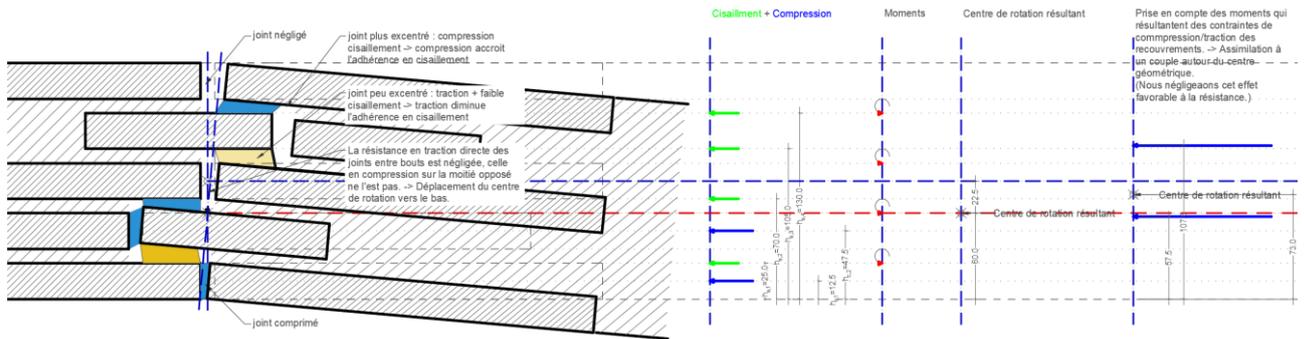


Figure 7.3.3 – Modèles « à emboitements » de l'appareillage à 5 couches. Action des joints et centre de rotation.

La hauteur du centre de rotation s'obtient alors par

$$h_c = \frac{\sum F_s h_{s,j} + \sum F_c h_{c,j}}{\sum F_{s,j} + \sum F_{c,j}}$$

Avec les forces unitaires pondérés de cisaillement et de compression respectivement $F_s = 1$ et $F_c = \rho$. Les variables $h_{s,j}$ et $h_{c,j}$ correspondent à la hauteur des lignes d'action depuis la base de la section, respectivement pour les joints des recouvrements (cisillés) et les joints entre bouts (comprimés). Figure 7.3.3 illustre la démarche.

¹ Pour quantifier leur influence, on peut ramener l'action de ces moments à des couples agissant autour du centre géométrique. Le coefficient d'équivalence est alors celui appliqué aux joints comprimés ρ multiplié avec le ratio entre la surface comprimée considéré pour le joint entre bouts $t_b * 1$ et la surface considéré pour un joint de recouvrement $o_f * 1$, soit $\rho_f = \rho \frac{o_f}{t_b} = \frac{1}{\zeta}$. La distance des forces au centre géométrique est $\pm \frac{j_c + o_f}{2}$.

Pour l'appareillage à 5 couches, il y a 4 joints, donc 2 couples (cf. Figure 7.3.3 à droite).

² On peut s'illustrer l'affaiblissement en décomposant le mouvement de rotation de la section. D'abord, on imagine une rotation centrée qui correspond à la résistance des recouvrements en traction/compression. Ensuite, à partir de la nouvelle position, une rotation excentrée qui correspondant à la résistance cisaillement des recouvrements et à la compression des joints entre bouts. Le centre de rotation total va nécessairement se situer plus proche du centre que le centre de la seconde rotation.

LIMITATION DES CONTRAINTES SUR LES INTERFACES DES RECOUVREMENTS

Pour un joint sollicité en cisaillement et en traction, nous avons établi le critère de résistance limite suivant :

$$\frac{\sigma}{f_a} + \frac{\tau}{f_{vko}} \leq 1$$

Pour les joints des recouvrements, nous avons désigné par ψ le rapport entre cisaillement et contrainte normale à la face cisailée.

$$\psi = \frac{\tau}{\sigma}$$

En combinant les deux expressions, on obtient la *contrainte limite de cisaillement sur interfaces des recouvrements* τ_{jf} en fonction de ψ :

$$\frac{\tau}{\psi f_a} + \frac{\tau}{f_{vko}} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\tau (f_{vko} + \psi f_a)}{\psi f_a f_{vko}} \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\tau_{jf} \leq \psi \frac{f_a f_{vko}}{\psi f_a + f_{vko}}$$

7.3.1 – Contrainte limite de cisaillement sur interfaces des recouvrements.

De façon analogue, on peut déterminer la *contrainte limite de traction sur interfaces des recouvrements* $\sigma_{t,jf}$:

$$\frac{\sigma}{f_a} + \frac{\sigma \psi}{f_{vko}} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\sigma (f_{vko} + f_a \psi)}{f_a f_{vko}} \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\sigma_{t,jf} \leq \frac{f_a f_{vko}}{\psi f_a + f_{vko}}$$

7.3.2 – Contrainte limite de traction sur interfaces des recouvrements.

Une fois la position du centre de rotation connue, on peut recalculer le ratio ψ pour l'ensemble des liaisons.

On va alors limiter la *contrainte limite de cisaillement* τ_{limite} pour le niveau du recouvrement le plus excentré. Il présente le ψ le plus élevé.

CALCUL DU MOMENT RÉSISTANT GRÂCE AU CISAILLEMENT DES RECOUVREMENTS ET DE LA COMPRESSION DES BOUTS M_{s+c}

Par interpolation linéaire de la *distance au centre de rotation* z_j , on calcule à partir de τ_{limite} les contraintes qui agissent sur les autres niveaux.¹

Pour les joints comprimés entre bouts, on procède de la même façon. Pour obtenir la contrainte corrigée, il faut multiplier avec le coefficient d'équivalence.

On calcule ensuite le moment pour chaque niveau. Pour cela on multiplie la contrainte avec le bras de levier et avec la surface cisailée² ($A_s = o_f * 1$).

Par addition, on obtient le moment résistant M_{s+c} . Cette démarche correspond à l'expression $M_{s+c} = \sum \tau_{limite} \rho_j \frac{z_j}{z_{max}} z_j A_s = \frac{A_s \tau_{limite}}{z_{max}} \sum \rho_j z_j^2$ où z_{max} correspond à la valeur de z utilisée pour déterminer τ_{limite} .

Alternativement, on peut calculer l'inertie I_{s+c} de la section qui correspond à l'action des joints en question. Pour cela on fait la somme des produits de ρA_s avec les carrés des distances au centre : $I_{s+c} = A_s \sum \rho_j z_j^2$

Le moment résistant est ensuite obtenu par $M_{s+c} = \frac{\tau_{limite} I_{s+c}}{z_{max}}$.

CALCUL DU MOMENT RÉSISTANT GRÂCE AUX RÉSVLTANTES DES CONTRAINTES DE TRACTION/COMPRESSION DES RECOUVREMENTS M_f

La contrainte de traction/compression minimale/maximale est la même pour tous les niveaux. Elle peut donc être obtenue par la relation $\sigma_{max} = \frac{\tau}{\psi}$ où τ est la contrainte de cisaillement calculée pour un quelconque joint de recouvrement et le ψ correspondant.

Pour la détermination du moment résistant correspondant, on reprend la relation vue en page 254. Le couple par unité linéaire $M_{f,2j}$ développé par 2 joints situés de part et d'autre de l'axe « vertical » est donné par :

$$M_{f,2j} = \sigma_{max} \frac{I}{h_{eff}/2} = \sigma_{max} \frac{h_{eff}^2}{6}$$

¹ Pour chaque niveau, on vérifie que la contrainte de cisaillement interpolée n'exède pas la valeur admissible.

² Le coefficiente d'équivalence tient déjà compte de la différence entre surfaces.

Pour l'assemblage considéré, la *hauteur effective* h_{eff} correspond à 2 recouvrements et une largeur de joint, soit $h_{eff} = 2o_f + j_e$.

On considère alors que même la zone centrale contribue. Sa contribution est cependant très petite et on va négliger sa différence.

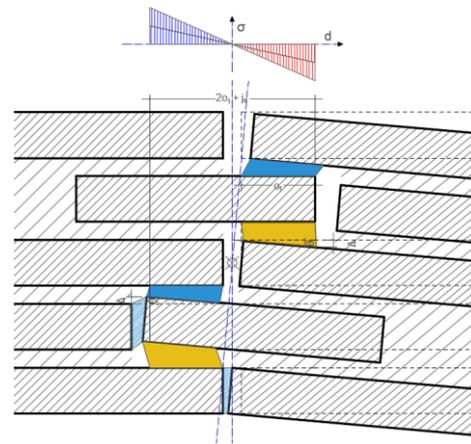


Figure 7.3.4 – Fibre inférieure – Vecteurs contraintes principales de traction.

Le moment résistant $M_{f,2j}$ doit être multiplié avec la moitié du nombre de lits n_j pour obtenir le moment résistant par flexion des joints $M_f = \frac{n_j}{2} M_{f,2j}$, soit :

$$M_f = n_j \sigma_{max} \frac{(2o_f + j_e)^2}{6}$$

MOMENT RÉSISTANT TOTAL

Le moment résistant total est obtenu par addition :

$$M = M_{c+s} + M_f$$

CONTRAİNTE ÉQUIVALENTE

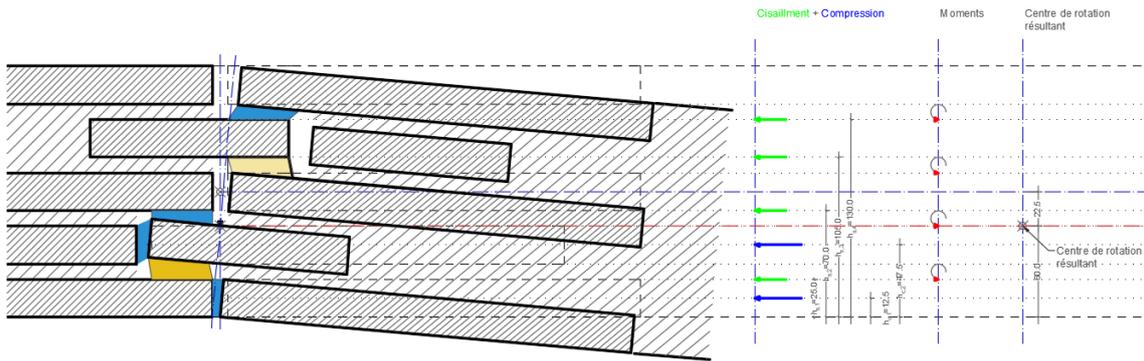
La résistance à la traction équivalent pour comparaison à une section constituée d'un matériau homogène et isotrope s'obtient ensuite par la relation entre le moment et le module de flexion W de cette section :

$$f_{eq,t} = \frac{M}{W}$$

CALCUL AVEC L'AIDE D'UN TABLEUR

Le calcul peut être effectué à travers un tableur. Ci-après, les résultats sont exposés pour l'appareillage de 5 couches en brique de terre cuite et l'appareillage de 9 couches en brique de terre crue.

APPLICATION À UN APPAREILLAGE DE 5 COUCHES EN BRIQUE DE TERRE CUITE¹



Terre cuite - 5 couches - matériau optimisé

h_{eq}	165	Hauteur totale de la section et de la section monolithique équivalente
o_f	40 mm	Recouvrement entre faces des briques de lits successifs
t_b	25 mm	Épaisseur brique
j_e	10 mm	Largeur du joint entre chants ou bouts ($j_e = j_f$ pour que ρ soit valable).
ζ	0.4	Module de cisaillement G / Module d'élasticité E
f_{vko}	1164 kPa	Adhérence en cisaillement
f_a	823 kPa	Adhérence en traction
n_m	2	Nb de couples ^{*1} , soit la moitié du nombre de joints de recouvrement, répartis de part et d'autre de l'axe.
	<input type="checkbox"/>	Prise en compte des couples ^{*1} pour la détermination de h_c
	2	Nombre de recouvrements formant largeur effective mises à contribution en flexion
$\rho_{c/s}$	1.5625	Coeff. équivalence de rigidité : joint comprimé entre bouts/ recouvrement cisailé
f_{vko}/f_a	1.4143	
	90 mm	Hauteur (=largeur) effective pour flexion des joints de recouvrement

Type ^{*2}	j	h_j mm	$F_{up}^{*3} = \rho$	M_{up}	Moments résistants				M_{s+c} Nm/m	$\sigma_{t,jf}$ kPa	M_f Nm/m	M_{total} Nm/m	
					z_j mm	ψ^{*6}	τ_{lim}^{*4} kPa	τ_{jf}^{*5} kPa					Vérif.
m	-	57.5	0	0.00	-2.0					549	741		
m	-	107.5	0	0.00	48.0					549	741		
c	1	12.5	1.5625	19.53	-47.0	0.470	290	258	ok	757			
c	2	47.5	1.5625	74.22	-12.0	0.120	91	66	ok	49			
s	1	25.0	1	25.00	-34.5	0.345	228	189	ok	261			
s	2	70.0	1	70.00	10.5	0.105	81	58	ok	24			
s	3	105.0	1	105.00	45.5	0.455	283	250	ok	455			
s	4	130.0	1	130.00	70.5	0.705	387	387	ok	1'093			
			ΣF_{up}	ΣM_{up}	$h_c = \Sigma M_{up} / \Sigma F_{up}$	$ z_j _{max}$	ψ_{max}	τ_{limite}^{*4}		M_R			
			7.1	423.75	59.5	70.5	0.705	387		2'640	1'483	4'123	
										$f_{eq,f}$	582	327	909

*1 Résultant de la traction/compression des joints entre lits

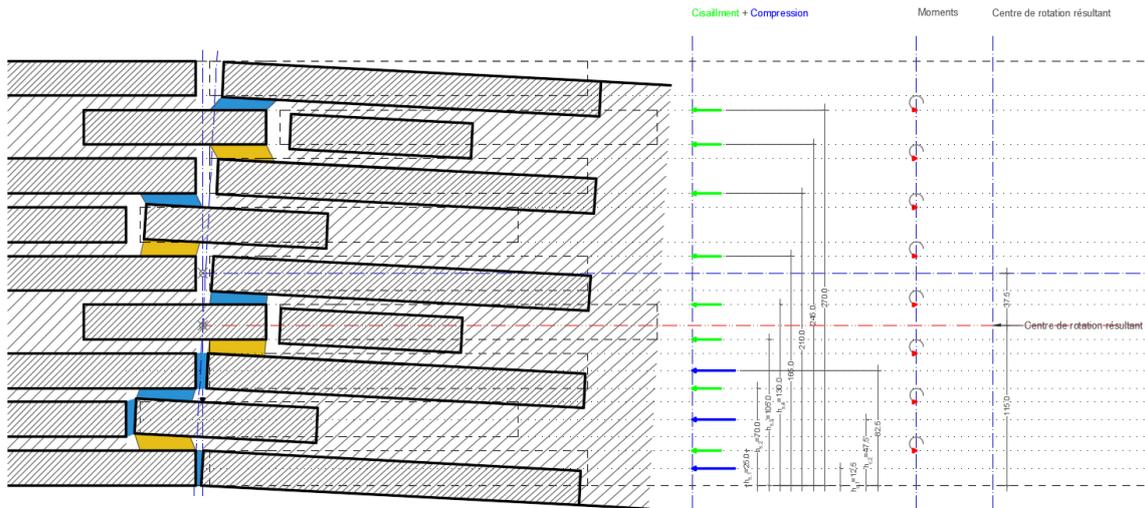
*2 Types d'action du joint : c = joint entre bouts/chants comprimé, s = joint au droit des recouvrements cisailé, m = joint au droit des recouvrements en flexion

*3 Force unitaire pondérée par le coefficient d'équivalence

*4 Limité par la mise en traction parallèle. (cf. p.329)

*5 Distribution linéaire sur la hauteur de la section

APPLICATION À UN APPAREILLAGE DE 9 COUCHES EN BRIQUE DE TERRE CRUE



Terre crue - 9 couches - matériau optimisé

h_{eq}	305	Hauteur totale de la section et de la section monolithique équivalente
o_f	40 mm	Recouvrement entre faces des briques de lits successifs
t_b	25 mm	Épaisseur brique
j_e	10 mm	Largeur du joint entre chants ou bouts ($j_e = j_f$ pour que ρ soit valable).
ζ	0.42	Module de cisaillement G / Module d'élasticité E
f_{vko}	360 kPa	Adhérence en cisaillement
f_a	260 kPa	Adhérence en traction
n_m	4	Nb de couples ^{*1} , soit la moitié du nombre de joints de recouvrement, répartis de part et d'autre de l'axe.
	<input type="checkbox"/>	Prise en compte des couples ^{*1} pour la détermination de h_c
	2	Nombre de recouvrements formant largeur effective mises à contribution en flexion
$\rho_{c/s}$	1.4881	Coeff. équivalence de rigidité : joint comprimé entre bouts/ recouvrement cisaillé
f_{vko}/f_a	1.3846	
	90 mm	Hauteur (=largeur) effective pour flexion des joints de recouvrement

Moments résistants

Type ^{*2}	j	h_j mm	$F_{up}^{*3} = \rho$	M_{up}	z_j mm	ψ^{*6}	τ_{lim}^{*4} kPa	τ_{jf}^{*5} kPa	Vérif.	M_{s+c} Nm/m	$\sigma_{t,jf}$ kPa	M_f Nm/m	M_{total} Nm/m
m	-	127.5	0	0.00	12.6						119	323	
m	-	177.5	0	0.00	62.6						119	323	
c	1	12.5	1.488095	18.60	-102.4	1.075	157	128	ok	783			
c	2	47.5	1.488095	70.68	-67.4	0.708	122	85	ok	339			
c	3	82.5	1.488095	122.77	-32.4	0.340	71	41	ok	78			
c		117.5											
s	1	25.0	1	25.00	-89.9	0.944	146	113	ok	405			
s	2	70.0	1	70.00	-44.9	0.471	91	56	ok	101			
s	3	105.0	1	105.00	-9.9	0.104	25	12	ok	5			
s	4	130.0	1	130.00	15.1	0.159	37	19	ok	11			
s	5	165.0	1	165.00	50.1	0.526	99	63	ok	126			
s	6	210.0	1	210.00	95.1	0.999	151	119	ok	454			
s	7	245.0	1	245.00	130.1	1.366	179	163	ok	849			
s	8	270.0	1	270.00	155.1	1.629	195	195	ok	1'207			

ΣF_{up}	ΣM_{up}	$h_c = \Sigma M_{up} / \Sigma F_{up}$	$ z_j _{max}$	v_{max}	τ_{limite}^4	M_R	$f_{eq,f}$
12.5	1432.05	114.9	155.1	1.629	195	4'360	281
						645	42
						5'005	323

CONCLUSION SUR LA RÉSISTANCE DES APPAREILLAGES

IMPACT DE LARGEUR TOTALE EFFECTIVE DES RECOUVREMENTS

Nous l'avons supposé, comme la largeur effective mise à contribution de la flexion accroît, un assemblage « en escalier » est potentiellement plus résistant qu'un modèle « à emboitements », à raison que le nombre de couches augmente.

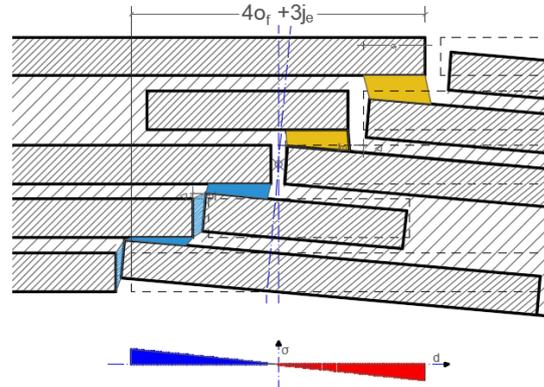


Figure 7.3.5 – Appareillage à 5 couches :
Jonction « en escalier »

Effectivement, la vérification montre que le moment résistant est d'un facteur 2.2 fois plus grand pour l'appareillage à 5 couches et d'un facteur 3.3 pour l'appareillage à 9 couches, en assumant un « escalier » complet, d'une largeur effective de 8 recouvrements, dans ce dernier cas.

Si on imagine un emboitement minimal d'une largeur d'un seul recouvrement, on perd 29 % de la résistance pour l'appareillage à 5 couches et 10 % pour le 9 couches par rapport au cas étudié en référence.

REVISITE DU MODÈLE À 3 COUCHES

Comme le montrent les calculs exposés sur le tableau ci-dessous, avec les propriétés mécaniques des matériaux retenues initialement, on obtient un moment résistant de 546 Nm/m, selon la méthode exposée.

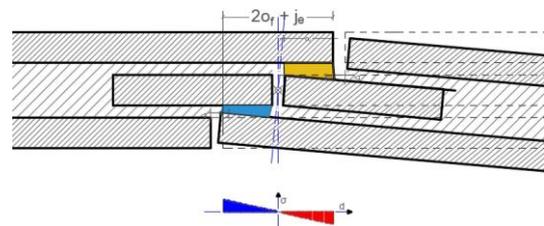


Figure 7.3.6 – Appareillage à 3 couches :
Jonction « en escalier »

Vu l'exigence de disposer d'autant de joints de recouvrement de part et d'autre de l'axe « vertical », il s'agirait forcément du même modèle « en escalier » qui servait de base à la méthode initiale.

les constats confirment autant l'approche initiale pour l'appareillage à 3 couches de briques que la plus récente approche applicable également aux appareillages de plus forte épaisseur.

Il faut retenir que le choix de la largeur totale des recouvrements influe sensiblement la résistance estimée. En choisissant une largeur effective relativement petite qui est mise à contribution de la flexion, on se place du côté de la sécurité.

Le choix d'une largeur trop petite risque de sous-estimer trop nettement la résistance, notamment pour les appareillages disposant de peu de couches. Le choix de limiter cette largeur effective à deux recouvrements semble alors raisonnable et nous permet de nous placer du côté de la sécurité. Pour l'exécution, il convient cependant de souligner l'importance de ces continuités et de s'assurer d'une mise en œuvre conforme.

7.3.3 CONCLUSION – CONFRONTATION DES RÉSISTANCES AUX SOLLICITATIONS

Comme supposé, il se confirme que l'action sismique demande la mise en place d'autres dispositions constructives que nous allons aborder par la suite.

En situations durables et transitoires & situation accidentelle de vent violent la voûte en maçonnerie seule peut résister. On va conclure sur les qualités requises faces à ces deux situations pour le modèle terre cuite et terre crue.

SITUATIONS DURABLES ET TRANSITOIRES

CONFIGURATIONS MINIMALES EN FONCTION DES DIFFÉRENTS CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE

Grace à l'optimisation de la géométrie pour résister à l'action du poids propre, ce cas de charge pouvait être vérifié autant pour la structure en terre cuite que crue. Autant l'épaisseur initiale de 95 mm, soit 3 couches de briques, que les résistances des matériaux et interfaces assumées initialement étaient suffisantes. Selon un calcul linéaire, les contraintes principales de traction restaient très faibles avec une valeur extrême de -24.7 kPa en partie courante en fibre supérieure. Les contraintes principales de compression restaient inférieures à 853 kPa.

CHARGES PONCTUELLES CONCENTRÉES (AUX NŒUDS)

Le cas de charge présentant 3 charges ponctuelles de 1×1.5 kN concentrées aux nœuds était le premier cas de charge non admissibles sans endommagement local.

Appliqués aux zones qui présentaient déjà sous poids propre de légères contraintes de tractions, selon un calcul linéaire, les contraintes principales de traction y atteignaient -328 kPa.

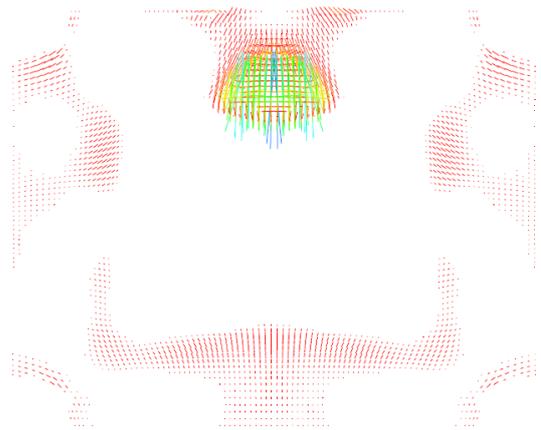


Figure 7.3.7 – Terre cuite (95 mm) – Charge ponctuelle (Cas 505) - Contraintes principales de traction - Fibre inférieure

Au droit des charges, les contraintes principales de compression en fibre supérieure restaient inférieures à 650 kPa.

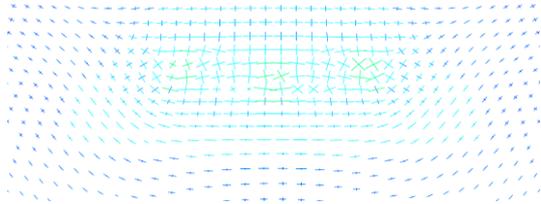


Figure 7.3.8 – Terre cuite (95 mm) – Charge ponctuelle (Cas 505) - Contraintes principales de compression - Fibre inférieure

Les moments de flexion atteignaient 0.455 kNm/m. Ils restaient très concentrés sous la charge.

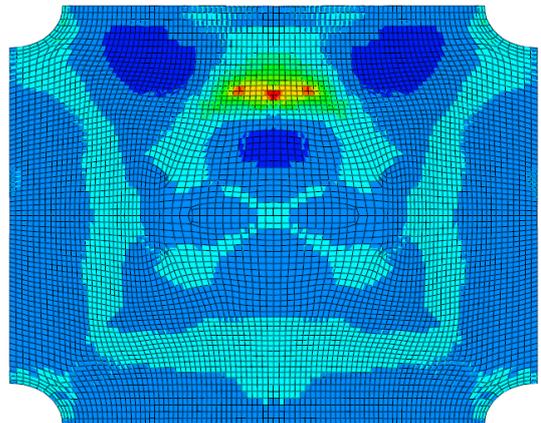


Figure 7.3.9 – Terre cuite (95 mm) – Charge ponctuelle (Cas 505) - Moment de flexion MY

La maçonnerie de brique de terre cuite de 3 couches avec matériaux optimisés présente un moment résistant caractéristique de 1.31 kNm/m, soit 0.87 kNm/m à l'ELU. La valeur caractéristique de la contrainte de traction admissible est de 871 kPa, soit 581 kPa à l'ELU. Elle résiste donc très largement à ces sollicitations.

La maçonnerie de brique de terre crue de 3 couches avec matériaux optimisés présente un moment résistant caractéristique de 0.41 kNm/m, soit 0.27 kNm/m à l'ELU. La valeur caractéristique de la contrainte de traction admissible est de 274 kPa, soit 183 kPa à l'ELU. Elle ne résiste donc pas à ces sollicitations.

Donc pour la terre crue, une augmentation de l'épaisseur s'imposerait. Un appareillage de 5 couches présenterait un moment résistant caractéristique de 1.29 kNm/m, soit 0.86 kNm/m à l'ELU. Cet appareillage serait donc adapté à la charge.

VENT ET NEIGE

La combinaison déterminante pour les situations permanentes et transitoires est donnée pour l'action combinée du vent et de la neige. L'asymétrie transversale des charges étant la plus défavorable. La combinaison EQU-1 (FIC 701) vu précédemment était celle pour laquelle apparaissaient les moments de flexion d'amplitude maximale (0.75 kNm/m) et aussi les contraintes principales de traction les plus fortes (-839 kPa). Les valeurs sont données pour le 3 couches. Ces moments étaient dans ce cas bidirectionnels et de même signe conduisant à des contraintes principales de traction selon les deux directions en fibre extrême.

Compte tenu de cette concomitance, ni l'appareillage de 3 couches en maçonnerie de terre cuite optimisée, ni l'appareillage de 5 couches en terre crue optimisée permettrait de vérifier la résistance de la structure.

Ce constat nous avait fait adopter un appareillage de 5 couches pour la maçonnerie de terre cuite et un appareillage de 9 couches pour la terre crue. Nous nous étions alors basés sur l'hypothèse d'un gain de résistance au moins équivalent à celui obtenu pour une structure constituée d'un matériau isotrope.

CONFIGURATIONS RETENUES POUR LA COMBINAISON DÉTERMINANTE

Les structures sous combinaisons déterminantes (EQU-1 et STR-2) vent et neige ont été soumis à un calcul en grands déplacements avec une loi de comportement Drucker-Prager. Ces calculs ont été effectués avant la mise à jour du modèle de cohésion de la maçonnerie en sous-chapitre 7.3.2, mais après la « Mise à jour des propriétés matériaux pour modèle FEM » en page 298 (sous-chapitre 7.2.1).

L'augmentation de l'épaisseur des deux coques nous a permis de constater une réduction notable des contraintes principales de traction biaxiales. Les tractions étaient très

majoritairement dues aux moments de flexion. De ce fait, nous avons adopté la valeur caractéristique en flexion pour la limite de résistance en traction de la loi de Drucker-Prager.

MAÇONNERIE DE TERRE CUITE

Pour la coque en maçonnerie de terre cuite, les calculs avaient été effectués avec un module d'élasticité de 6'787 MPa, une résistance à la compression de 6'787 kPa et de 279 kPa à la traction. Pour les charges où la traction bidirectionnelle est présente et où les efforts de traction résultent essentiellement de moments de flexion, nous avons adopté une valeur caractéristique en flexion (395 kPa), réduite par la prise en compte de la concomitance. Cette réduction correspond à la limitation de la contrainte sur les interfaces des lits en cas de leur cisaillement selon deux directions perpendiculaires (cf. 6.5.3). Sa valeur est de $\frac{395}{\sqrt{2}} = 279 \text{ kPa}$.

La valeur de la résistance caractéristique à la traction utilisée est ainsi légèrement supérieure à celle obtenue pour le modèle de cohésion actualisé appliqué à un appareillage avec 5 couches et les mêmes propriétés retenues initialement pour les matériaux et interfaces (371 kPa).

La valeur extrême, atteinte localement en fibre inférieure, est de -276 kPa. Les contraintes principales n'atteignent donc pas la valeur limite. Elles sont cependant accompagnées d'une seconde contrainte principale de traction qui peut atteindre -166 kPa.

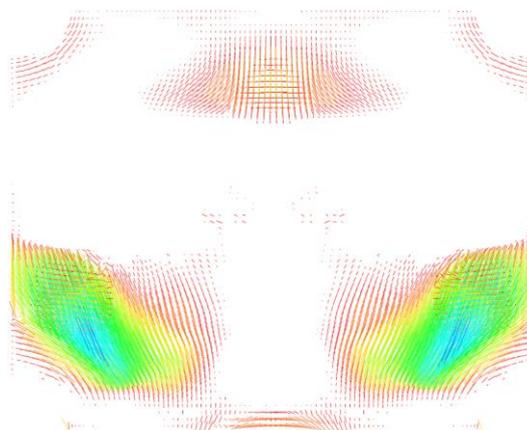


Figure 7.3.10 – Terre cuite – Combinaison déterminante vent & neige EQU-1 (Cas 701)
Contraintes principales de traction - Fibre inférieure

Autant les contraintes de cisaillement tranchant que membranaire restent en dessous de la valeur admissible en dimensionnement de $440/1.5 = 293 \text{ kPa}$.

En combinaison STR-2, les contraintes de compression atteignent le maximum avec 1463 kPa, loin en dessous de la valeur admissible.

Les contraintes principales de traction biaxiales restent problématiques. Avec les valeurs de résistance actuellement assumés, on doit s'attendre à une plastification localisée conduisant à une redistribution des contraintes, à priori sans conséquences pour la stabilité. Le calcul en grands déplacements ne montrait pas de déformation plastiques importantes.

Pour les situations durables et transitoires, il est cependant préférable de ne pas admettre d'endommagement par la rupture des interfaces.

Les résistances des matériaux et interfaces doivent donc être améliorées pour pouvoir admettre la concomitance de deux moments de flexion.

PRISE EN COMPTE DE LA CONCOMITANCE DE 2 MOMENTS DE MÊME SIGNE

Pour le cas de la flexion bidirectionnelle, on avait établi (p. 263) l'inéquation suivante pour

vérifier l'admissibilité de l'état de contrainte : $\frac{\sigma_{eq,1}}{f_{eq,f1}} + \frac{\sigma_{eq,2}}{f_{eq,f2}} \leq 1$

Cette relation reste valable dans la mesure où les contraintes de traction sur les interfaces des recouvrements s'additionnent.

On obtient la résistance équivalente minimale par addition des contraintes principales de traction et leur multiplication avec le facteur matériau :

$$f_{eq,f} \geq (\sigma_1 + \sigma_2) \gamma_m = (276 + 166) * 1.5 = 663 \text{ kPa}$$

L'obtention d'une telle résistance équivalente demande un mortier amélioré en adhésion à la traction et au cisaillement. En admettant un rapport $f_{vk0} = \sqrt{2}f_a$, $f_{vk0} \geq 850 \text{ kPa}$ et $f_a \geq 601 \text{ kPa}$.

Ces exigences minimales à l'adhérence peuvent être calculés suivant la méthode exposée ci-dessous.

Calcul de l'adhérence requise en fonction de l'addition de la traction sur les joints entre recouvrements

Comme mentionnée, les contraintes de traction sur les interfaces causées par les deux flexions s'additionnent. En l'absence de concomitance, elle est maximale à l'extrémité du

recouvrement. Avec concomitance, elle va être maximale à l'intersection des extrémités de recouvrement, donc sur une emprise bien plus restreinte, théoriquement ponctuelle.

Négligeons ce fait et admettons que la traction affaiblie la résistance au cisaillement de l'interface de façon uniforme et en fonction de cette contrainte de traction maximale.

Nous avons vu que la contrainte de traction sur les interfaces des recouvrements devait être limitée pour tenir compte de la présence simultanée de contraintes de traction et de cisaillement. Nous en avons déduits l'inéquation 7.3.2 :

$$\sigma_{t,jf} \leq \frac{f_a f_{vko}}{\psi f_a + f_{vko}}$$

En posant une relation fixe entre adhérence en cisaillement $f_{vko} = \sqrt{2} f_a$, on obtient pour la valeur de calcul

$$f_{vko,d} \geq \sigma_{t,jf} (\psi + \sqrt{2})$$

Le ratio entre $\sigma_{t,jf}$ et $f_{eq,f}$ est constant pour un appareillage et un $\zeta_{mortier} = \frac{G}{E}$ donnés. Pour notre 5 couches, il est $\frac{\sigma_{t,jf}}{f_{eq,f}} = 0.604$. Le $\sigma_{t,jf}$ correspond à la contrainte de traction (ou de compression) au niveau des joints lorsque le moment résistant est atteint.

On peut alors prendre la somme des deux contraintes principales de traction et la multiplier avec ce ratio pour obtenir la contrainte de traction qui doit être admissible par les interfaces :

$$\sigma_{t,jf,min} = \frac{\sigma_{t,jf}}{f_{eq,f}} (\sigma_{eq,1} + \sigma_{eq,2})$$

L'adhérence minimale en cisaillement est alors obtenue par la relation suivante où ψ_{max} correspond à la valeur pour le joint le plus excentré.

$$f_{vko,d} \geq \sigma_{t,jf,min} (\psi_{max} + \sqrt{2})$$

Reprenons les valeurs absolues des contraintes principales de traction équivalentes selon les directions 1 et 2, fournies par le calcul FEM. Elles sont respectivement de 276 et 166 kPa. Leur somme est de 442 kPa. L'adhérence au cisaillement de calcul est alors

$$f_{vko,d} \geq 0.604 * 442 (0.705 + \sqrt{2}) = 267 * 2.12 = 566 \text{ kPa}$$

La valeur caractéristique est alors obtenue par la multiplication avec le facteur de sécurité du matériau : $f_{vko} = f_{vko,d} \gamma_m = 566 * 1.5 = \mathbf{849 \text{ kPa}}$.

La vérification par l'application de $f_{vk0,d} = 566 \text{ kPa}$ et $f_{a,d} = \frac{566}{\sqrt{2}} = 400 \text{ kPa}$ aux calculs de résistance du modèle de cohésion donne effectivement une contrainte de traction sur les joints de 267 kPa.

On va donc retenir $f_{vko} = 850 \text{ kPa}$ et $f_a = \frac{850}{\sqrt{2}} = 601 \text{ kPa}$ pour la combinaison déterminante en situation durable et transitoire.

Les propriétés déterminantes de la maçonnerie et les résultats du calcul de la résistance sont récapitulés dans le tableau ci-dessous.

Après ces ajustements du matériau, la structure travaille dans le domaine élastique.

Terre cuite - 5 couches - matériau amélioré

Optimisé pour EQU-1 & STR-2

h_{eq}	165	Hauteur totale de la section et de la section monolithique équivalente
o_f	40 mm	Recouvrement entre faces des briques de lits successifs
t_b	25 mm	Épaisseur brique
j_e	10 mm	Largeur du joint entre chants ou bouts ($j_e = j_f$ pour que ρ soit valable).
ζ	0.4	Module de cisaillement G / Module d'élasticité E
f_{tko}	850 kPa	Adhérence en cisaillement
f_a	601 kPa	Adhérence en traction
n_m	2	Nb de couples ^{*1} , soit la moitié du nombre de joints de recouvrement, répartis de part et d'autre de l'axe.
	<input type="checkbox"/>	Prise en compte des couples ^{*1} pour la détermination de h_c
	2	Nombre de recouvrements formant largeur effective mises à contribution en flexion
$\rho_{c/s}$	1.5625	Coeff. équivalence de rigidité : joint comprimé entre bouts/ recouvrement cisailé
f_{vko}/f_a	1.4143	
	90 mm	Hauteur (=largeur) effective pour flexion des joints de recouvrement

		Moments résistants											
Type ^{*2}	j	h_j	$F_{up}^{*3} = \rho$	M_{up}	z_j	ψ^{*6}	τ_{lim}^{*4}	τ_{jf}^{*5}	Vérif.	M_{s+c}	$\sigma_{t,jf}$	M_f	M_{total}
		mm			mm		kPa	kPa		Nm/m	kPa	Nm/m	Nm/m
m	-	57.5	0	0.00	-2.0						401	541	
m	-	107.5	0	0.00	48.0						401	541	
c	1	12.5	1.5625	19.53	-47.0	0.470	212	188	ok	553			
c	2	47.5	1.5625	74.22	-12.0	0.120	66	48	ok	36			
s	1	25.0	1	25.00	-34.5	0.345	167	138	ok	191			
s	2	70.0	1	70.00	10.5	0.105	59	42	ok	18			
s	3	105.0	1	105.00	45.5	0.455	207	183	ok	332			
s	4	130.0	1	130.00	70.5	0.705	283	283	ok	798			

ΣF_{up}	ΣM_{up}	$h_c = \Sigma M_{up} / \Sigma F_{up}$	$ z_j _{max}$	ψ_{max}	τ_{limite}^{*4}	M_R	1'928	1'083	3'010
7.1	423.75	59.5	70.5	0.705	283	$f_{eq,f}$	425	239	663

MAÇONNERIE DE TERRE CRUE

Pour la coque en maçonnerie de terre crue, les calculs avaient été effectués avec un module d'élasticité de 1'093MPa, une résistance de 1'657kPa à la compression et de 91 kPa à la traction.

La valeur de la résistance à la traction utilisée est ainsi quasiment identique à celle obtenue pour le modèle de cohésion actualisé appliqué à un appareillage avec 9 couches et les mêmes propriétés retenues initialement pour les matériaux et interfaces. La contrainte équivalente de traction y est de 89 kPa, soit de 59 kPa en dimensionnement ELU.

Cette valeur de dimensionnement est dépassée localement dans une zone relativement importante, d'une largeur de plusieurs dizaines de centimètres (zone cyan), où elle atteint -81 kPa en EQU-1 et -88 kPa en STR-2.

Grace à la plus forte épaisseur de la coque (augmentation du poids propre réduisant l'importance relative des actions variable + augmentation de la hauteur statique de la section), la concomitance de moments de flexion n'a que très peu d'impact sur les contraintes en fibre extrême. Contrairement à la coque en terre cuite plus fine, les états de contrainte présentant une traction biaxiale sont peu présents.

En fibre inférieure, ils apparaissent sur le côté face au vent. Leur somme y est de $-44 - 22 = -66$ kPa. Cette valeur dépasse légèrement la valeur absolue admissible de 59 kPa.

Alors que ce dépassement local ne demanderait qu'un faible ajustement des résistances exigées, les contraintes de cisaillement dépassent assez largement la résistance admise en adhésion.

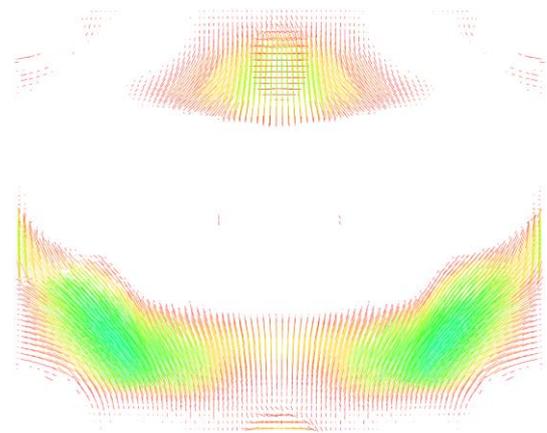


Figure 7.3.11 – Terre crue – Combinaison déterminante vent & neige STR-2 (Cas 704) - Contraintes principales de traction - Fibre inférieure

Notamment le cisaillement membranaire qui sollicite directement les interfaces mortier/brique au niveau des chants atteint jusqu'à 210 kPa (STR-2) dans les régions à proximité des appuis.

Ici, une optimisation s'impose à plus forte raison. La valeur caractéristique de l'adhérence en cisaillement doit alors être d'au moins $210 * \gamma_{m,s} = \mathbf{315 \text{ kPa}}$.

Les contraintes de compression restent, quant à eux, dans le domaine admissible. Proche des appuis, elles se rapprochent avec 904 kPa de la valeur de dimensionnement de 1'255 kPa.

On peut donc conclure que face aux situations durables et transitoires, la maçonnerie de terre crue demande d'ores-et-déjà une optimisation du matériau qui dépasse assez largement les valeurs usuelles. L'adhérence en cisaillement exigée dépasse d'un facteur 3.9 celle déclaré par l'un des rares fabricants de mortiers de terre crue.

Terre crue - 9 couches - matériau amélioré

Optimisé pour EQU-1 & STR-2

h_{eq}	305	Hauteur totale de la section et de la section monolithique équivalente
o_f	40 mm	Recouvrement entre faces des briques de lits successifs
t_b	25 mm	Épaisseur brique
j_e	10 mm	Largeur du joint entre chants ou bouts ($j_e = j_f$ pour que ρ soit valable).
ζ	0.42	Module de cisaillement G / Module d'élasticité E
f_{vko}	315 kPa	Adhérence en cisaillement
f_a	223 kPa	Adhérence en traction
n_m	4	Nb de couples ^{*1} , soit la moitié du nombre de joints de recouvrement, répartis de part et d'autre de l'axe.
	<input type="checkbox"/>	Prise en compte des couples ^{*1} pour la détermination de h_c
	2	Nombre de recouvrements formant largeur effective mises à contribution en flexion
$\rho_{c/s}$	1.4881 [*]	Coeff. équivalence de rigidité : joint comprimé entre bouts/ recouvrement cisailé
f_{vko}/f_a	1.4126	
	90 mm	Hauteur (=largeur) effective pour flexion des joints de recouvrement

Type ^{*2}	j	h_j mm	$F_{up}^{*3} = \rho$	M_{up}	Moments résistants				Vérif.	M_{s+c} Nm/m	$\sigma_{t,jf}$ kPa	M_f Nm/m	M_{total} Nm/m
					z_j mm	ψ^{*6}	τ_{lim}^{*4} kPa	τ_{jf}^{*5} kPa					
m	-	127.5	0	0.00	12.6					104	280		
m	-	177.5	0	0.00	62.6					104	280		
c	1	12.5	1.488095	18.60	-102.4	1.075	136	111	ok	679			
c	2	47.5	1.488095	70.68	-67.4	0.708	105	73	ok	294			
c	3	82.5	1.488095	122.77	-32.4	0.340	61	35	ok	68			
c		117.5											
s	1	25.0	1	25.00	-89.9	0.944	126	98	ok	352			
s	2	70.0	1	70.00	-44.9	0.471	79	49	ok	88			
s	3	105.0	1	105.00	-9.9	0.104	22	11	ok	4			
s	4	130.0	1	130.00	15.1	0.159	32	16	ok	10			
s	5	165.0	1	165.00	50.1	0.526	85	54	ok	109			
s	6	210.0	1	210.00	95.1	0.999	130	103	ok	394			
s	7	245.0	1	245.00	130.1	1.366	155	142	ok	736			
s	8	270.0	1	270.00	155.1	1.629	169	169	ok	1'047			

ΣF_{up}	ΣM_{up}	$h_c = \Sigma M_{up} / \Sigma F_{up}$	$ z_j _{max}$	ψ_{max}	τ_{limite}^{*4}	M_R	3'780	559	4'339
12.5	1432.05	114.9	155.1	1.629	169	$f_{eq,f}$	244	36	280

SITUATION ACCIDENTELLE DE VENT VIOLENT

Les structures sous combinaisons accidentelle de vent violent (ACC-1) ont été soumis à un calcul en grands déplacements avec une loi de comportement Drucker-Prager.

Ces calculs ont été effectués après la « Mise à jour des propriétés matériaux pour modèle FEM » en page 298 (sous-chapitre 7.2.1), mais avant la mise à jour du modèle de cohésion de la maçonnerie en sous-chapitre 7.3.2.

MACONNERIE DE TERRE CUITE

Les efforts qui caractérisent cette combinaison, sont naturellement très semblables à ceux que nous avons pu observer pour la combinaison EQU-1 (vent et neige). La combinaison est une variante de cette dernière avec une action du vent plus soutenue. Par conséquent, les intensités, notamment des moments de flexion sont plus élevées. Le moment flexion d'intensité maximale atteint 2.15 kNm/m, contre 1.17 kNm/m en EQU-1.

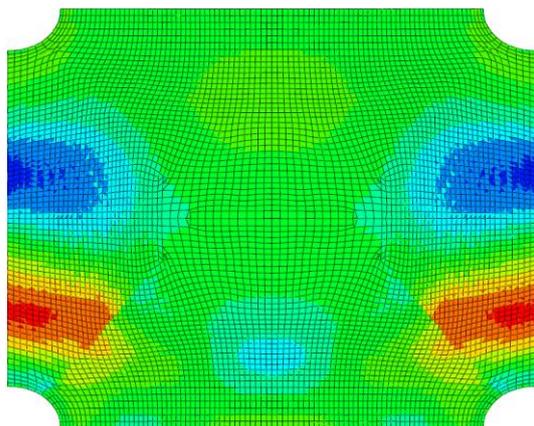


Figure 7.3.12 - Terre cuite – Action de vent violent (CAS 706) - Moments M_X – Intensité maximale en zone rouge (2.15 kNm/m).

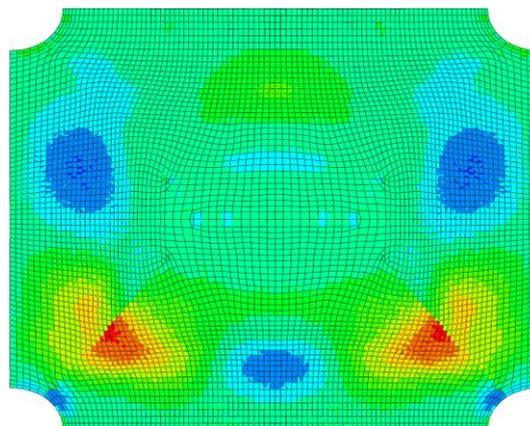


Figure 7.3.13 - Terre cuite – Action de vent violent (CAS 706) - Moments M_Y – Intensité maximales en zone rouge (1.9 kNm/m), zone jaune-vert au droit des valeurs maximales de M_X (< 1.0 kNm/m)

Les contraintes principales de traction en fibre extrême prennent de l'ampleur dans la même proportion que les moments de flexion.

En fibre inférieure, on atteint les états de contraintes les plus critiques. Dans la zone d'action des deux moments de flexion concomitants, on relève une contrainte principale allant jusqu'à -423 kPa combinée à une seconde contrainte principale allant jusqu'à -212 kPa. Leur somme est donc de -635 kPa.

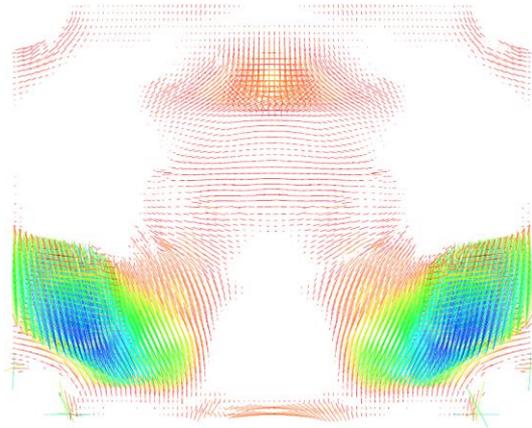


Figure 7.3.14 – Terre cuite – Action de vent violent - Contraintes principales de traction - Fibre inférieure (Cas 706)

En suivant le raisonnement exposé p.341 et suivantes, il faudrait assurer une résistance équivalente $f_{eq,f} = 953$ kPa afin de garantir que la structure travaille dans le domaine élastique. Cette valeur tient compte d'un coefficient matériau de $\gamma_m = 1.5$.

Il faut noter que la résistance que nous avons obtenue pour un multicouche avec un mortier optimisé était de 909 kPa, soit un dépassement d'environ 5 %.

Les contraintes de cisaillement, autant de tranchant (< 273 kPa) que membranaires (< 440 kPa), sont relativement importantes. Elles ne sont cependant pas dimensionnantes si l'on regarde les propriétés d'adhérence requises pour offrir un appareillage qui puisse résister aux tractions de flexion.

Les contraintes de compression restent avec des maxima de 1'157 kPa largement sous la valeur admissible.

Il faut alors évaluer si le dépassement des contraintes de traction d'environ 5% est admissible pour cette situation accidentelle, pour laquelle on peut admettre un certain endommagement. De nombreuses considérations sont en faveur de leur admission :

- Les contraintes extrémales n'apparaissent que très localement. Une redistribution est alors aisément possible. Par ailleurs, le calcul pour la structure monolithique équivalente avait été effectué en grands déplacements. Elle avait convergé rapidement (9 itérations avec une réduction ininterrompue des résidus) et le maximum de déformation plastique avait été très faible 0.14 mm. Les paramètres matériaux (MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98

DP 6787 279) correspondaient alors à des performances bien inférieures à celles du matériau optimisé.

- Le dépassement est très petit. On est encore loin sous le seuil de la résistance caractéristique. De plus nous avons complètement négligé l'action des joints entre chants parallèles aux plans de flexion, y compris ceux qui sont à la fois comprimés et cisailés.
- L'endommagement des interfaces aux recouvrements reste très petit grâce à la faiblesse du dépassement et grâce à la redistribution.

On peut donc retenir que la structure de 5 couches est à même de résister à ces actions accidentelles d'une façon satisfaisante. Il faut cependant recourir à un matériau optimisé qui demande à la fois une formulation exigeante des caractéristiques et une exécution particulièrement soignée.

MAÇONNERIE DE TERRE CRUE

Face à l'action du vent violent, pour la coque en maçonnerie de terre crue de 9 couches, la situation est semblable, voire un peu plus avantageuse, que pour la coque en maçonnerie de terre cuite de 5 couches. Son poids propre, nettement plus important, laisse une pondération nettement plus petite aux charges variables.

Ici aussi, l'état de contrainte le plus défavorable est relevé en fibre inférieure. Dans la zone d'action des deux moments de flexion concomitants, on relève une contrainte principale allant jusqu'à -155 kPa combinée à une seconde contrainte principale allant jusqu'à -31 kPa. Leur somme est donc de -186 kPa.

En suivant le raisonnement exposé p.341 et suivantes, il faudrait assurer une résistance équivalente $f_{eq,f} = 279$ kPa afin de garantir que la structure travaille dans le domaine élastique. Cette valeur tient compte d'un coefficient matériau de $\gamma_m = 1.5$.

Déjà pour le matériau amélioré en fonction des sollicitations de la combinaison déterminante en situations permanentes et transitoires, nous avons une résistance équivalente $f_{eq,f} = 280$ kPa. Cette valeur était le résultat de l'adaptation face aux contraintes de cisaillement.

Pour cette situation accidentelle, les contraintes de cisaillement ne sont cependant pas plus élevées. Même au contraire, le maximum du cisaillement tranchant est maintenant de 225 kPa contre 238 kPa en combinaison STR-2 et le cisaillement membranaire affiche 182 kPa contre 210 kPa.

Ceci peut être dû à la pondération des actions du poids propre et de l'action variable dominante avec $\gamma_{G,inf} = 1.0$.

Les contraintes de compression maximales plus petites pour la situation accidentelle sont également en accord avec cette observation. On n'atteint plus que 751 kPa au lieu de 904 kPa en combinaison STR-2, pour laquelle le poids propre était pondéré avec un coefficient $\gamma_{G,sup} = 1.35$.

La situation accidentelle de vent violent ne demande donc pas d'optimisation supplémentaire du matériau. Le matériau amélioré retenu pour les situations durables et transitoires est suffisant. Comme mentionné, il s'agit cependant déjà d'un matériau terre crue aux performances en adhérence et résistance à la traction assez extraordinaires.

7.3.4 RÉFLEXIONS À PROPOS DE L'ACTION SISMIQUE ET DE LA MAÇONNERIE ARMÉE

Pour la maçonnerie de terre cuite de 5 couches, une justification vis-à-vis des efforts imposés par l'action sismique semble **de prime abord relativement simple** pour une maçonnerie armée selon EC6. Le taux d'armature requis serait relativement faible¹. Il faut cependant se méfier de cette simplicité apparente, car pour l'action sismique, un certain nombre de facteurs défavorables sont à considérer.

La **limitation de l'allongement des aciers** (1% selon EC6) n'est pas suffisante pour éviter la **destruction des interfaces des recouvrements**. Selon un calcul pour le matériau optimisé (cf. sous-chapitre 7.3.1), cet allongement devrait être limité à 0.04%. La quantité d'armature à mettre en place serait disproportionnée.

Le **risque de délaminage de l'appareillage** est alors important, d'autant plus qu'il s'agit d'une **sollicitation oscillatoire** qui implique des moments qui changent de signe et tendent donc alternativement les fibres inférieures et supérieures.

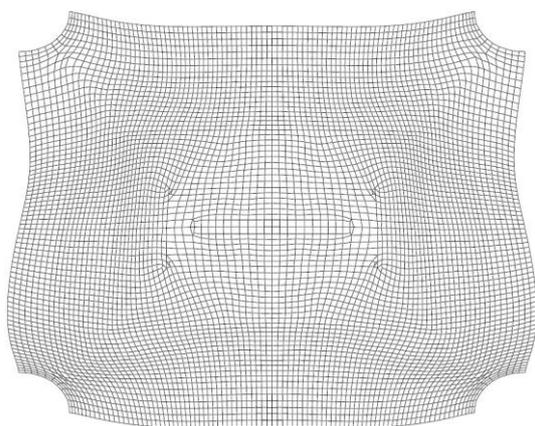


Figure 7.3.15 – Action sismique - Déformée amplifiée 100 fois

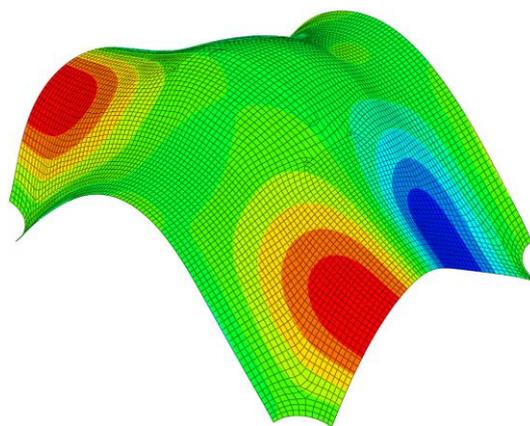


Figure 7.3.16 – Action sismique – Iso-déplacements Y

En plus des armatures proches des fibres extrêmes, il faudrait alors mettre en place des dispositifs qui évitent ce délaminage. On peut imaginer des liens au travers de l'épaisseur, tel des **armatures d'effort tranchant**. Leur dimensionnement et mise en place dans un appareillage de maçonnerie n'est cependant pas simple et, de plus, risque d'être coûteuse.

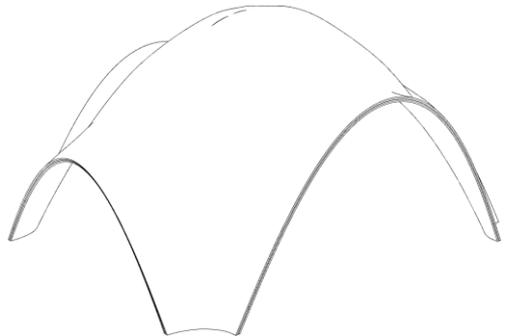
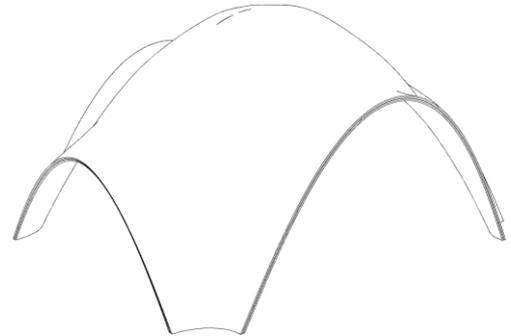
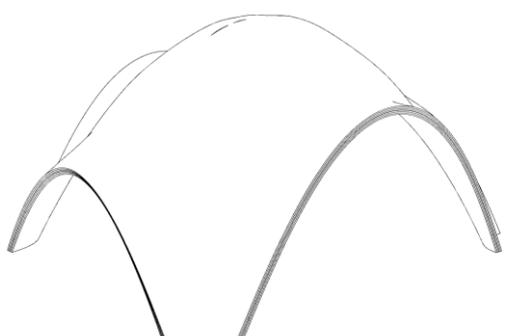
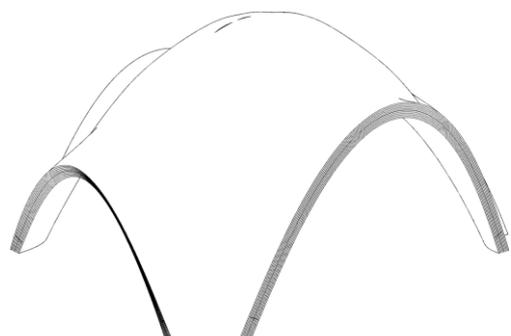
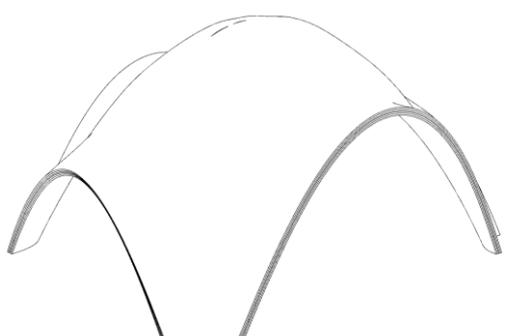
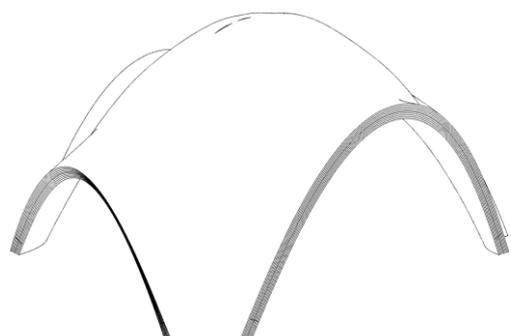
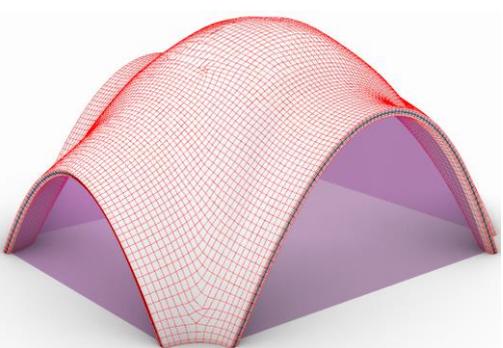
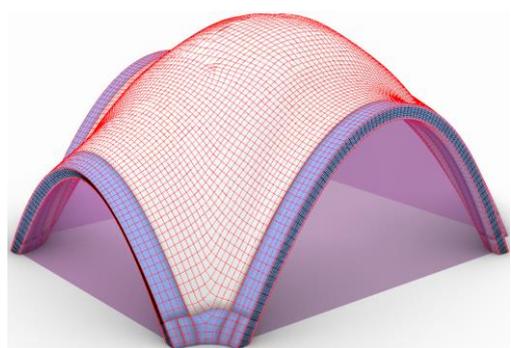
¹ Les moments de flexion sont plus élevés que pour la situation accidentelle de vent violent. Ce facteur est de 2.3 pour la maçonnerie de terre cuite de 165 mm d'épaisseur et de 4.3 pour la maçonnerie de terre crue de 305 mm d'épaisseur.

On peut également envisager des solutions alternatives ou complémentaires tel que la mise en place de **diaphragmes** au droit des arcs d'ouverture, pour autant que ce soit compatible avec l'usage fait de la structure.

Même la **précontrainte**, notamment des arcs d'ouverture, est envisageable. La mise en place d'un ceinturage par-dessus le parement extérieur qui pré-comprimerait la maçonnerie et éviterait ainsi l'apparition de contraintes de traction trop élevées est tout à fait imaginable. L'obtention d'une distribution homogène et dégressive vers le centre de la structure s'imposerait. Il faut noter qu'une structure sur plan carré serait nettement plus propice à la mise en place de telles solutions.

Pour les maçonneries en terre crue s'ajoutent la problématique de la faible résistance en compression et au cisaillement. Notamment à proximité des appuis, les contraintes atteindraient des niveaux difficilement couverts par de la terre crue et demanderaient l'emploi ponctuel d'un matériau plus résistant, ce qui poserait par ailleurs le problème des **discontinuités** auxquelles les coques peuvent réagir de façon sensible.

7.3.5 RÉCAPITULATIF DES SITUATIONS ET DES RÉPONSES STRUCTURELLES ADAPTÉES

	Terre cuite	Terre crue
Poids propre	$E_p = 95 ; f_{vk0} = 55 ; f_a = 40$ 	Idem 
Situations durables & tran.	$E_p = 165 ; f_{vk0} = 850 ; f_a = 601$ 	$E_p = 305 ; f_{vk0} = 315 ; f_a = 223$ 
Vent violent	$E_p = 165 ; f_{vk0} = 1'164 ; f_a = 823$ 	$E_p = 305 ; f_{vk0} = 315 ; f_a = 223$ 
Séisme	$E_p = 165 ;$ Mesures complémentaires 	$E_p = 305 ;$ Mixte + Mesures comp. 

8 PHASAGE DE CONSTRUCTION

Le phasage a été étudié pour un appareillage de 3 couches de terre crue. Ce sont le matériau et la phase la plus critique pour la construction d'une structure comportant un plus grand nombre de couches.

Les calculs ont été effectués en grands déplacements avec une loi de comportement Drucker-Prager. La traction limite a, avec 37 kPa, volontairement été définie très petite.

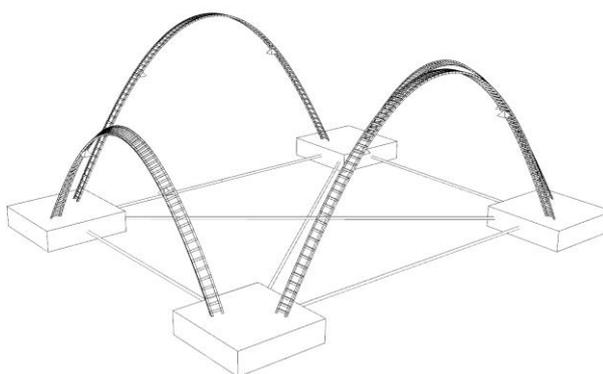
L'obtention d'une convergence des calculs et la vérification que les déformations restent petites nous ont permis de valider étape par étape.

Pour l'état final, les déformations et contraintes ont été analysés.

8.1 ÉTAPES DU MONTAGE

1. Montage des cintres : Ils peuvent être assez fin mais doivent être stabilisés par des appuis intermédiaires.

Comme cela a été fait à Venise, le montage d'une structure d'échafaudage convenablement contreventée, permettra à la fois de fournir des supports ponctuels au cintres, d'offrir des surfaces de travail et de sécuriser l'espace sous la voûte en construction.



2. Montage de la première couche sur cintre : Les briques sont montées en commençant par la base simultanément depuis les deux naissances.

Le cintrage doit être suffisamment rigide pour limiter sa déformation,



notamment lors du montage de la première couche.

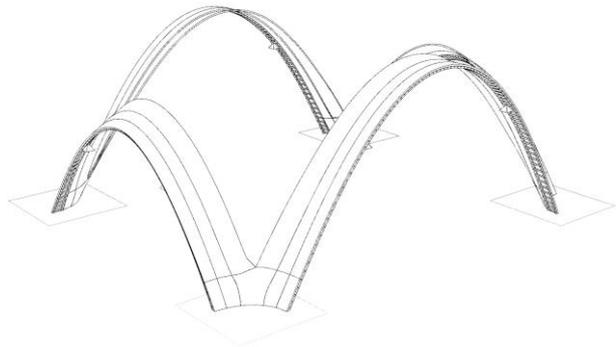
Parallèlement, on ne doit pas empêcher la mise en charge de la maçonnerie. À mesure que le montage avance.

Les cintres peuvent alors être montés sur des supports qui permettent un léger ajustement de la hauteur d'appui.



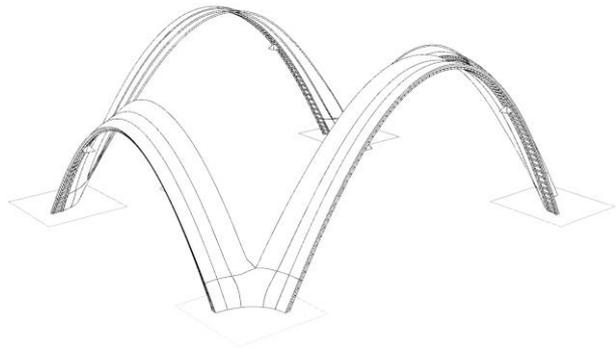
3. Dès que les arcs d'une couche sont reliés entre eux, on pourrait légèrement abaisser les cintres pour mettre la maçonnerie en charge.

Les arcs se portent alors partiellement par eux-mêmes tout en étant encore stabilisés par les cintres.¹



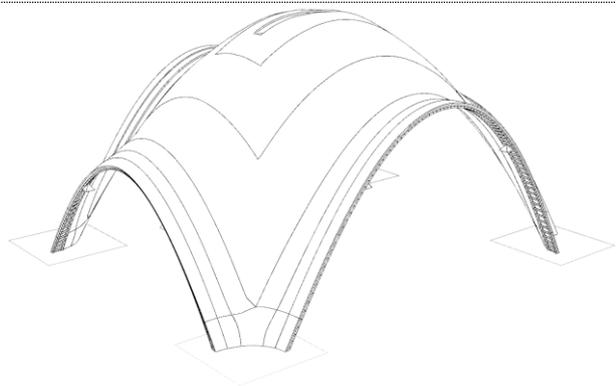
4. On épaissit ensuite les arcs en partant de la périphérie et toujours en montant à la fois symétriquement des deux côtés des arcs et simultanément pour l'ensemble des arcs.

On complète ainsi les deux premières couches des arcs périphériques.



5. Ensuite, on peut compléter la première couche de la coupole.

Le rang des clefs au sommet ne sont pas encore mis en place.

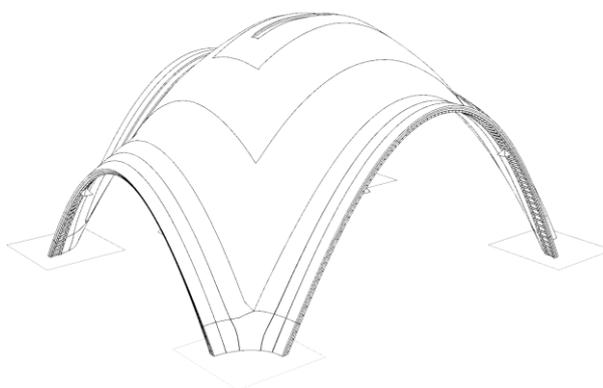


¹ L'effet d'un tel abaissement qui doit être de l'ordre du demi-millimètre, n'a pas été vérifiée par les calculs.

6. On complète les arcs périphériques et la seconde couche de la coupole.

Ensuite, on s'assure que les cintres ne sont pas ou que très peu chargés. On peut les redescendre.

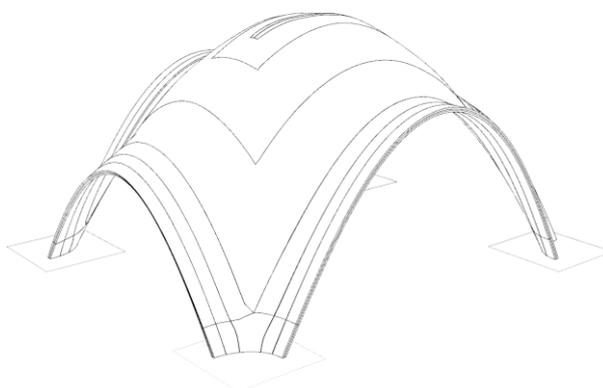
Au calcul FEM, les cintres ont complètement été retirés à ce moment.



7. On complète ensuite la coupole en mettant en œuvre la troisième couche et on termine par les rangs de clavage au sommet.

La structure en 3 couches est terminée.

À partir de cet état on peut augmenter le nombre de couches en reprenant au point 4.



8.2 CONTRAINTES À L'ÉTAT FINAL

En l'état final, les contraintes principales de traction sont plus élevées que pour le calcul non-phasé. Les valeurs extrémales de -60 kPa apparaissent autour de la clef en couches inférieure et moyenne.

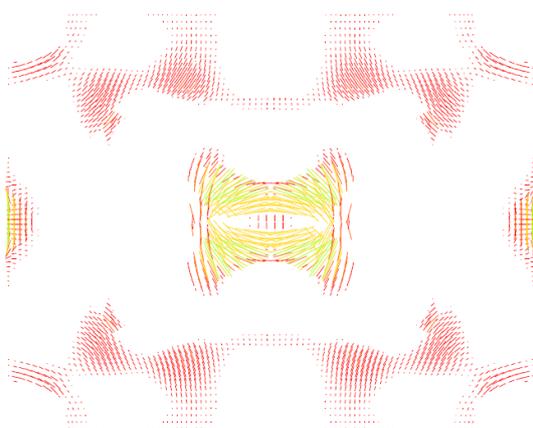


Figure 8.2.1 – Phase finale - Contraintes principales de traction en couche inférieure

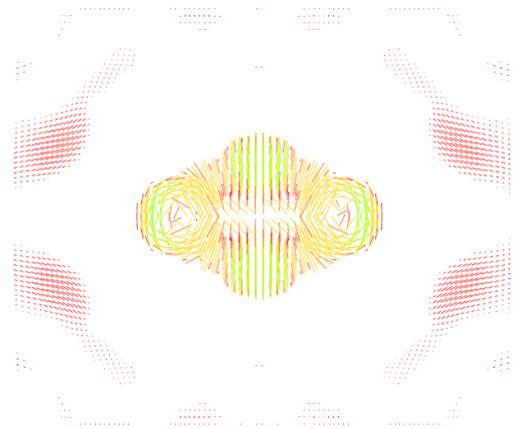


Figure 8.2.2 – Phase finale - Contraintes principales de traction en couche moyenne

Cette zone n'est pourtant que très peu sollicitée. Au besoin, une adaptation du moment du clavetage pourrait certainement améliorer la situation. Le matériau adapté pour les situations durables et transitoires est cependant largement en mesure de reprendre ces sollicitations même avec un mortier de terre encore jeune.

Bien entendu, on doit veiller à ce que le mortier ait suffisamment durci entre étapes, notamment avant les étapes 4 et 6.

8.3 IMPACTE DU DÉCINTREMENT

L'abaissement progressif des cintres permettrait de limiter les contraintes de traction qui apparaissent dans la zone de transition entre partie supportée par le cintre et partie non-supportée. Ces contraintes peuvent atteindre -72 kPa.

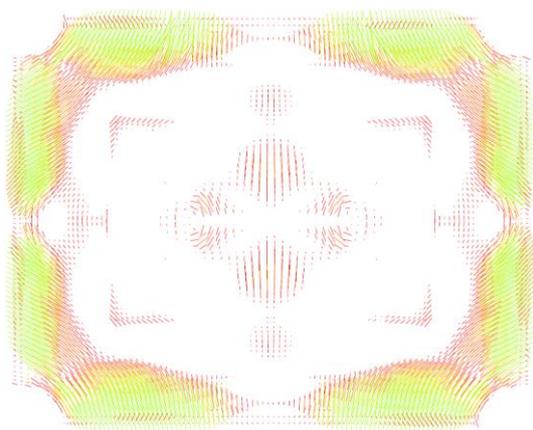


Figure 8.3.1 – Avant décintrement en fin d'étape 6 - Contraintes principales de traction en couche moyenne - Valeur extrême de -50 kPa en vert.

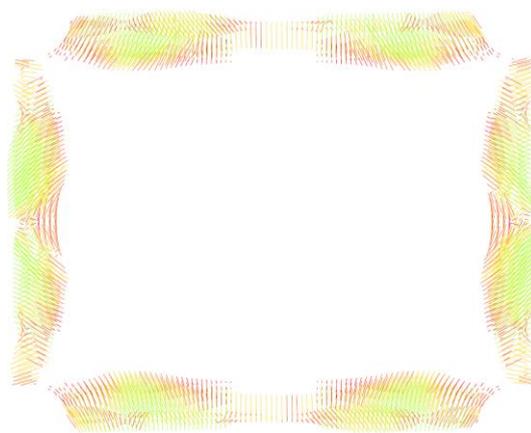


Figure 8.3.2 – Avant décintrement en fin d'étape 6 - Contraintes principales de traction en couche supérieure - Valeur extrême de -52 kPa en vert-jaune. À ce stade, seuls les arcs périphériques comportent une couche supérieure

Après décintrement, les tractions disparaissent quasiment complètement en couche supérieure. En fibre moyenne on voit cependant s'amplifier des contraintes de traction au sommet.

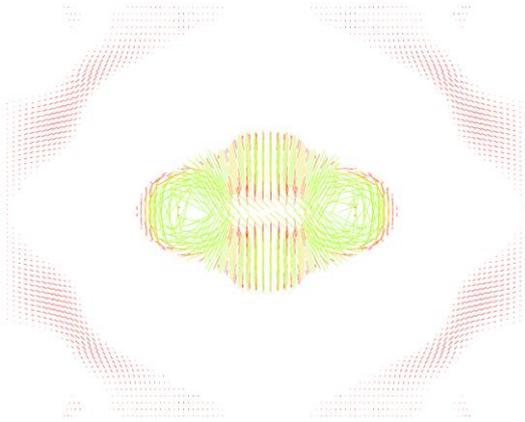


Figure 8.3.3 – Après décintrement - Contraintes principales de traction en couche moyenne – Valeurs en périphérie > -24 kPa - Valeur extrême de -60 kPa en vert.

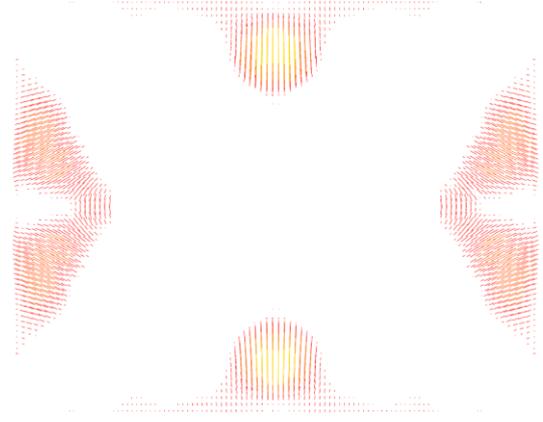


Figure 8.3.4 – Après décintrement - Contraintes principales de traction en couche supérieure - Valeur extrême de -24 kPa en jaune. À ce stade, seuls les arcs périphériques comportent une couche supérieure.

8.4 IMPACTE DU CLAVETAGE

Comme il est montré sur les graphiques ci-dessous, les contraintes proches du rang de clavetage, étaient présentes avant décintrement mais elles en sont amplifiées.

Ils permettent de conclure que le clavetage au sommet doit être exécuté plus tôt. Afin que la coupole puisse travailler dans les deux sens, il faut claveter dès la fin de l'étape 5, avant un abaissement éventuel du cintre, ou au plus tard, avant décintrement.

En effet la couche inférieure présente les contraintes extrémales pour les deux situations, avant et après décintrement.

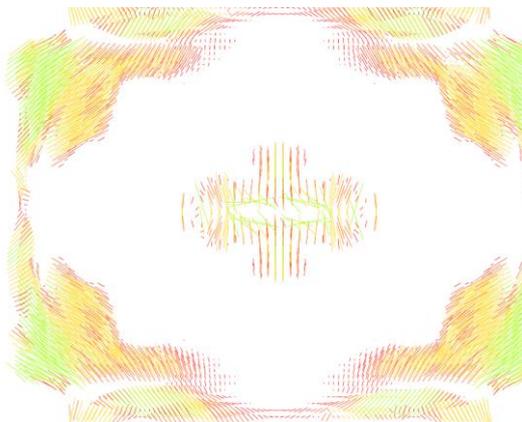


Figure 8.4.1 – Avant décintrement - Contraintes principales de traction en couche inférieure – Valeur extrême de -72 kPa en vert.

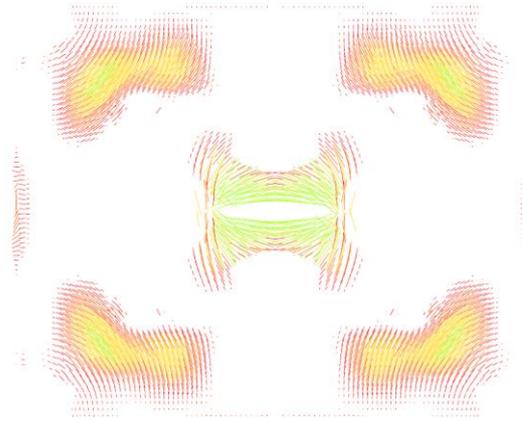


Figure 8.4.2 – Après décintrement - Contraintes principales de traction en couche inférieure - Valeur extrême de -72 kPa en vert. Maintenant concentrés autour de l'ouverture au sommet.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'optimisation de la géométrie par relaxation dynamique d'un réseau de chaînes numériques en discrétisation de la surface moyenne, a su démontrer sa validité et son efficacité. Bien que la mise en place du maillage initial demande à ce que l'utilisateur ait d'entrée une idée du flux des contraintes principales, la méthode offre un bon niveau de contrôle de la géométrie et permet d'obtenir une coque très efficace face à l'action du poids propre.

Cette optimisation conduit à une distribution homogène des contraintes en situation permanente et de ce fait, on peut s'attendre à ce que le fluage ait l'effet le moins défavorable possible. Cette optimisation de la forme contribue également de façon importante à la faisabilité de la construction sans cintrage intégral.

De l'autre côté, ressort l'importance des charges variables. Les efforts et contraintes imposés par les charges ponctuelles, asymétriques ou horizontales, notamment celles dues au vent, dépassent très largement celles dues au poids propre. Grâce à l'optimisation, le poids propre constitue ici un facteur favorable à la stabilité. Ainsi, il est assez aisé de répondre à ces sollicitations en augmentant l'épaisseur de la coque. Ceci est également conditionné par le modèle de cohésion qui a permis de démontrer que la résistance en flexion des sections augmente avec la hauteur effective, et ce de façon semblable aux sections monolithiques.

La structure a ainsi pu être vérifiée même face à des vents violents tout en présentant une épaisseur encore bien modeste et ceci autant pour la variante en terre cuite qu'en terre crue. Elle reste ainsi une solution très économe en matière, même face à ces actions accidentelles. La variante en terre crue apporte certains avantages. En premier lieu, c'est une solution plus écologique. L'épaisseur reste avec 305 mm relativement faible et peut, par ailleurs, offrir certains avantages, notamment si la structure est destinée à délimiter un volume habité. Son inertie thermique et les capacités de régulation de l'hygrométrie seraient alors mises à contribution.

Tandis que pour la variante en terre cuite, un matériau de qualité courante serait suffisant, les propriétés mécaniques exigées de la terre crue correspondent à celles d'un matériau particulièrement performant. Son optimisation, une main d'œuvre spécialisée et un suivi de près de l'exécution, seraient alors indispensables.

Sa viabilité économique dépend donc fortement du contexte. Soit l'échelle du projet doit supporter la mise au point du matériau alors appliqué à un grand nombre de constructions, soit sa production doit être industrialisée afin de bénéficier à un grand nombre de projets plus modestes.

Par ailleurs, sa planification demande une parfaite maîtrise des phénomènes de condensation et de l'exposition à l'eau. Le temps nécessaire à la réalisation est également un facteur à considérer afin de pouvoir proposer des solutions compatibles avec un contexte donné.

Malgré ces difficultés, la structure en terre crue offre certainement une solution parmi les plus élégantes, écologiques, saines et pérennes.

En cas d'exposition aux séismes, une coque constituée de la seule maçonnerie non-armée, n'est pas adaptée. D'autres dispositions constructives s'imposent.

La maçonnerie de la voûte catalane présente une assez forte cohésion qui lui confère une certaine résistance en flexion et en traction. Celle-ci est indispensable pour que la coque puisse résister aux sollicitations tout en présentant une aussi faible épaisseur. L'analyse limite de stabilité selon Heyman qui passe par la considération de l'excentricité, n'a donc pas été mise en application.

L'analyse aux éléments finis qui recourt à un calcul en non-linéarité matérielle et, selon les situations, en grands déplacements, est cependant bien adaptée. Elle permet l'observation des contraintes principales et leur comparaison à une contrainte équivalente déterminée pour qualifier la résistance d'un appareillage donné, ainsi que la vérification des contraintes de cisaillement vis-à-vis des capacités d'adhérence des interfaces.

Ce travail pourrait être poursuivi par la validation expérimentale d'une maçonnerie qui passerait par la mise au point des matériaux constitutifs. Le développement des dispositions constructives qui permettent à la structure de résister aux séismes serait un autre aspect à approfondir.

GLOSSAIRE DES TERMES TECHNIQUES ET DES ACRONYMES

A

adhérence en cisaillement	210, 236
adhérence en traction	236
adhérence en traction par flexion	134
adhérence initiale en cisaillement	236
amortissement cinétique.....	73
amortissement visqueux.....	72
analyse limite.....	46
arc d'épaisseur minimale	50
arrêtes artificielles	102

B

bande support	97
blocs de terre compressée (BTC)	164
blocs de terre extrudée (BTE)	164
bondwrench.....	134
briques adobes	164
briques de terre moulée (BTM)	164

C

catégorie I	159
catégorie II	159
catégories d'unités de maçonnerie.....	159
charge déterminante	57
chaux aériennes	190
chaux formulée (FL)	191
chaux hydratée	190
chaux hydraulique (HL)	191
chaux hydraulique naturelle (NHL)	191
chaux hydrauliques	190
chaux vive	190
Cinva	145, 149
coefficient de conditionnement	133
coefficient de fluage ultime	140
coefficient de sécurité matériau	138, 151

comportement à court terme	222
comportement à long terme.....	222
composition apparente.....	181
condition d'appui de type membranaire	83
conformité aux frontières	100
construction cohésive	36
contrainte équivalente.....	228
coque	27
coques à simple courbure	85
coupoles.....	29
courbure de Gauss	28
courbure moyenne	28
courbures extrémales	28
courbures principales.....	28
couverture	12
couvrement.....	12

D

densités de force.....	68
dérivée de l'expression de la chaînette	389
difficultés de conformité des raccords.....	104
dimensionnement.....	56
direction longitudinale.....	227
direction transversale	227
directions principales	28
directrices	29
discrétisation des efforts	109
domaine élastique-linéaire	230

E

effort tranchant	31
efforts de compression	31
efforts de traction	31
efforts flexionnels	31
efforts hors plan.....	31
efforts membranaires	31

efforts tangentiels.....	31
élément de <i>coque</i>	32
élément de paroi	32
élément de parois	27
élément de plaque.....	32
élément de plaque.....	27
élément de plaque-membrane.....	32
élément fini à surface moyenne courbe	55
élément fini basé sur une théorie de coques minces	
surbaissées	101
élément fini de coque mince à forte courbure	101
élément fini de coque surbaissée	55
élément fini de plaque-membrane	55
élément fini de plaque-membrane mince	101
élément fini du type tridimensionnel dégénéré	55
épaisseur minimale de l'arc	50
état non fissuré.....	49

F

facteur de forme.....	133
facteur de réduction	152
facteur de réduction de capacité.....	147
facteur de sureté géométrique.....	50
failles.....	102
familles d'optimisation	56
Flächentragwerke	65
flexion avec plan de rupture parallèle aux lits	137
flexion avec plan de rupture perpendiculaire aux lits	137
forme funiculaire	33
formes coulantes (Fließformen)	64
formes estampées	62
form-finding.....	65
frappage en forme	164

G

génératrices	29
--------------------	----

H

humidité d'équilibre (HE).....	220
humidité relative de l'air (HRA)	133, 220

I

isotensoïdes	31
--------------------	----

L

liaison à enture	302
liaison en escalier.....	302
ligne des pressions	43
longueur de la chaînette	389

M

mécanisme de rupture à 4 rotules.....	50
mécanismes de ruine	42
méthodes d'optimisation directes	67
méthodes d'optimisation expérimentales	59
méthodes d'optimisation indirectes	67
méthodes d'optimisation numériques.....	59
mode de préparation	181
mode rigide.....	100
module d'élasticité	205
module d'élasticité	152
module d'élasticité à long terme	140
module d'élasticité sécant à court terme	139
module d'élasticité transversale	175
module de cisaillement.....	152
module de déformation transversale	176
moment de flexion.....	31
moment de torsion	31
moments parasites	103
mortier colle	181
mortier de recette	181, 182
mortier de recette industriel	181
mortier performanciel	181
mortiers allégés (Type L – pour Light).....	181
mortiers d'usage courant (Type G – pour General	
purpose)	181
mortiers de joints minces (Type T – pour Thin)	181

N

niveau de définition de la qualité	181
niveaux de contrôle (IL – Inspection Level).....	139

O

optimisation de forme	57
optimisation des section	56
optimisation du matériau	56
optimisation sous contraintes	56
optimisation topologique	56

P

paraboloïde hyperbolique	30
période de vibration d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté	312
période fondamentale de vibration	311
point elliptique	29
point hyperbolique	30
point ombilic	29
point parabolique	29
polygone funiculaire inversée	42
poussée maximale	49
poussée minimale	49
principe de la forme inversée	58
problème de compensation classique	59
problème de compensation élargi	59

R

règle du tiers central	43, 50, 391
résille caténaire inversée	98
résistance à la flexion de la maçonnerie pour plan de rupture parallèle aux lits de pose	134
résistance à la flexion de la maçonnerie pour plan de rupture perpendiculaire aux lits de pose	135
résistance caractéristique	147
résistance caractéristique à la compression	151
résistance caractéristique à la traction du bloc ..	152, 171
résistance caractéristique du bloc au fractile 5%	150
résistance caractéristique initiale au cisaillement de la maçonnerie	152
resistance de dimensionnement à l'ELU	148
resistance du mur	148
résistance en cisaillement	135
résistance en compression du mortier	150

résistance en compression moyenne	160
résistance en compression non-confinée	147, 148
résistance en compression normalisée	133, 160
résistance en flexion	205
résistance initiale au cisaillement	135

S

spectre de calcul horizontal	312
Stabtragwerke	65
structure membranaire	33
structures minces	65
structures plissées	65
surface anticlastique	30
surface de translation	29
surface développable	29
surface minimale	30
surface réglée	30
surface synclastique	29
surfaces de translation	27
surfaces développables	27
surfaces réglées	27
systèmes à particules et ressorts	76

T

taux initial d'absorption	163
théorème de sureté géométrique	50
théorie de Kirchhoff	44
théorie de la plasticité	46, 47
théorie de Love	31, 44
théorie des coques minces	44
théorie des plaques minces	44
théorie du frottement	42
théorie membranaire	45
Traglastverfahren	46

U

unités de maçonnerie HD	159
unités de maçonnerie LD	159

V

voûtes en berceau	29
-------------------------	----

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.-M. Pérouse de Montclos, *Architecture - Description et vocabulaire méthodiques*, Paris: Editions du patrimoine, Centre des monuments nationaux, 2011.
- [2] R. Schirmer, «Voute Nubienne : conception et méthodes de dimensionnement,» CNAM, Paris, 2019.
- [3] D. O'Dwyer, «Funicular analysis of masonry vaults,» *Computers & Structures* 1999, no 73, pp. 187-197, 1996.
- [4] Borne et Heathcote E. et al., «The Droneport Project,» *L'Architecture d'Aujourd'hui - Special issue*, 2016.
- [5] M. Ramage, J. Ochsendorf, J. Bellamy, P. Block et P. Rich, «Design and Construction of the Mapungubwe National Park Interpretive Centre, South Africa,» *ATDF JOURNAL*, vol. 7, n° 11/2, pp. 14-23, 2010.
- [6] J. Ochsendorf et M. Ramage, «Sustainable shells - New African vaults built with soil-cement tiles,» *IASS Symposium 2009*, pp. 1512-1520, 2009.
- [7] F. Frey et M.-A. Studer, *Traité de Génie Civil - Vol.5 - Analyse des structures en milieu continu - Coques*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2003.
- [8] W. Sobek, «Entwerfen im Leichtbau,» *Themenheft Forschung - Leichtbau*, pp. 70-82, 2007.
- [9] J. Jacobi, «Minimalflächen,» Mathematisches Institut der Universität zu Köln, Köln, 2008.
- [10] J. Heyman, *The stone skeleton: Structural engineering of masonry architecture*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [11] Exposición Guastavino Co. (1885-1962). *La reinención de la bóveda, Las bóvedas de Guastavino en América*, S. Huerta, Éd., Madrid, 2002.
- [12] S. Huerta, *Mecánica de las bóvedas tabicadas*, Madrid: E.T.S. Arquitectura (UPM), 2005.
- [13] P. Araguas, *L'acte de naissance de la Boveda Tabicada ou le certificat de naturalisation de la « vouête catalane »*, Paris: Bulletin Monumental Tome 156, n°2, 1998, pp. 129-136.
- [14] N. C. Makoond, «Advanced Computational Modelling of Taq-Kisra, Iraq,» Czech Technical University in Prague, Prague, 2015.
- [15] J. Heyman, *Coulomb's memoir on statics. An Essay in the History of Civil Engineering*, London: Imperial College Press, 1972, p. 212.

- [16] C. Cullman, *Die graphische Statik*, Zürich: Meyer & Zeller, 1864.
- [17] C. A. Castigliano, *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications*, Turino: Negro, 1879.
- [18] M. Cazenave, *Résistance des matériaux 4*, Paris: CNAM - Chaire des travaux publics et bâtiment, 2010.
- [19] K.-E. Kurrer et S. Huerta, «Beitrag zur Geschichte plastischer Berechnungsmethoden im Stahlbau,» *Stahlbau*, vol. 75, n° 14, pp. 317-330, 2006.
- [20] J. Heyman, *Elements of the Theory of Structures*, Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [21] J. Ochsendorf, PhD Thesis - Collapse of masonry structures, Cambridge: University of Cambridge, 2002.
- [22] A. Grandjean, Thèse de doctorat - Capacité portante de ponts en arc en maçonnerie de pierre naturelle, Lausanne: ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, 2010.
- [23] S. Holzer, *Statische Beurteilung historischer Tragwerke - Band 1 - Constructions en maçonnerie*, Berlin: Ernst & Sohn, 2016.
- [24] N. Domède, «Méthode de requalification des ponts en maçonnerie,» Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions – INSA, UPS Toulouse, Toulouse, 2006.
- [25] C. Vayssade, *Optimisation mécanique, Optimisation topologique*, 2004.
- [26] A. F. Walser, *Formfindung von Schalen mit numerischen Hängemodellen*, Stuttgart: Universität Stittgart - Institut für Baustatik und Baudynamik, 2011.
- [27] O. Burdet, EPFL - Cours : L'art des structures, Lausanne: EPFL, 2012.
- [28] H. Isler, «Technik und Typologie der Buckelschalen,» *Bauen + Wohnen*, vol. 19, n° 110, pp. 383-388, 1965.
- [29] H. Isler et A. Weder, «Die "Buckelschale", ein interessantes Bauelement,» *Schweizerische Bauzeitung*, vol. 73, n° 123, pp. 345-349, 1955.
- [30] L. d. M. F. C. Martins, «Morphologie der gekrümmten Flächentragwerke,» ETHZ, Zürich, 1996.
- [31] M. Fantin, Thèse de Doctorat - Étude des rapports entre stéréotomie et résistance des voûtes clavées, Paris: ENSAPM; Université Paris Est, 2017.
- [32] S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal et C. Williams, Éd., *Shell structures for architecture, Form Finding and Optimization*, Zürich: Routledge, 2014.

- [33] P. Block et J. Ochsendorf, «Thrust Network Analysis: A new methodology for three-dimensional equilibrium,» *IASS Journal*, 2007.
- [34] Block et Lachauer, «Three-dimensional Funicular Analysis of Masonry Vaults,» *Mechanics Research Communications*, 56, pp. 53-60, 2014.
- [35] M. R. Barnes, «Form finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation,» *International Journal of Space Structures*, pp. 89-104, 1999.
- [36] J. Heyman, «The stone skeleton (Article),» *Solids Structures*, pp. 249-279, 1966.
- [37] SETEC TPI, «Documentation Pythagore v20.06,» SETEC TPI, Paris, 2020.
- [38] L. Davis, M. Rippmann, T. Pawlofsky et P. Block, «Innovative funicular tile vaulting: A prototype vault in Switzerland,» *The Structural Engineer*, n° 11, November 2012, pp. 46-56, 2012.
- [39] AFNOR, «NF EN 771-1/CN - Spécifications pour éléments de maçonnerie — Partie 1 : Briques de terre cuite - Annexe Nationale,» AFNOR, Paris, 2008.
- [40] CEN, EN1996-1-1 - Eurocode 6 - Calcul des ouvrages en maçonnerie - Partie 1-1 : Règles générales pour ouvrages, DIN, 2013.
- [41] W. Jäger, Éd., Mauerwerk-Kalender, Dresden: Ernst & Sohn, 2016, p. 587.
- [42] W. Jäger, Éd., Mauerwerk-kalender, Dresden: Ernst und Sohn, 2020.
- [43] DIN, «DIN EN 1996-1-1/NA:2012 - Nationaler Anhang - Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk,» DIN, 2012.
- [44] AFNOR, «NF EN 1996-1-1/NA - Eurocode 6 - Calcul des ouvrages en maçonnerie - Partie 1-1 NA : Règles générales pour ouvrages - Annexe Nationale,» AFNOR, Paris, 2009.
- [45] State of New Mexico, Earthen Building Materials Code, New Mexico Register, 2016.
- [46] Dachverband Lehm e.V., Lehm bau Regeln, Weimar: Vieweg+Teubner, 2009.
- [47] DIN-Normenausschuss Bauwesen, DIN 18945 - Lehmsteine - Anforderungen, Prüfung und Kennzeichnung, DIN - Deutsches Institut für Normung e.V., 2018.
- [48] DIN-Normenausschuss Bauwesen, DIN 18946 - Lehm mauer mör tel - Anforderungen, Prüfung und Kennzeichnung, DIN - Deutsches Institut für Normung e.V., 2018.
- [49] New Zealand Standards Council, NZS 4299 - Earth buildings not requiring specific design, Wellington: Standards New Zealand, 1998.
- [50] New Zealand Standards Council, NZS 4297 - Engineering Design of Earth buildings, Wellington: Standards New Zealand, 1998.

- [51] New Zealand Standards Council, NZS 4298 - Materials and workmanship for earth building, Wellington: Standards New Zealand, 1998.
- [52] CSTB & ART.TERRE Mayotte, «Dossier Technique lié à l'ATEX de type A N°2588 - OUVRAGES EN MAÇONNERIE DE BTC,» ART.TERRE Mayotte, 2018.
- [53] H. Schroeder, Lehmbau - Mit Lehm ökologisch planen und bauen, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2010, p. 409.
- [54] CEN - Comité Européen de Normalisation, «EN771-1 + A1 - Specification for masonry units – Part 1: Clay masonry units,» CEN, Brussels, 2005.
- [55] S. Pavía et R. Hanley, «Flexural bond strength of natural hydraulic lime mortar and clay brick,» Department of Civil Engineering, Trinity College Dublin, Dublin, 2009.
- [56] M. Brinkmann et P. Wiehle, «Tragfähigkeit von Lehmmauerwerk – experimentelle und numerische Analyse,» Dachverband Lehm, 2020.
- [57] B. Cicek, N. Pires Martines, C. Brumaud et G. Habert, «CSA as A Revisited Vernacular Technique for Earth Stabilization,» 2nd International Conference of Sustainable Building Materials, Eindhoven, 2019.
- [58] B. Cicek, C. Brumaud, N. Pires Martins et G. Habert, «A revisited vernacular stabilization technique for a durable earth mix,» Dachverband Lehm e.V., Weimar, 2019.
- [59] D. Ardant, C. Brumaud et G. Habert, «The slower it is, the stronger it will be: How to improve poured earth strength without stabilisation,» Dachverband Lehm e.V., ETHZ, Weimar, Zürich, 2020.
- [60] I. Dirx, «Standardisation des produits d'argile non cuite-Adaptation des normes DIN allemandes au contexte belge,» Séminaire Bâtiment Durable - Terre crue et constructions contemporaines à Bruxelles, Bruxelles, 2021.
- [61] N. B. Trujillo, «Mix design and mechanical characterization of stabilized compressed earth Blocks and assemblée,» University of New Mexico, Albuquerque, 2016.
- [62] L. Laou, «Thèse - Evaluation du comportement mécanique sous sollicitations thermohydriques d'un mur multimatériaux (bois, terre crue, liants minéraux) lors de sa construction et de son utilisation,» Université de Limoges - HAL, Limoges, 2017.
- [63] M. Olivier, «Raw earth block masonry - Experimentation and calculation of a nubian cupola,» chez *10th international brick and block masonry conference*, Vaulx-en-Velin, 1994.
- [64] M. Olivier, «Thèse - Le matériau terre,» INSA Lyon, Lyon, 1994.
- [65] CSTB & BRIQUES TECHNIC CONCEPT, «Dossier technique lié à l'ATEX 2957 - Mur porteur en briques et blocs de terre crue comprimée,» CSTB, 2021.

- [66] CEN, EN 998-2 - Définitions et spécifications des mortiers pour maçonnerie - Partie 2 : Mortier de montage des éléments de maçonnerie, CEN, 2016.
- [67] DIN-Normenausschuss Bauwesen, «DIN 18580 Baustellenmörtel,» DIN - Deutsches institut für Normung, Nerlin, 2019.
- [68] M. Olivier, «Présentation CEREMA - Techniques de Construction en Terre,» CEREMA, Tunis, 2014.
- [69] IDRRIM - Institut Des Routes, des Rues et des Infrastructures pour la Mobilité, «Note d'information - Norme NF EN 459 : Chaux de construction,» IDRRIM, Paris, 2015.
- [70] C. Figueiredo, M. Lawrence et R. Ball, «Mechanical properties of standard and commonly formulated NHL mortars used for retrofitting,» University of Bath, Bath, 2016.
- [71] F. Betene Ebanda, «Thèse de doctorat - Etude des propriétés mécaniques et thermiques du plâtre renforcé de fibres végétales tropicales,» Clermont-Ferrand, 2012.
- [72] S. Meille, «Thèse de doctorat - Étude du comportement mécanique du plâtre pris en relation avec sa microstructure,» INSA Lyon, Lyon, 2001.
- [73] Bundesverband der Gipsindustrie e.V., «Gips-Datenbuch,» Bundesverband der Gipsindustrie e.V., Darmstadt, 2006.
- [74] D. W. Bland, «Thèse de Master - In-plane cyclic shear performance of interlocking compressed earth block walls,» Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 2011.
- [75] A. Hamoouda, S. Abdou et L. Benyahia, «Etude de la performance thermique en été d'une maison préfabriquée à Biskra,» *Revue des Energies Renouvelables*, pp. 341-353, 2018.
- [76] M. Olivier, F. Rojat, A. Mesbah et D. Millon, «Caractérisation mécanique des enduits en terre crue fibrée,» Ecobat Sciences & Techniques; CEREMA; ENTP, Paris, 2014.
- [77] A. Laborel-Préneron et C. Magniont, «Influence de la teneur en chènevotte sur les performances mécaniques et les,» Conférence Internationale Francophone NoMaD 2015 - Mines Douai, Douai, 2015.
- [78] J. Page, «Amélioration du comportement à long terme de composites cimentaires renforcés par des fibres de lin,» Université d'Artois, Epron, France, 2018.
- [79] R. Shaan et J.-M. Torrenti, «Etude expérimentale de la maçonnerie sous sollicitations uniaxiales et biaxiales,» *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*, 09 1990.
- [80] DIN-Normenausschuss Bauwesen, «DIN 18947 - Lehmputzmörtel - Anforderungen, Prüfung und Kennzeichnung,» DIN - Deutsches Institut für Normung e.V., 2018.

- [81] J.-L. Fanchon, Guide de mécanique - Sciences et technologies industrielles, Paris: Nathan, 1998.
- [82] AFNOR, EN1991-1-3-NA-FR - Eurocode 1 - Actions sur les structures - Partie 1-3-NA-FR : Actions générales - Charges de neige - Annexe nationale française, AFNOR, 2007.
- [83] CEN, EN1991-1-3 - Eurocode 1 - Actions sur les structures - Partie 1-3 : Actions générales - Charges de neige, AFNOR, 2004.
- [84] CEN, EN1991-1-4 - Eurocode 1 - Actions sur les structures - Partie 1-4 : Actions générales - Charges de vent, AFNOR, 2004.
- [85] Institution of Structural Engineers & Association Française du Génie Parasismique, «Guide pour la conception parasismique des bâtiments en acier ou en béton selon l'Eurocode 8,» The Institution of Structural Engineers, London, 2010.
- [86] État français, «Arrêté du 22 octobre 2010 relatif à la classification et aux règles de construction parasismique applicables aux bâtiments de la classe dite « à risque normal »,» Légifrance, Paris, 2010.
- [87] C. Preisinger, «Karamba3D - parametric engineering - User manual (Version 1.3.2),» Wien, 2019.
- [88] FIB, «Practitioners guide to finite element modelling of reinforced concrete structures - State-of-Art Report,» Lausanne, 2008.
- [89] Ressource internet : energie-experten.org, «Ziegelsteine,» 20.09.2020. url: <https://www.energie-experten.org/bauen-und-sanieren/baustoffe/ziegelsteine>. Accès le 18.05.2022.
- [90] R. Besenval, Technologie de la voûte dans l'Orient ancien – Tomes I et II, Paris: Edition Recherche sur les civilisations, 1984, pp. 42-46.
- [91] Ressource internet : M. Sauvage, «Les débuts de la construction en terre au Proche-Orient,» 09.03.2016. url: <https://archeorient.hypotheses.org/5598>. Accès le 11.08.2019.
- [92] A. Choisy, L'art de bâtir chez les Égyptiens, vol. 1, Paris: Edouard Rouveyre, 1904.
- [93] A. Choisy, L'art de bâtir chez les Byzantins, Paris: Librairie de la société anonyme de publications périodiques, 1883.
- [94] Ressource internet : M. Sauvage, «L'urbanisation de la Mésopotamie : des innovations techniques dans le domaine de la construction,» 08.04.2016. url: <https://archeorient.hypotheses.org/5818>. Accès le 11.08.2019.
- [95] D. G. C. P.-B. J. M. N. S. Agostino Walter Bruno, «Briques de terre crue : procédure de compactage haute pression et influence sur les propriétés mécaniques,» chez *Rencontres Universitaires de Génie Civil*, Bayonne, 2015.

- [96] Ageno, Bernabò, Foce et Sinopoli, Theory and history of the thrust line for masonry arches, Barcelona: ARCH'04, 2004.
- [97] G. Galilei, Discorsi e Dimonstrazioni matematiche intorno a due scienze attenanti alla meccanica ed i movimenti locali, Leyde (Pays-Bas) et Paris: Marin Mersenne, 1683.
- [98] K.-E. Kurrer, The History of the theory of structures: from arch analysis to computational mechanics, Berlin: Ernst & Sohn, 2008, p. 848.
- [99] CRA Terre, Traité de construction en terre, Marseille: Editions Paranthèses, 1995.
- [100] H. Fathy, Construire avec le peuple, Caire: Sindbad/Actes sud, 1969/1996.
- [101] F. Monnier, La voûte « nubienne » à l'époque pharaonique, Göttingen: Göttinger Miszellen n° 247, 12.2015.
- [102] F. Monnier, Tracé égyptiens de profils en voûte, Paris: -, 03.2015.
- [103] H. Müller-Breslau, Die graphische Statik - Band 1 / Band 2, Leipzig: Baumgärtner's Buchhandlung, 1887 / 1892.
- [104] H. Müller-Breslau, Die neueren Methoden der Festigkeitslehre und der Statik der Baukonstruktionen, Leipzig: Baumgärtner's Buchhandlung, 1887.
- [105] L. Cremona, Les figures réciproques en statique graphique (traduit par Louis Bossut), Paris: Gauthier-Villars, 1885.
- [106] Ageno, Bernabò, Foce et Sinopoli, Theory and history of the thrust line for masonry arches, Barcelona: International Centre for Numerical Methods in Engineering. (CIMNE) - Congress Arch Bridges - ARCH'04, 2004.
- [107] E. Happold et I. Liddell, «Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau,» *The Structural Engineer - N° 3 - Vol. 53*, pp. 99-135, March 1975.
- [108] Ressource internet : «https://fr.wikipedia.org/wiki/Courbure_de_Gauss,»
- [109] P. Block, «Thrust Network Analysis - Exploring Three-dimensional Equilibrium,» MIT, Cambridge, 2009.
- [110] Akbarzadeh M., «Three-dimensional Graphical Statics using Polyhedral Reciprocal Diagrams,» ETH Zurich, Department of Architecture, Zurich, 2016.
- [111] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «Three-dimensional Graphic Statics: Initial explorations with polyhedral form and force diagrams,» *International Journal of Space Structures*, 31(2), pp. 217-226, 2016.
- [112] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «Spatial compression-only form finding through subdivision of external force polyhedron,» *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium*, 2015.

- [113] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «On the Equilibrium of Funicular Polyhedral Frames and Convex Polyhedral Force Diagrams,» *Computer-Aided Design*, 63, pp. 118-128, 2015.
- [114] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «Equilibrium of spatial networks using 3D reciprocal diagrams,» *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2013*, 2013.
- [115] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «Compression-only form finding through finite subdivision of the external force polygon,» *Proceedings of the IASS-SLTE 2014 Symposium*, 2014.
- [116] Akbarzadeh, Van Mele et Block, «3D Graphic Statics: Geometric Construction of Global Equilibrium,» *Proceedings of the Design Modelling Symposium 2015*, pp. 187-201, 2015.
- [117] P. De la Hire, *Sur la construction des voûtes dans les édifices*, 1712.
- [118] C. A. De Coulomb, *Sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*, Paris, 1773.
- [119] É. Méry de Bellegarde, «Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau,» chez *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840.
- [120] D. Küchlin et O. Hersel, *Betontechnische Daten*, Heidelberg Cement.
- [121] M. Sauvage, «L'architecture de la brique crue en Mésopotamie,» Editions de l'espérou 2011, Toulouse, 2008.
- [122] P. Ahm et E. J. Perry, «Design of the dome shell roof for Smithfield Poultry Market,» *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. Vol.30, n° % 11, pp. 79-??, 1965.
- [123] ICE, «Discussion of papers 6827 & 6716. Design of the dome shell roof for Smithfield Poultry Market. Test on a one-twelfth scale model of the dome shell roof for smithfield poultry market.,» *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. 35, n° % 12, pp. 316-335, 1966.
- [124] S. P. Timoshenko, *History of Strength of Materials*, New York: Dover Publications Inc., 1953, p. 452.
- [125] M.-A. Studer et F. Frey, «Introduction à l'analyse des structures,» PPUR, Lausanne, 2013.
- [126] Ressource internet : F. Legrand, «Méthode d'Euler implicite,» url: <https://www.f-legrand.fr/scidoc/docmml/numerique/euler/implicite/implicite.html>. Accès le 08.06.2022.
- [127] SETEC TPI, «Documentation Pythagore v6,» SETEC TPI, Paris.

- [128] V. Davidovicin, L. Davenne et S. Ghavamian, «Dimensionnement des murs en maçonnerie d'après l'Eurocode 6,» CSTB Editions, Paris, 2012.
- [129] C. Ziegert, U. Röhlen et H. Schroeder, «Die Erfolgsgeschichte der Lehm-Normen in Deutschland,» Dachverband Lehm e.V., Weimar, 2020.
- [130] AFNOR, EN1991-1-4-NA-FR - Eurocode 1 - Actions sur les structures - Partie 1-4-NA-FR : Actions générales - Charges de vent - Annexe nationale française, AFNOR, 2008.
- [131] CEN, «EN1998-1 - Eurocode 8 - Calcul des structures pour leur résistance aux séismes - Partie 1 : Règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments,» CEN, 2005.
- [132] AFNOR, «EN1998-1-NA-FR - Eurocode 8 - Calcul des structures pour leur résistance aux séismes - Partie 1 : Règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments - Annexe nationale française,» AFNOR, 2007.
- [133] Bundesanstalt für Wasserbau, «FuE-Abschlussbericht Scherfestigkeit von Beton und Mauerwerk an bestehenden Wasserbauwerken,» Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, Hamburg, 2019.
- [134] R. H. Brown, «Flexural bond strength of masonry parallel to the bed joints,» Clemson University, Clemson, South Carolina, USA, 200X.

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.1.1 - ILLUSTRATION DU DRONEPORT PROJECT, BASE À DRONES POUR LE REDLINE PROJECT [4, P. 14]	15
FIGURE 1.1.2 - FORME ISSUE DE RHINOVAULT, IMPLÉMENTATION DE LA THRUST NETWORK ANALYSIS (TNA) DANS [4, P. 42] ...	16
FIGURE 1.1.3 - « LA GÉOMÉTRIE DE LA VOÛTE RÉSULTE D'UN PROCESSUS DE CONCEPTION BASÉ SUR LA TECHNIQUE DE THRUST NETWORK ANALYSIS (TNA) » [4, P. 41]	16
FIGURE 1.1.4 - ELEVATIONS DU PROTOTYPE D'UN DES MODULES DU DRONEPORT PROJECT D'APRÈS [4, P. 46]. LES COTES ONT ÉTÉ AJOUTÉES APRÈS MISE À L'ÉCHELLE DES DESSINS EN FONCTION DES DIMENSIONS EN PLAN.	16
FIGURE 1.1.5 - PREMIÈRE COUCHE EN BRIQUES CREUSES CUITES. DANS [4, P. 55]	17
FIGURE 1.1.6 - VISUALISATION DES TROIS COUCHES TERMINÉES SUR LE SITE INTERNET DE FOSTER & PARTNERS	17
FIGURE 1.1.7 - LA VOÛTE EN CONSTRUCTION À VENISE. DÉMARRAGE 2 ^{ÈME} ET 3 ^{ÈME} COUCHE. DANS [4, P. 49].....	18
FIGURE 1.1.8 - CARLOS MARTÍN JIMÉNEZ LORS DE LA POSE DE LA PREMIÈRE COUCHE DANS [4, P. 55].....	18
FIGURE 1.1.9 - EXTRAIT MONTRANT LES SUPPORTS POUR LES CINTRES DES ARCS D'OUVERTURE.	18
FIGURE 1.2.1 - MAPUNGUBWE NATIONAL PARK INTERPRETIVE CENTRE - UNE PARTIE DES CONSTRUCTION.....	19
FIGURE 1.2.2 - MAPUNGUBWE NATIONAL PARK INTERPRETIVE CENTRE - VUE INTÉRIEUR D'UNE VOÛTE JUMELLÉE.....	20
FIGURE 1.2.3 - GÉOMÉTRIE ET MAILLAGE DE LA SURFACE MOYENNE	21
FIGURE 1.2.4 - REPRÉSENTATION EN PLAN D'UN QUART DE LA VOÛTE, MONTRANT L'ORIENTATION DES REPÈRES LOCAUX DES ÉLÉMENTS FINIS. L'APPUI EST EN BAS À GAUCHE, LE SOMMET EN HAUT À DROITE.....	21
FIGURE 1.2.5 - CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS. VECTEURS DES CONTRAINTES PRINCIPALES EN FIBRE MOYENNE. À DROITE, UN AGRANDISSEMENT DE LA ZONE D'APPUI.	23
FIGURE 1.2.6 - CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS. MOMENTS DE FLEXION MYY SUPÉRIEURS À 0.1 kN.M/M. LES ZONES CYAN CORRESPONDENT À DES VALEURS ENTRE 0.18 ET 0.22, LES BLEU ROI ENTRE 0.14 ET 0.18, LES BLEU MARINE ENTRE 0.10 ET 0.14.	24
FIGURE 1.2.7 - CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS. VECTEURS DES CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE INFÉRIEURE.	24
FIGURE 1.2.8 - CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS. MOMENTS DE FLEXION MXX INFÉRIEURS À -0.1 kN.M/M.....	24
FIGURE 1.2.9 - CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS. VECTEURS DES CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE SUPÉRIEURE [kPA].	24
FIGURE 2.1.1 - SURFACE À COURBURE GAUSSIENNE NULLE (EX. : DEMI-CYLINDRE)	29
FIGURE 2.1.2 - SURFACE SYNCLASTIQUE À COURBURE GAUSSIENNE POSITIVE (EX. : HÉMISPÈRE).....	30
FIGURE 2.1.3 - SURFACE ANTICLASTIQUE À COURBURE GAUSSIENNE NÉGATIVE (EX. : PARABOLOÏDE HYPERBOLIQUE)	30
FIGURE 2.1.4 - CLASSIFICATION DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX EN FONCTION DES EFFORTS INTÉRIEURS MOBILISÉS DANS [7, P. 9]. IL FAUT BIEN NOTER QU'EN THÉORIE DES PLAQUES, LE MOMENT M_x EST GÉNÉRALEMENT UN MOMENT AGISSANT DANS LE PLAN XZ. IL CONTRIBUE AINSI AUX CONTRAINTES Σ_x . IL TOURNE AUTOUR DE L'AXE Y, NON AUTOUR DE L'AXE X.....	32
FIGURE 2.2.1 - COMPARAISON ENTRE VOÛTE EN PIERRE ET VOÛTE-CLOISON DANS [11, P. 20].....	34
FIGURE 2.2.2 - POSITIONNEMENT CORRECT DES JOINTS POUR UNE VOÛTE-CLOISON EN BERCEAU À QUATRE COUCHES DANS [11, P. 67].	34
FIGURE 2.2.3 - CONSTRUCTION D'UNE PAILLASSE D'ESCALIER SELON LA TECHNIQUE DE LA VOÛTE CATALANE DANS [11, P. 60]	35

FIGURE 2.2.4 – CONSTRUCTION D’UNE VOÛTE CATALANE. APPLICATION DU MORTIER SUR LES DEUX CHANTS DE LA BRIQUE DANS [11, p. 59].....	35
FIGURE 2.2.5 - PHOTOGRAPHIE DE LA SURFACE D’UNE TUILE TEL QU’UTILISÉE PAR LES GUASTAVINOS. PHOTOGRAPHIE AGRANDIE ENV. 7.5 FOIS DANS [11, p. 183].....	36
FIGURE 2.2.6 - SPÉCIMENS POUR LES ESSAIS DE RÉSISTANCE EFFECTUÉS PAR GUSTAVINO (GUSTAVINO 1893) DANS [12, p. 6]	37
FIGURE 2.2.7 - CARTE DE LA RECONQUISTA; WIKIPEDIA; 2019	38
FIGURE 2.2.8 - COUCHIS DE BRIQUES SUR CINTRE BOIS - THERMES DE CARACALLA. DES BRIQUES DISPOSÉES SUR LE CHANT SERVENT DE LIAISON ENTRE L’OPUS CAEMENTICUM ET LE PAREMENT. PAR A. CHOISY DANS JEAN-PIERRE ADAM ; LA CONSTRUCTION ROMAINE : MATÉRIAUX ET TECHNIQUES, 1998.....	39
FIGURE 2.2.9 - RESTES D’UNE VOÛTE EN OPUS CAEMENTICUM DANS LES THERMES DE CARACALLA. ON NOTE LES TRACES DES BRIQUES SUR CHANT QUI SONT VISIBLES DEPUIS QUE LE PAREMENT CONSTITUÉ PAR LE COUCHIS S’EST EFFONDRE. ; JEAN-PIERRE ADAM ; OP.CIT.	39
FIGURE 3.1.1 - STABLE STATE OF CRACKED VOUSOIR ARCH DANS [10, p. 15].....	49
FIGURE 3.1.2 - ARC D’ÉPAISSEUR MINIMALE. IL S’INSCRIT LE POLYGONE FUNICULAIRE. IL EST TANGENT EN TROIS POINT. TROIS ROTULES PLASTIQUES SONT COMPLÈTEMENT FORMÉES SOUS L’HYPOTHÈSE DE LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION INFINIE. DANS [20, p. 21].....	50
FIGURE 3.2.1 - ANALYSE DE G. POLENI DU DÔME DE SAINT PIERRE : POLYGONE FUNICULAIRE ET ANALOGIE AVEC UN CÂBLE, 1748, EXTRAIT DE [27]	60
FIGURE 3.2.2 - GAUDI AVEC LE MODÈLE SUSPENDU DE LA COLÒNIA GÜELL	61
FIGURE 3.2.3 - MODÈLE SUSPENDU DE GAUDI POUR UNE ÉGLISE (DANS [26, p. 7]	62
FIGURE 3.2.4 - FORME ESTAMPÉE DE HORACIO CAMINOS ISSU DE L’ARTICLE “RESEARCH ON SHAPE” ÉCRIT PAR LUI-MÊME BULLETIN IASS, 1962, REPRODUIT DANS [26, p. 8].....	62
FIGURE 3.2.5 – « PHOTO DE MAQUETTE. 9 VOILES FORMENT UN ENSEMBLE QUI NE S’APPUIE QUE SUR 4 PILIERS INTÉRIEURS » DANS [28, p. 385].....	63
FIGURE 3.2.6 - INSTALLATION D’ESSAIS SUR UNE COQUE EN VERRE ACRYLIQUE DANS [29, p. 347]	63
FIGURE 4.1.1 - DÉFORMÉE AMPLIFIÉE 5000 FOIS D’UNE VOÛTE À PROFIL EN CHAINETTE SOUS L’ACTION DU POIDS PROPRE OBTENUE AVEC PYTHAGORE.	83
FIGURE 4.1.2 - COUPOLE DU SMITHFIELD POULTRY MARKET – VUE INTÉRIÈRE.....	84
FIGURE 4.1.3 - COUPOLE DU SMITHFIELD POULTRY MARKET – VUE EXTÉRIÈRE.	84
FIGURE 4.2.1 – SCHÉMA D’ÉQUILIBRE DES EFFORTS NORMAUX SUIVANT LES DIRECTIONS PRINCIPALES D’UNE SURFACE. A GAUCHE, SANS CHARGE EXTERNE (ÉLÉMENT DE SURFACE ANTICLASTIQUE), À DROITE AVEC CHARGE EXTERNE (ÉLÉMENT DE SURFACE SYNCLASTIQUE).....	88
FIGURE 4.4.1 – ESSAI DE RELAXATION DYNAMIQUE RÉALISÉ AVEC DEUX RÉSEAUX DE CÂBLES NUMÉRIQUES. SUPERPOSITION DES RÉSULTATS OBTENUS POUR UN RÉSEAU QUADRANGULAIRE (EN BLEU) ET LE MÊME RÉSEAU DOTÉ DE LIENS DIAGONAUX (EN ROUGE). LA GÉOMÉTRIE INITIALE POUR LES DEUX RÉSEAUX EST REPRÉSENTÉE PAR LE MAILLAGE À SURFACE GRISE.	94
FIGURE 4.4.2 - MISE EN ÉVIDENCE DES LIENS LES PLUS SOLlicitÉS.	94
FIGURE 4.5.1 - COMPOSANTS D’UN CHAMP DES DÉPLACEMENTS :	100

FIGURE 4.5.2 – APPROXIMATION D’UNE COURBE PAR UNE PARABOLE (SPLINE DE 2 ND DÉGRÉE INTERPOLÉE ENTRE TROIS POINTS). LES TANGENTES À LA JONCTION ENTRE DEUX ÉLÉMENTS NE SONT PLUS COLINÉAIRES. ILLUSTRATION DANS [7, P. 216]	102
FIGURE 4.5.3 – « DISLOCATION INÉVITABLE À LA JONCTION DE DEUX ÉLÉMENTS TRIANGULAIRES DE TYPE MARGUERRE » [7, P. 216]	103
FIGURE 4.5.4 – « DISLOCATION MODIFIANT LA RAIDEUR D’UNE STRUCTURE : (A) VUE ; (B) DISCRÉTISATION (COUPE). » [7, P. 217]	103
FIGURE 4.5.5 – MOMENTS PARASITES QUI APPARAISSENT SUR UN CYLINDRE GROSSIÈREMENT FACETTÉ SOUMIS À PRESSION UNIFORME. [7, P. 217]	104
FIGURE 5.2.1 – 1 ^{ÈRE} SÉRIE DE RELAXATIONS - VUE PERSPECTIVE DU MAILLAGE	112
FIGURE 5.2.2 - 1 ^{ÈRE} SÉRIE DE RELAXATIONS - VUE EN PLAN - REPÈRES LOCAUX DES FACETTES (X-ROUGE, Y-BLEU)	112
FIGURE 5.2.3 - 1 ^{ÈRE} SÉRIE DE RELAXATIONS – MOMENTS MX.....	113
FIGURE 5.2.4 - 1 ^{ÈRE} SÉRIE DE RELAXATIONS – MOMENTS MY.....	113
FIGURE 5.2.5 – 2 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS - VUE PERSPECTIVE DU MAILLAGE.....	114
FIGURE 5.2.6 - 2 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS - VUE EN PLAN - REPÈRES LOCAUX DES FACETTES (X-ROUGE, Y-BLEU).....	114
FIGURE 5.2.7 - 2 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS – MOMENTS MX.....	115
FIGURE 5.2.8 - 2 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS – MOMENTS MY.....	115
FIGURE 5.2.9 - 3 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS - VUE EN PLAN – CONTRAINTES PRINCIPALES EN FIBRE MOYENNE. SUR CETTE REPRÉSENTATION, LES CONTRAINTES DE TRACTION SONT TROP PETITES POUR ÊTRE VISIBLES.....	117
FIGURE 5.2.10 - 3 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS – CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE INFÉRIEURE	117
FIGURE 5.2.11 - 3 ^{ÈME} SÉRIE DE RELAXATIONS – CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE SUPÉRIEUR	117
FIGURE 5.3.1 - PHOTOGRAPHIE PAR KLEMENZ BREITFUSS DE LA STRUCTURE EXPÉRIMENTALE RÉALISÉE SUR LE CAMPUS DE L’ETHZ EN 2010. DISPONIBLE SUR LE SITE INTERNET DU BRG.	121
FIGURE 5.3.2 - GÉOMÉTRIE TÉLÉCHARGEABLE SOUS FORMAT RV2 (SESSION RHINOVAULT2) SUR LA PAGE GITBOOK DU BRG.....	121
FIGURE 5.3.3 - CHARGE CONCENTRÉE DE 3 T APPLIQUÉ À LA STRUCTURE EXPÉRIMENTALE. « AUCUNE FISSURATION VISIBLE » N’A PU ÊTRE CONSTATÉE. [38, P. 53].....	121
FIGURE 5.3.4 – VALEURS DE DENSITÉS DE FORCES APPLIQUÉES AUX BORDS.....	123
FIGURE 5.3.5 – SCHÉMA DE FORME APRÈS RELAXATION.....	123
FIGURE 5.3.6 – DIAGRAMME DE FORME (À GAUCHE) ET DIAGRAMME DES FORCES INITIAL. LES NOMBRES INDIQUENT LA DÉVIATION ANGULAIRE (EN DÉGRÉES) ENTRE ARRÊTE ET VECTEUR FORCE RELATIVEMENT À LA VALEUR CIBLE QUI EST DE 90°.	123
FIGURE 5.3.7 – DIAGRAMME DE FORME (À GAUCHE) ET DIAGRAMME DES FORCES ÉQUILIBRÉ.....	124
FIGURE 5.3.8 – GÉOMÉTRIE EN TROIS DIMENSIONS, LE THRUST DIAGRAM.	125
FIGURE 5.3.9 – TILEVAULT - « THRUST DIAGRAM”, APRÈS REMAILLAGE AVEC LA FONCTION « QUADREMESH ».	126
FIGURE 5.3.10 – TILEVAULT – MOMENTS DE FLEXION MX – LA ZONE BLEU CORRESPOND À UN MOMENT DE -0.59 kNm/M.	127
FIGURE 5.3.11 – TILEVAULT – CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE SUPÉRIEURE	127
FIGURE 5.3.12 – VOÛTE À PROFILE EN CHAINETTE - PERSPECTIVE.....	127
FIGURE 5.3.13 – VOÛTE À PROFILE EN CHAINETTE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES EN FIBRE MOYENNE.....	127
FIGURE 5.3.14 – VOÛTE À PROFILE EN CHAINETTE – MOMENTS DE FLEXION MX (AGISSANT DANS LES PLANS TRANSVERSAUX) – LA ZONE BLEUE CORRESPOND À UN MOMENT D’AMPLITUDE MAXIMALE DE -0.006 kNm/M.	128

FIGURE 5.3.15 – VOÛTE À PROFIL EN CHAINETTE – CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE SUPÉRIEURE, OU ELLES SONT D'AMPLITUDE MAXIMALE. LES VECTEURS BLEUS CORRESPONDENT À LA PLUS FORTE VALEUR DE -0.4 KPA.	128
FIGURE 5.3.16 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – SÉQUENCES DE RELAXATION-MISE À L'ÉCHELLE, PUIS REMAILLAGE.....	129
FIGURE 5.3.17 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – PERSPECTIVE DU MODÈLE.	129
FIGURE 5.3.18 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – ORIENTATION DES REPÈRES LOCAUX.	129
FIGURE 5.3.19 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – MOMENTS DE FLEXION M_X – LES ZONES BLEUE MARINE CORRESPONDENT À UN MOMENT D'AMPLITUDE MAXIMALE DE -0.09 kNm/m.	129
FIGURE 5.3.20 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – MOMENTS DE FLEXION M_Y	129
FIGURE 5.3.21 – RELAXATION MEMBRURES FLEXIBLES – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION AU NIVEAU DE LA FIBRE SUPÉRIEURE OÙ ELLES SONT LARGEMENT PRÉSENTES CONTRAIREMENT AUX FIBRES MOYENNE ET INFÉRIEURE OÙ ELLES N'APPARAISSENT QU'ÀUX BORDS. LES VECTEURS VERTS ET CYANS CORRESPONDENT À UNE CONTRAINTE DE > -32 KPA.	130
FIGURE 6.1.1 – DÉSIGNATION DES FACES D'UNE BRIQUE.....	131
FIGURE 6.2.1 – « INFORMATION INDICATIVE SUR LES PERFORMANCES DES MORTIERS "RECETTE" » [52, P. 59]	151
FIGURE 6.2.2 – « RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE À LA COMPRESSION F_k DE LA MAÇONNERIE » [52, P. 25].....	151
FIGURE 6.2.3 – RÉCAPITULATIF DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DU BLOC DE TERRE COMPRIMÉE (BTC). [52, P. 68].....	153
FIGURE 6.3.1 – CLASSES DE RÉSISTANCE, RÉSISTANCE MOYENNE ET MINIMALE SELON DIN 105.	160
FIGURE 6.3.2 – COURBE CONTRAINTE DÉFORMATION DE BRIQUES PLEINES DANS [41, P. 6].....	162
FIGURE 6.3.3 – DYNAMIQUE DE L'ABSORPTION D'EAU PAR DES BRIQUES À FORT TAUX D'ABSORPTION INITIAL (3.22 kg/(m ² .min). DANS [55, P. 919].	163
FIGURE 6.3.4 - BRIQUES DE TERRE CRUE. A GAUCHE UNE BRIQUE EXTRUDÉE AU FORMAT « 3DF » ET À DROIT UNE BRIQUE « FRAPPÉE EN FROME » AU FORMAT « NF ». DANS [56, P. 2].	164
FIGURE 6.3.5 – COURBES DE SORPTION DES DEUX BRIQUES BR1 (ROUGE - DESSOUS) ET BR2 (BLEU - DESSUS) DANS [62, P. 80]... 170	170
FIGURE 6.3.6 – CONTRAINTES DE RUPTURE EN COMPRESSION POUR LES BRIQUES BR1 (ROUGE - DESSOUS) ET BR2 (BLEU - DESSUS) EN FONCTION DE LA TENEUR EN EAU, DANS [62, P. 116].....	171
FIGURE 6.3.7 – COURBE CONTRAINTE/DÉFORMATION DES ESSAIS DE TRUJILLO [61, P. 129]. « SCEB » SONT DES BTC STABILISÉS AU CIMENT, « SAB ET AB » DES BRIQUES ADOBE.....	174
FIGURE 6.3.8 – « VALEUR DE CONTRAINTE À LA RUPTURE EN COMPRESSION DES DEUX BRIQUES SUIVANT LE SENS PERPENDICULAIRE (NOIR) ET PARALLÈLE (GRIS) À L'ORIENTATION DES PLAQUETTES D'ARGILES » [62, P. 110]	177
FIGURE 6.3.9 – RÉSISTANCE À LA COMPRESSION ET MODULE D'ÉLASTICITÉ EN COMPRESSION, EN FONCTION DE LA TENEUR EN EAU POUR LES BRIQUES BR1 (ROUGE - DESSOUS) ET BR2 (BLEU - DESSUS). DANS [62, P. 116].	179
FIGURE 6.3.10 – RÉSISTANCE À LA TRACTION EN FLEXION ET MODULE D'ÉLASTICITÉ EN FLEXION, EN FONCTION DE LA TENEUR EN EAU POUR LES BRIQUES BR1 (ROUGE - DESSOUS) ET BR2 (BLEU - DESSUS). DANS [62, P. 119].	179
FIGURE 6.3.11 – RÉSISTANCE À LA TRACTION (ESSAI BRÉSILIEN) ET MODULE D'ÉLASTICITÉ CORRESPONDANT, EN FONCTION DE LA TENEUR EN EAU POUR LES BRIQUES BR1 (ROUGE - DESSOUS) ET BR2 (BLEU - DESSUS). DANS [62, P. 121].....	179
FIGURE 6.3.12 - MORTIER D'USAGE COURANT – RÉSULTATS D'ESSAIS METTANT EN RELATION LE MODULE D'ÉLASTICITÉ E ET LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION βd . (DANS [41, P. 9]).....	187
FIGURE 6.3.13 - MORTIER D'USAGE COURANT - RÉSULTATS D'ESSAIS METTANT EN RELATION LE MODULE D'ÉLASTICITÉ TRANSVERSAL $E_t = E_v$ ET LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION βd . (DANS [41, P. 9])	187

FIGURE 6.3.14 – CLASSIFICATION DES CHAUX HYDRAULIQUES NATURELLES EN FONCTION DE LA TENEUR EN Ca(OH)_2 LIBRE ET DE LA RÉSISTANCE EN COMPRESSION DES « MORTIERS STANDARDS ». LA TENEUR EST À PRIORI EXPRIMÉ EN % DE MASSE MAIS CE N'EST PAS PRÉCISÉ. (DANS [70, P. 6]).....	191
FIGURE 6.3.15 – RÉSISTANCE À LA COMPRESSION À 28 JOURS D'ÉCHANTILLONS DE MORTIER NHL D'USAGE COURANT (SANS SUFFIXE) ET STANDARD (SUFFIXE S). ESSAIS RÉALISÉS SELON EN 1015-11.....	192
FIGURE 6.3.16 – FORMULATION DES « MORTIERS STANDARD » À UTILISER POUR LA PRÉPARATION DES ÉCHANTILLONS SELON EN 459 (DANS [70, P. 9]).	193
FIGURE 6.3.17 – FORMULATION DES MORTIERS « D'USAGE COURANT EN RESTAURATION » UTILISÉ POUR LES ÉCHANTILLONS DE FIGUEIREDO ET ALL. (DANS [70, P. 9]).....	193
FIGURE 6.3.18 – ÉVOLUTION DE LA RÉSISTANCE DES MORTIERS « D'USAGE COURANT EN RESTAURATION ». DANS [70, P. 11]. ...	194
FIGURE 6.3.19 – APPAREILLAGE D'ESSAI UTILISÉ POUR LES ESSAIS DE TYPE « BOND WRENCH ». DANS [55, P. 917].....	196
FIGURE 6.3.20 – « ESSAIS DE FLEXION SUR DES ÉPROUVETTES DE PLÂTRE SÈCHES ET SATURÉES EN EAU, VITESSE DE TRAVERSE 1MM/MIN, D'APRÈS LES RÉSULTATS DE COQUARD » [72, P. 45].....	201
FIGURE 6.3.21 – « CYCLES DE CHARGE-DÉCHARGE SUR DU PLÂTRE PRIS GÂCHÉ À $E/P = 0.82$ ET SATURÉ EN EAU, D'APRÈS PÉRONNET » [72, P. 45].....	201
FIGURE 6.3.22 - « ÉVOLUTION DE LA CONTRAINTE À LA RUPTURE EN COMPRESSION D'UN PLÂTRE GÂCHÉ À $E/P = 0.6$ EN FONCTION DE LA MASSE D'EAU ABSORBÉE, D'APRÈS ANDREWS. » D'APRÈS [72, P. 46].....	201
FIGURE 6.3.23 - ISOTHERME À 20 °C DE L'HUMIDITÉ D'ÉQUILIBRE DU PLÂTRE EN FONCTION DE L'HUMIDITÉ RELATIVE DE L'AIR. D'APRÈS BOUSTINGORRY DANS [71, P. 55].....	202
FIGURE 6.3.24 -COURBES DE FORCE / DÉFORMATION EN ESSAIS DE FLEXION 3 POINTS POUR DIFFÉRENTES HUMIDITÉS RELATIVES DE L'AIR. ESSAIS EFFECTUÉS PAR BADENS, REPORTÉS PAR [72, P. 47].	202
FIGURE 6.3.25 – « ÉVOLUTION ANNUELLE DE LA TEMPÉRATURE DE L'AIR, DE L'HUMIDITÉ RELATIVE ET DE LA PRESSION PARTIELLE EN VAPEUR D'EAU. MOYENNES CALCULÉES SUR 5 JOURS POUR ZURICH (1901–1969). » Φ_M : HUMIDITÉ RELATIVE DE L'AIR... 206	206
FIGURE 6.3.26 - ÉVOLUTION JOURNALIÈRE MOYENNE DE L'HUMIDITÉ (ÉTÉ/HIVER) SUR LE PLATEAU SUISSE ; Φ_M : VALEURS MOYENNES MENSUELLES.	207
FIGURE 6.3.27 – CLASSES DE RÉSISTANCE POUR MORTIERS DE TERRE SELON DIN 18946. LA CLASSE EST FONCTION DE LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION (2 ND COLONNE). L'ADHÉRENCE MINIMALE IMPOSÉE EST DE 0.04 MPA POUR LES TROIS CLASSES.....	210
FIGURE 6.3.28 – RÉSISTANCE ET MODULE D'ÉLASTICITÉ CORRESPONDANT POUR UN MORTIER DE TERRE EN FONCTION DE LA TENEUR EN EAU. POUR LA CONTRAINTE, DANS L'ORDRE DEPUIS LE HAUT VERS LE BAS : COMPRESSION (RONDE), FLEXION (LOSANGE), BRÉSILIEN (TRIANGLE). DANS [62, P. 122].....	213
FIGURE 6.4.1 - COURBES CONTRAINTE-DÉFORMATION POUR DIFFÉRENTS MATÉRIAUX. LES BRIQUES DE TERRE CRUE (3DF ET NF) SE DÉFORMENT DE FAÇON NON-LINÉAIRE, ET CE À PLUS FORTE RAISON POUR UNE HRA ÉLEVÉE. DANS [56, P. 7].....	217
FIGURE 6.4.2 - COURBE SCHÉMATIQUE DE CONTRAINTE-DÉFORMATION EN COMPRESSION ET TRACTION POUR DES BRIQUES DE TERRE CRUE. DANS [56, P. 8].....	217
FIGURE 6.4.3 - AÉROPORT PARIS-ORLY – HUMIDITÉ RELATIVE DE L'AIR ENTRE LE 1 ^{ER} ET LE 31 DÉCEMBRE 2021.	220
FIGURE 6.4.4 - HUMIDITÉ D'ÉQUILIBRE « DU BOIS EN FONCTION DE L'HUMIDITÉ ET DE LA TEMPÉRATURE, SELON L'ÉQUATION HAILWOOD-HORROBIN. »	221

FIGURE 6.4.5 – AÉROPORT INTERNATIONAL FELIX-BOUÉ À CAYENNE – HUMIDITÉ RÉLATIVE DE L’AIR ENTRE LE 1 ^{ER} ET LE 29 JUILLET 2022.	221
FIGURE 6.4.6 – TABLEAU CLIMATIQUE DE CAYENNE	221
FIGURE 6.4.7 – « VARIATION MENSUELLE DE L’HUMIDITÉ RELATIVE DE LA VILLE DE BISKRA », [75, P. 343]	222
FIGURE 6.5.1 – REPRÉSENTATION DE L’APPAREILLAGE – HYPOTHÈSES GÉOMÉTRIQUES	226
FIGURE 6.5.2 – MODÉLISATION D’UNE SECTION DE L’APPAREILLAGE AVEC LES INTERFACES DE MORTIER. EN RÉPONSE À UNE SOLLICITATION EN TRACTION AXIALE PARALLÈLE À LA DIRECTION LONGITUDINALE, LES INTERFACES CONTRIBUENT EN TRACTION (ROUGE) ET EN CISAILLEMENT (VERT).	234
FIGURE 6.5.3 – MODÉLISATION D’UNE SECTION DE L’APPAREILLAGE AVEC LES INTERFACES DE MORTIER. EN RÉPONSE À UNE SOLLICITATION EN TRACTION AXIALE PARALLÈLE À LA DIRECTION TRANSVERSALE, LES INTERFACES CONTRIBUENT EN TRACTION (ROUGE) ET EN CISAILLEMENT (VERT).	245
FIGURE 6.5.4 – REPRÉSENTATION DE LA DÉFORMATION DES JOINTS ENTRE LITS EN FLEXION : TRACTION DE FLEXION ET CISAILLEMENT.	249
FIGURE 6.5.5 – ASSIMILATION DES CONTRAINTES DANS LES JOINTS ENTRE LITS À DES CONTRAINTES DE FLEXION SIMPLE. LA DÉFORMATION EST REPRÉSENTÉE DESSUS, L’APPROXIMATION DES CONTRAINTES DESSOUS.	250
FIGURE 6.5.6 – REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE EN COUPE LONGITUDINALE, DES JOINTS DU PAREMENT DONT LES INTERFACES SONT PARALLÈLES AU PLAN DE FLEXION.	250
FIGURE 6.5.7 – REPRÉSENTATION EN PERSPECTIVE DU JOINT ET MISE EN ÉVIDENCE DES DÉFORMATIONS PAR CISAILLEMENT ET PAR TORSION.	250
FIGURE 6.5.8 – MODÉLISATION D’UNE SECTION DE L’APPAREILLAGE AVEC LES INTERFACES DE MORTIER. EN RÉPONSE À UNE SOLLICITATION EN FLEXION SELON UN PLAN PARALLÈLE À LA DIRECTION LONGITUDINALE, LES INTERFACES CONTRIBUENT EN TRACTION (ROUGE), EN COMPRESSION (BLEU FONCÉ), EN CISAILLEMENT (VERT), EN CISAILLEMENT + TRACTION (JAUNE) ET EN CISAILLEMENT + COMPRESSION (BLEU CLAIR).	253
FIGURE 6.5.9 – SCHÉMA DU MOMENT MOBILISÉ PAR LE CISAILLEMENT DES JOINTS DU PAREMENT.	256
FIGURE 6.5.10 – MODÉLISATION D’UNE SECTION DE L’APPAREILLAGE AVEC LES INTERFACES DE MORTIER. EN RÉPONSE À UNE SOLLICITATION EN FLEXION SELON UN PLAN PARALLÈLE À LA DIRECTION TRANSVERSALE, LES INTERFACES CONTRIBUENT EN CISAILLEMENT (VERT), EN CISAILLEMENT + TRACTION (JAUNE) ET EN CISAILLEMENT + COMPRESSION (BLEU CLAIR).	259
FIGURE 7.1.1 – MAILLAGE FINAL - VUE PERSPECTIVE	277
FIGURE 7.1.2 - MAILLAGE FINAL - VUE EN PLAN - REPÈRES LOCAUX DES FACETTES (X-ROUGE, Y-BLEU)	278
FIGURE 7.2.1 - MAILLAGE FINAL – MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - MOMENTS M_X [kNm/m]	280
FIGURE 7.2.2 - MAILLAGE FINAL – MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - MOMENTS M_Y [kNm/m]	280
FIGURE 7.2.3 - MAILLAGE FINAL – MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION [kPa] EN FIBRE SUPÉRIEURE	280
FIGURE 7.2.4 - MAILLAGE FINAL – MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION [kPa] EN FIBRE INFÉRIEURE	280
FIGURE 7.2.5 - MAILLAGE FINAL – MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - CONTRAINTES PRINCIPALES [kPa] EN FIBRE MOYENNE. SUR CETTE REPRÉSENTATION, LES CONTRAINTES DE TRACTION SONT TROP PETITES POUR ÊTRE VISIBLES.	281
FIGURE 7.2.6 – POSITION DE 3 CHARGES PONCTUELLES	283

FIGURE 7.2.7 – MOMENTS DE FLEXION M_y SOUS CHARGES PONCTUELLES. LE MOMENT D'INTENSITÉ MAXIMALE (ROUGE) EST DE 0.455 kNm/m.	284
FIGURE 7.2.8 – CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN FIBRE INFÉRIEURE.	284
FIGURE 7.2.9 - COEFFICIENTS DE FORME POUR UNE TOITURE CYLINDRIQUE, DANS [83, p. 5.3.5].	285
FIGURE 7.2.10 – CHARGE DE NEIGE – CAS (i)A - DISTRIBUTION UNIFORME	286
FIGURE 7.2.11 – CHARGE DE NEIGE – CAS (ii)A - DISTRIBUTION TRANSVERSALE	286
FIGURE 7.2.12 - CHARGE DE NEIGE – CAS (ii)B - DISTRIBUTION LONGITUDINALE	286
FIGURE 7.2.13 – REPÉRAGE DES PROFILS.	287
FIGURE 7.2.14 – PROFILS LONGITUDINAUX ET TRANSVERSAUX	287
FIGURE 7.2.15 – RÉPARTITION DES ZONES DE PRESSION SELON EC1-1-4.	288
FIGURE 7.2.16 – RÉPARTITION DES ZONES DE PRESSION EXTÉRIEURE APPLIQUÉES POUR UN VENT SELON LA DIRECTION TRANSVERSALE : SCHÉMA À GAUCHE ET CHARGEMENT DES ÉLÉMENTS CORRESPONDANT DANS PYTHAGORE À DROITE. LES FACES TANGENTES À LA DIRECTION DU VENT N'ONT PAS ÉTÉ CHARGÉES.	288
FIGURE 7.2.17 – RÉPARTITION DES ZONES DE PRESSION EXTÉRIEURE APPLIQUÉES POUR UN VENT SELON LA DIRECTION LONGITUDINALE : SCHÉMA À GAUCHE ET CHARGEMENT DES ÉLÉMENTS CORRESPONDANT DANS PYTHAGORE À DROITE.	288
FIGURE 7.2.18 – AIRES PROJETÉS DES FACES ET DES OUVERTURES SUR LES CÔTÉS DE PETITE OUVERTURE	289
FIGURE 7.2.19 - AIRES PROJETÉS DES FACES ET DES OUVERTURES SUR LES CÔTÉS DE GRANDE OUVERTURE	289
FIGURE 7.2.20 – ZONE D'APPUI, CONTRAINTES PRINCIPALES, ÉLÉMENTS FINIS SUR APPUI (DA) EXTÉRIEURS MARQUÉS 1 ET 2.	289
FIGURE 7.2.21 – RÉCAPITULATIF DES CONTRAINTES POUR LES COMBINAISONS EQU-1 ET STR-E2. LES VALEURS ENTRE PARENTHÈSE CORRESPONDENT À DES VALEURS EXTRÊMES AUX ÉLÉMENTS FINIS SUR APPUI (DA) EXTÉRIEURS. LA PREMIÈRE VALEUR EN COMPRESSION CORRESPOND À LA VALEUR EN PARTIE COURANTE, LA SECONDE EN PIED D'OUVRAGE, SOIT LES 4 PREMIERS RANGS D'ÉLÉMENTS FINIS.	293
FIGURE 7.2.22 – COMBINAISONS EQU-1 ET STR-E1 : MOMENTS M_x ET M_y [kNm/m].	295
FIGURE 7.2.23 – MAILLAGE ET CHARGEMENT DANS PYTHAGORE.	300
FIGURE 7.2.24 – FIBRE MOYENNE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION.	301
FIGURE 7.2.25 – FIBRE INFÉRIEURE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION.	306
FIGURE 7.2.26 - MAÇONNERIE DE TERRE CUITE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE COMPRESSION [kPa] EN FIBRE SUPÉRIEURE.	307
FIGURE 7.2.27 - MAÇONNERIE DE TERRE CUITE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION [kPa] EN FIBRE INFÉRIEURE	307
FIGURE 7.2.28 - MAÇONNERIE DE TERRE CRUE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE COMPRESSION [kPa] EN FIBRE SUPÉRIEURE	309
FIGURE 7.2.29 - MAÇONNERIE DE TERRE CRUE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION [kPa] EN FIBRE INFÉRIEURE	309
FIGURE 7.3.1 – MODÈLE « EN ESCALIER » DE L'APPAREILLAGE À 3 COUCHES (DESSUS) ET À 5 COUCHES (DESSOUS).	323
FIGURE 7.3.2 – MODÈLES « À EMBOITEMENTS » DE L'APPAREILLAGE. DESSUS, UN TYPE HYBRIDE, DESSOUS UN TYPE OÙ LES RECouvreMENTS SE SUPERPOSENT PARFAITEMENT.	324
FIGURE 7.3.3 – MODÈLES « À EMBOITEMENTS » DE L'APPAREILLAGE À 5 COUCHES. ACTION DES JOINTS ET CENTRE DE ROTATION.	329
FIGURE 7.3.4 – FIBRE INFÉRIEURE – VECTEURS CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION.	332
FIGURE 7.3.5 – APPAREILLAGE À 5 COUCHES : JONCTION « EN ESCALIER »	335
FIGURE 7.3.6 – APPAREILLAGE À 3 COUCHES : JONCTION « EN ESCALIER »	335

FIGURE 7.3.7 – TERRE CUITE (95 MM) – CHARGE PONCTUELLE (CAS 505) - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION - FIBRE INFÉRIEURE	338
FIGURE 7.3.8 – TERRE CUITE (95 MM) – CHARGE PONCTUELLE (CAS 505) - CONTRAINTES PRINCIPALES DE COMPRESSION - FIBRE INFÉRIEURE	338
FIGURE 7.3.9 – TERRE CUITE (95 MM) – CHARGE PONCTUELLE (CAS 505) - MOMENT DE FLEXION MY	338
FIGURE 7.3.10 – TERRE CUITE – COMBINAISON DÉTERMINANTE VENT & NEIGE EQU-1 (CAS 701) CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION - FIBRE INFÉRIEURE	340
FIGURE 7.3.11 – TERRE CRUE – COMBINAISON DÉTERMINANTE VENT & NEIGE STR-2 (CAS 704) - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION - FIBRE INFÉRIEURE	344
FIGURE 7.3.12 - TERRE CUITE – ACTION DE VENT VIOLENT (CAS 706) - MOMENTS MX– INTENSITÉ MAXIMALE EN ZONE ROUGE (2.15 kNm/m).	346
FIGURE 7.3.13 - TERRE CUITE – ACTION DE VENT VIOLENT (CAS 706) - MOMENTS MY– INTENSITÉ MAXIMALES EN ZONE ROUGE (1.9 kNm/m), ZONE JAUNE-VERT AU DROIT DES VALEURS MAXIMALES DE MX (< 1.0 kNm/m).....	346
FIGURE 7.3.14 – TERRE CUITE – ACTION DE VENT VIOLENT - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION - FIBRE INFÉRIEURE (CAS 706)	347
FIGURE 7.3.15 – ACTION SISMIQUE - DÉFORMÉE AMPLIFIÉE 100 FOIS	350
FIGURE 7.3.16 – ACTION SISMIQUE – ISO-DÉPLACEMENTS Y	350
FIGURE 8.2.1 – PHASE FINALE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE INFÉRIEURE	355
FIGURE 8.2.2 – PHASE FINALE - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE MOYENNE	355
FIGURE 8.3.1 – AVANT DÉCINTREMENT EN FIN D’ÉTAPE 6 - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE MOYENNE - VALEUR EXTRÊME DE –50 kPa EN VERT.....	356
FIGURE 8.3.2 – AVANT DÉCINTREMENT EN FIN D’ÉTAPE 6 - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE SUPÉRIEURE - VALEUR EXTRÊME DE –52 kPa EN VERT-JAUNE. À CE STADE, SEULS LES ARCS PÉRIPHÉRIQUES COMPORTENT UNE COUCHE SUPÉRIEURE	356
FIGURE 8.3.3 – APRÈS DÉCINTREMENT - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE MOYENNE – VALEURS EN PÉRIPHÉRIE > –24 kPa - VALEUR EXTRÊME DE –60 kPa EN VERT.....	357
FIGURE 8.3.4 – APRÈS DÉCINTREMENT - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE SUPÉRIEURE - VALEUR EXTRÊME DE –24 kPa EN JAUNE. À CE STADE, SEULS LES ARCS PÉRIPHÉRIQUES COMPORTENT UNE COUCHE SUPÉRIEURE.	357
FIGURE 8.4.1 – AVANT DÉCINTREMENT - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE INFÉRIEURE – VALEUR EXTRÊME DE –72 kPa EN VERT.	357
FIGURE 8.4.2 – APRÈS DÉCINTREMENT - CONTRAINTES PRINCIPALES DE TRACTION EN COUCHE INFÉRIEURE - VALEUR EXTRÊME DE –72 kPa EN VERT. MAINTENANT CONCENTRÉS AUTOUR DE L’OUVERTURE AU SOMMET.....	357
FIGURE 8.4.3 - COURBES DE CONSTRUCTION	394
FIGURE 8.4.4 - MAILLAGE TRACÉ MANUELLEMENT	395
FIGURE 8.4.5 - MAILLAGE SUBDIVISÉ ET LISSÉ AVEC LE CATMULL-CLARK ALGORITHME	395
FIGURE 8.4.6 - MAILLAGE FINAL AVANT RELAXATION	396
FIGURE 8.4.7 - PONDÉRATION DE LA CHARGE EN FONCTION DE LA SURFACE DES FACETTES ADJACENTES.....	398
FIGURE 8.4.8 - MAILLAGE ORIGINAL (ROUGE) VS MAILLAGE RELAXÉ (BLEU)	399

FIGURE 8.4.9 - VUE FRONTALE - MAILLAGE ORIGINAL (ROUGE) VS MAILLAGE RELAXÉ (BLEU).....	400
FIGURE 8.4.10 - VUE LATÉRALE - MAILLAGE ORIGINAL (ROUGE) VS MAILLAGE RELAXÉ (BLEU)	400
FIGURE 8.4.11 - VUE DE DESSUS - MAILLAGE ORIGINAL (ROUGE) VS MAILLAGE RELAXÉ (BLEU)	400
FIGURE 8.4.12 - MAILLAGE RELAXÉ LISSÉ.....	401
FIGURE 8.4.13 - MAILLAGE RELAXÉ (VERT) - MAILLAGE CORRIGÉ (NOIR).....	402
FIGURE 8.4.14 - GÉOMÉTRIE RELAXÉ (ORANGE) VS GÉOMÉTRIE CORRIGÉE ISSUE DE LA 1ÈRE RELAXATION (NOIR). LES POINTS CORRESPONDENT AUX COURBES-GUIDE DE LA CONSTRUCTION INITIALE. PERSPECTIVE.	403
FIGURE 8.4.15 - MAILLAGE AVANT 2NDE RELAXATION (NOIR) - MAILLAGE APRÈS 2NDE RELAXATION (ORANGE) - VUE EN PLAN....	403
FIGURE 8.4.16 - MAILLAGE AVANT 2NDE RELAXATION (NOIR) - MAILLAGE APRÈS 2NDE RELAXATION (ORANGE) - ÉLÉVATION FRONTALE.....	404
FIGURE 8.4.17 - MAILLAGE AVANT 2NDE RELAXATION (NOIR) - MAILLAGE APRÈS 2NDE RELAXATION (ORANGE) - ÉLÉVATION LATÉRALE	404
FIGURE 8.4.18 - REPÈRES LOCAUX DES FACETTES – PERSPECTIVE ET VUE EN PLAN	406
FIGURE 8.4.19 - DIRECTIONS DES CONTRAINTES PRINCIPALES POUR CHAQUE FACETTE : 1-VERT, 2- ROUGE.....	407
FIGURE 8.4.20 – COURBES APPROCHANT L’ORIENTATION DES CONTRAINTES PRINCIPALES : 1-VERT, 2- ROUGE.....	407
FIGURE 8.4.21 - MOMENTS M1 VALEURS ABSOLUES - ANALYSE AU PREMIER ORDRE	408
FIGURE 8.4.22 – M1 - VALEUR ABSOLUE MAXIMALE AU SOMMET DES ARCS D’OUVERTURE SECONDAIRES	409
FIGURE 8.4.23 - MOMENTS M2 VALEURS ABSOLUES - ANALYSE AU PREMIER ORDRE	409

LISTE DES TABLEAUX

TABLE 6.2.1 - RÉSISTANCE À LA TRACTION EN FLEXION POUR PLAN DE RUPTURE PARALLÈLE AUX LITS F_{xk1} – VALEURS ADMISES PAR L'EC6 EN L'ABSENCE DE RÉSULTATS D'ESSAIS.	134
TABLE 6.2.2 - RÉSISTANCE INITIALE AU CISAILLEMENT F_{vk0} – VALEURS ADMISES PAR L'EC6 EN L'ABSENCE DE RÉSULTATS D'ESSAIS.	135
TABLE 6.2.3 – FOURCHETTES POUR LE FLUAGE, LE RETRAIT/GONFLEMENT À L'HUMIDITÉ ET LA DILATATION THERMIQUE DONNÉS PAR L'ANNEXE NATIONALE FRANÇAISE À L'EC6-1 [44, P. 13].	141
TABLE 6.2.4 - NEW ZEALAND STANDARD 4297:1998 – « STRENGTH TO BE USED FOR DESIGN OF STANDARD GRADE EARTH WALL CONSTRUCTIONS ». DESSOUS, UNE NOTE AVEC DES ORDRES DE GRANDEURS QUI PEUVENT ÊTRE RENCONTRÉS DANS LA PRATIQUE. [50, P. 23].....	146
TABLE 6.2.5 – COMPARAISON, SUIVANT DIFFÉRENTES RÉFÉRENCES NORMATIVES, DES RÉSISTANCES DE DIMENSIONNEMENT D'UNE MAÇONNERIE CONSTITUÉ DE BRIQUES QUI PRÉSENTENT 7.0 MPA COMME RÉSISTANCE MINIMALE EN COMPRESSION MESURÉE LORS D'ESSAIS, COMBINÉ À UN MORTIER M5.	156
TABLE 6.3.1 – CLASSE D'APPLICATION EN FONCTION DE L'EXPOSITION D'APRÈS [60, P. 11].....	167
TABLE 6.3.2 – CRITÈRES DE CLASSEMENT POUR CLASSE D'APPLICATION SELON DIN 18945.	167
TABLE 6.3.3 – CLASSES DE RÉSISTANCE DES BRIQUES DE TERRE CRUE NON-STABILISÉE SELON DIN 18945	168
TABLE 6.3.4 – TERRE CRUE : ÉVOLUTION DE L'ÉLASTICITÉ AXIALE ET TRANSVERSALE EN FONCTION DE L'HUMIDITÉ RELATIVE DE L'AIR. VALEURS MOYENNES DES RÉSULTATS DES ESSAIS SUR BRIQUES NF PAR WIEHLE & BRINKMANN, 2020.	176
TABLE 6.3.5 - COMPOSITION ET PROPORTION DES MÉLANGES POUR DES MORTIERS D'USAGE COURANT. [67]	183
TABLE 6.3.6 - EXTRAIT DU TABLEAU DE L'ANNEXE NATIONALE À L'EUROCODE 6-1 : DOSAGES EN LIANTS ET CLASSE DE RÉSISTANCE DES MORTIERS DE RECETTE, D'USAGE COURANT, POUR MAÇONNERIE DE TERRE CUIE. « LES DOSAGES EN LIANT(S) SONT EN KG PAR M3 DE SABLE SEC. ».....	184
TABLE 6.3.7 – MÉLANGES DE MORTIERS NHL TESTÉS PAR PAVÍA & HANLEY.....	197
TABLE 6.3.8 - VALEURS MOYENNES ET COEFFICIENTS DE VARIATION DES CHARGES DE RUPTURE ET DES CONTRAINTES CORRESPONDANTES POUR LES ESSAIS DE RÉSISTANCE EN FLEXION, POUR PLAN DE RUPTURE PARALLÈLE AUX LITS DE POSE. DANS [55, P. 920] MEILLEURES CONSISTANCES SURLIGNÉES.	198
TABLE 6.3.9 – INFLUENCE DU RATIO E/P SUR LA DENSITÉ, LE MODULE D'ÉLASTICITÉ ET LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION. VALEURS DONNÉES « À TITRE D'ILLUSTRATION », D'APRÈS [71, PP. 54, 87].	204
TABLE 6.3.10 – CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES MOYENNES DU PLÂTRE PRIS SEC POUR DIFFÉRENTS RATIOS E/P.....	204
TABLE 6.3.11 – ORDRES DE GRANDEURS POUR LES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES MINIMALES DU PLÂTRE AVEC UN RATIO $E/P \leq 0,6$, POUR DES SOLlicitATIONS DE TRÈS COURTE DURÉE. LES VALEURS À RETENIR SONT CELLES POUR UN PLÂTRE SATURÉ, CALCULÉES À PARTIR DES VALEURS POUR UN PLÂTRE SEC.	208
TABLE 6.5.1 – PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES CARACTÉRISTIQUES ADMISES POUR LES BRIQUES, LE MORTIER DE TERRE ET LA MAÇONNERIE EN SE BASANT SUR LES ESSAIS DE BRINKMANN & WIEHLE (* VALEUR HYPOTHÉTIQUES).	233
TABLE 6.5.2 – RÉCAPITULATIF DES CONDITIONS À SATISFAIRE POUR DES EFFORTS CONCOMITANTS.	264
TABLE 6.5.3 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES EXIGÉES POUR LES BRIQUES CUITES.	265
TABLE 6.5.4 – CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DE DÉFORMATION ADMIS POUR LES BRIQUES DE TERRE CUIE.	265
TABLE 6.5.5 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES EXIGÉES POUR LE MORTIER DE CHAUX/CIMENT.....	266

TABLE 6.5.6 – CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DE DÉFORMATION ADMISES POUR LE MORTIER DE CHAUX/CIMENT.	266
TABLE 6.5.7 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES ADMISES POUR L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CUITE.	267
TABLE 6.5.8 – VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS DE L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CUITE.	268
TABLE 6.5.9 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES EXIGÉES POUR LES BRIQUES DE TERRE CRUE.	269
TABLE 6.5.10 – CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DE DÉFORMATION ADMISES POUR LES BRIQUES DE TERRE CRUE.....	269
TABLE 6.5.11 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES EXIGÉES POUR LES MORTIERS DE TERRE CRUE.	270
TABLE 6.5.12 - CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DE DÉFORMATION ADMISES POUR LE MORTIER DE TERRE (* VALEUR HYPOTHÉTIQUE).	270
TABLE 6.5.13 – RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES ADMISES POUR L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CRUE.	275
TABLE 6.5.14 – VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS DE L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CRUE.	276
TABLE 7.2.1 – VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS DE L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CUITE.	299
TABLE 7.2.2 – VALEURS RETENUES POUR LA MODÉLISATION AUX ÉLÉMENTS FINIS DE L'APPAREILLAGE EN BRIQUES DE TERRE CRUE.	299
TABLE 7.3.1 – CONTRAINTES D'INTENSITÉ MAXIMALE [kPA] - TERRE CUITE 165 MM – CALCUL GD NL POUR LE VENT VIOLENT (MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 DP 6787 279) – CALCUL LINÉAIRE ÉLASTIQUE POUR L'ACTION SISMIQUE	318
TABLE 7.3.2 – CONTRAINTES D'INTENSITÉ MAXIMALE [kPA] - TERRE CRUE 305 MM – CALCUL GD NL POUR LE VENT VIOLENT (MO 1093E3 NU 0.104 DE 1.776 DP 1657 91) – CALCUL LINÉAIRE ÉLASTIQUE POUR L'ACTION SISMIQUE	320

LISTE DES ÉQUATIONS

2.1.1 – COQUES : RATION ENTRE RAYON COURBURE MINIMAL ET ÉPAISSEUR SELON HEYMAN.....	31
3.1.1 – COQUES : RATION ENTRE RAYON COURBURE MINIMAL ET ÉPAISSEUR SELON TGC EPFL	45
3.1.2 – COQUES HÉMISPHERIQUES SOUS L’ACTION DU POIDS PROPRE - EFFORT LINÉIQUE CONCENTRIQUE, À SA BASE	48
3.1.3 – COQUES HÉMISPHERIQUES SOUS L’ACTION DU POIDS PROPRE - EFFORT LINÉIQUE EN DIRECTION DES MÉRIDIENS, À SA BASE	48
3.2.1 – DR : RÉSULTANTE SUR NŒUD	74
3.2.2 – DR : EFFORT DU LIEN.....	74
3.2.3 – DR : VITESSE DU NŒUD	74
3.2.4 – DR : POSITION DU NŒUD	74
4.5.1 – COUPOLES : CONTRAINTE CRITIQUE DE FLAMBEMENT SELON HEYMAN.....	105
4.5.2 – PRESSION CRITIQUE POUR UNE COQUE SPHÉRIQUE CHARGÉE PAR UNE PRESSION UNIFORME (ZOELLY 1915)	107
4.5.3 – PRESSION CRITIQUE POUR UNE COQUE CYLINDRIQUE CHARGÉE PAR UNE PRESSION UNIFORME (LÉVY 1884, BRYAN 1886)	107
6.2.1 – EC6 - RÉSISTANCE À LA COMPRESSION CARACTÉRISTIQUE D’UN MUR.....	136
6.2.2 – MEILLEURE APPROXIMATION SELON EC6 DE LA RÉSISTANCE À LA COMPRESSION CARACTÉRISTIQUE D’UN APPAREILLAGE DE VOÛTE CATALANE	137
6.2.3 – EC6 - RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT D’UNE MAÇONNERIE DONT L’ENSEMBLE DES JOINTS SONT REMPLIS.	138
6.2.4 – EC6 – MODULE D’ÉLASTICITÉ SÉCANT À COURT TERME E	139
6.2.5 – EC6 – MODULE DE CISAILLEMENT G	140
6.2.6 – EC6 – MODULE D’ÉLASTICITÉ À LONG TERME $E_{LONG TERM}$	140
6.2.7 – NZS - RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE À PARTIR DE 5 ÉCHANTILLONS	147
6.3.1 – RESISTANCE EN TRACTION CARACTÉRISTIQUE DE LA BRIQUE (VALEUR DE RÉFÉRENCE À VÉRIFIER AU CAS PAR CAS)	162
6.3.2 – HYPOTHÈSE DE LA LIMITE D’ÉLASTICITÉ DE MATÉRIAUX DE TERRE EN FONCTION DE LA RÉSISTANCE ULTIME, SELON OLIVIER.....	173
6.3.3 – MODULE D’ÉLASTICITÉ TRANSVERSAL	175
6.3.4 – COEFFICIENT DE POISSON EN FONCTION DE E ET Q.....	176
6.5.1 – TRACTION PURE – RAPPORT ENTRE CISAILLEMENT ET TRACTION DE JOINTS PERPENDICULAIRES.....	236
6.5.2 – TRACTION PURE – DIRECTION LONGITUDINALE - EFFORT CONDUISANT À L’ENDOMMAGEMENT DES COUCHES INTERNES DANS L’ÉTAT FISSURÉ	237
6.5.3 – TRACTION PURE – DIRECTION LONGITUDINALE - EFFORT RÉSISTANT MAXIMAL DANS L’ÉTAT NON-FISSURÉ	238
6.5.4 – TRACTION PURE – DIRECTION TRANSVERSALE - EFFORT CONDUISANT À L’ENDOMMAGEMENT DES COUCHES INTERNES DANS L’ÉTAT FISSURÉ	246
6.5.5 – FLEXION – CONTRAINTE DE TRACTION PAR FLEXION DANS LES JOINTS ENTRE LITS EN FONCTION DE LA DÉFORMATION ANGULAIRE	250
6.5.6 – MOMENT DE TORSION D’UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FONCTION DE LA CONTRAINTE MAXIMALE DE TORSION.	251
6.5.7 – FLEXION – RAPPORT ENTRE CONTRAINTES	252
6.5.8 – FLEXION – ANGLE DE ROTATION ENTRE BRIQUES ADJACENTES EN FONCTION DE LA CONTRAINTE DANS LES JOINTS ENTRE LITS.	254

6.5.9 – EFFORTS CONCOMITANTS DE TRACTION ET DE FLEXION – INÉQUATION À VÉRIFIER POUR LA CONTRAINTE ÉQUIVALENT POUR UNE SECTION HOMOGENÈ.	262
6.5.10 – EFFORTS CONCOMITANTS DE TRACTION ET DE FLEXION DANS LA DIRECTION 1 ET TRACTION DANS LA DIRECTION 2 – INÉQUATION À VÉRIFIER POUR LES CONTRAINTES ÉQUIVALENTES.	263
6.5.11 – EFFORTS CONCOMITANTS DE FLEXION SELON LES DEUX DIRECTIONS 1 ET 2 – INÉQUATION À VÉRIFIER POUR LES CONTRAINTES ÉQUIVALENTES.	263
7.3.1 – CONTRAINTE LIMITE DE CISAILLEMENT SUR INTERFACES DES RECOUUREMENTS.	330
7.3.2 – CONTRAINTE LIMITE DE TRACTION SUR INTERFACES DES RECOUUREMENTS.	330

RÉSUMÉ

Ce travail traite la conception et l'analyse d'une voûte catalane, une coque en maçonnerie multicouche, construite sans cintrage intégral. À cette fin, trois champs thématiques sont développés :

- L'optimisation de forme (form finding) appliquée aux coques funiculaires ;
- La modélisation des mécanismes de résistance de ces maçonneries cohésives par la résistance des matériaux, permettant d'aboutir à sa représentation homogénéisée ;
- L'analyse et le dimensionnement des coques qui combinent la méthode des éléments finis à cette homogénéisation de la maçonnerie.

Après établissement de l'état de l'art, l'optimisation par relaxation dynamique est mise en application et comparée à d'autres méthodes.

Lors de l'établissement des mécanismes de résistance de la maçonnerie, une attention particulière est portée sur les matériaux en terre crue. Le cadre normatif et réglementaire international est questionné aboutissant à des réflexions quant à son amélioration.

Pour le cas d'étude, différentes configurations (matériau / épaisseur) sont proposées en réponse à différentes sollicitations. Enfin, un phasage de construction est proposé.

Mots clés : Voûte catalane, Coque, Optimisation de forme, Relaxation dynamique, Maçonnerie, Terre cuite, Terre crue, Analyse limite, Méthode des éléments finis.

SUMMARY

This work deals with the design and analysis of a Catalan vault, a multi-layered masonry shell, built without full framework. To this end, three thematic fields are developed:

- Form finding applied to funicular shells;
- The modelling of the resistance mechanisms of these cohesive masonries by the resistance of materials, leading to its homogenised representation;
- The analysis and structural design of the shells combining the finite element method with this homogenisation of the masonry.

After establishing the state of the art, optimisation by dynamic relaxation is applied and compared to other methods.

When establishing the resistance mechanisms of masonry, special attention is paid to raw earth materials. The international normative and regulatory framework is questioned, leading to reflections on its improvement.

For the case study, different configurations (material / thickness) are proposed in response to different solicitations. Finally, a construction phasing is proposed.

Key words: Catalan vault, Tile vault, shell, Formfinding, shape optimisation, dynamic relaxation, masonry, clay, raw clay, limit analysis, finite element method.

A. ANNEXES

A.1. RAPPORT ENTRE ÉLANCEMENT ET POUSSÉE – CAS DE LA CHAINETTE

On se propose ici d'évaluer l'influence du paramètre a dans l'expression de la chaînette sur la poussée exercée par un arc dont le profil de la ligne moyenne suit le tracé de la chaînette. Il s'agit d'un arc qui est soumis à son seul poids propre et dont la ligne moyenne se confond donc avec la ligne funiculaire. Cet arc ne reprend pas les moments de flexions. Seuls les efforts normaux et de cisaillement sont transmis.

Expression de la chaînette :

$$f(x) = a \cosh \frac{x}{a} \quad \text{ou} \quad f(x) = a \frac{e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}}{2} \quad (1)$$

Il est à noter que l'unité de a est l'unité de longueur, p.ex. le mètre.

En raison de la symétrie, nous savons que la *réaction verticale* R_v est égale à la demi-longueur de la chaînette multipliée avec son *poids linéique* ρ .

Expression de la *longueur de la chaînette* pour $-x_0 \leq x \leq x_0$:

$$L = 2a \sinh \frac{x_0}{a} \quad (2)$$

Le rapport entre réaction verticale R_v et *réaction horizontale* R_h est donné par la direction de la tangente au niveau de l'appui. Si α est l'*angle de la tangente avec l'horizontale*, on a :

$$\frac{R_v}{R_h} = \tan \alpha \quad (3)$$

La tangente correspond à la dérivée de la fonction en ce point. La *dérivée de l'expression de la chaînette* est donnée par l'expression :

$$\frac{df}{dx} = \sinh \frac{x}{a} \quad (4)$$

Le rapport entre Réaction verticale R_v et Réaction horizontale R_h devient :

$$\frac{R_v}{R_h} = \sinh \frac{x_0}{a}$$

$$\Leftrightarrow \quad (5)$$

$$R_h = \frac{R_v}{\sinh \frac{x_0}{a}} \quad \text{avec} \quad R_v = \rho a \sinh \frac{x_0}{a}$$

On obtient finalement :

$$\boxed{R_h = \rho a} \quad (6)$$

La poussée est indépendante de la longueur du segment considéré. Comme pour tout arc qui n'est chargé que verticalement, la poussée est logiquement constante sur toute la longueur de l'arc.

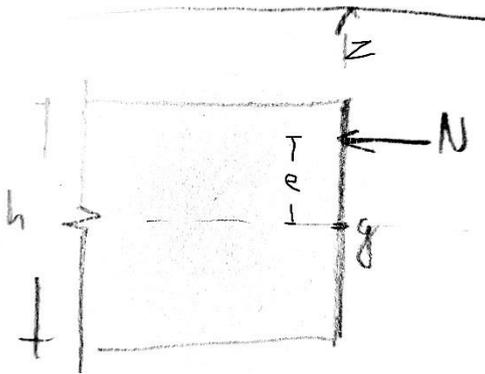
On peut donc simplement multiplier le poids linéique ρ [kN/m] avec le paramètre a [m] afin d'obtenir directement la poussée.

A.2. RÈGLE DU TIERS CENTRAL

HYPOTÈSES

- Navier / Bernoulli : Comportement élastique-linéaire, Section restent planes
- Contrainte de traction nulle

ÉTAT DE CONTRAINTE ADMISSIBLE RECHERCHÉ



Expression de la contrainte dans une section sollicitée par un effort Normal excentré :

$$\sigma_c(z) = -\frac{N}{A} - \frac{Ne}{I}z \quad (1)$$

Pour $z = h/2$ et $\sigma_c(z) = 0$ (limite de décompression) :

$$e = -\frac{2I}{Ah} \quad (2)$$

Pour une section rectangulaire on obtient :

$$e = -\frac{h}{6} \quad (3)$$

Donc, pour ne pas avoir de décompression, l'excentricité doit être :

$$-\frac{h}{6} \leq e \leq \frac{h}{6} \quad (4)$$

D'où la règle du tiers central : Condition pour l'absence de fissuration pour des matériaux à résistance à la traction nulle.

A.3. MODÉLISATION ET OPTIMISATION DE LA GÉOMÉTRIE

A.3.1. GÉOMÉTRIE INITIALE

TRACÉ DE COURBES DE CONSTRUCTION

Le tracé à suivi le procédé suivant :

- Report des dimensions en plan. Emprise et ouvertures. Courbes d'appui (**en rouge**).
Division des courbes d'appui en 10 segments.
- Report des hauteurs des ouvertures et de la voûte selon élévations.
- Tracé des arcs périphériques (**en rouge**) : Spline de degré 3 interpolée entre les 3 points. Naissance, sommet, naissance.
- Tracé des crêtes (lignes selon les deux sections médianes **en rouge**) : Comme précédemment un spline de degré 3 puis translation des 2 points de contrôle des spline de 1 m vers le bas. Remonter le sommet de 1m. La géométrie correspond assez précisément à celle représentée dans [4, p. 48] en effectuant cette opération pour les deux arcs d'ouverture.
- Division des crêtes en 10 segments.
- Tracé des diagonales depuis le milieu des lignes d'appui. Une spline passant par le sommet. (**en orange**)
- Tracé de 2 splines par coté formant des arcs supplémentaires à proximité des ouvertures (**en brun**) en passant par les deux premières terminaisons des segments des courbes d'appui et de crête.

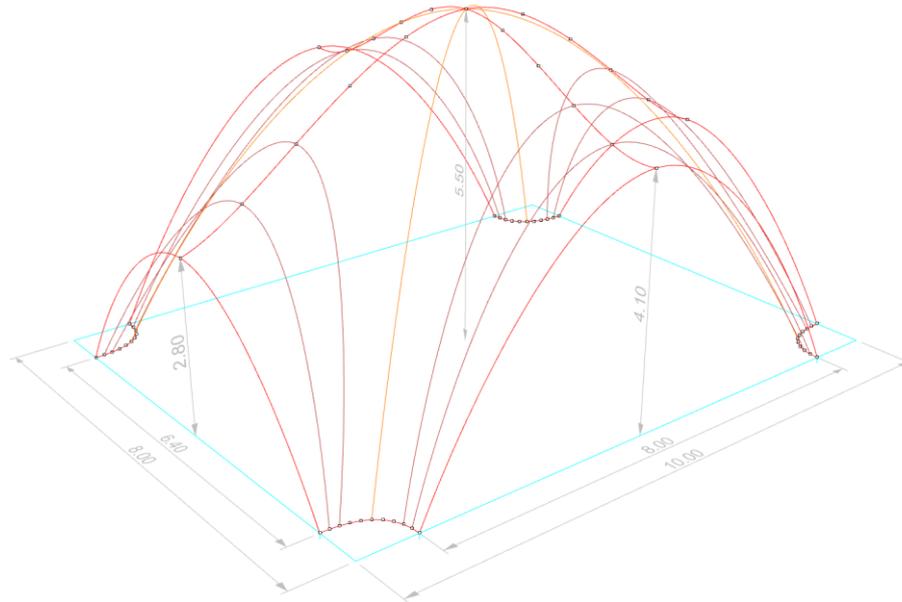


Figure 8.4.3 - Courbes de construction

On note que les courbes correspondent, à l'exception des lignes de crêtes, à ce qu'on peut assumer être la direction des contraintes principales 1, donc la direction de la descente des charges. Les arrêtes du maillage en cette direction vont limiter les déformations selon ces directions lors de la relaxation. Le choix de leur orientation revêt donc une certaine importance si l'on souhaite respecter au mieux la géométrie initiale.

MAILLAGE

Le maillage a été tracé manuellement pour un quartier de la structure, facette par facette. L'union permet d'obtenir un maillage unique. Deux symétries permettent d'obtenir la forme complète.

Les faces s'appuient sur des points obtenus par subdivision des courbes. Une division des arcs diagonaux en 16 segments a permis d'obtenir des faces dont la plus grande dimension est d'environ 1 m.

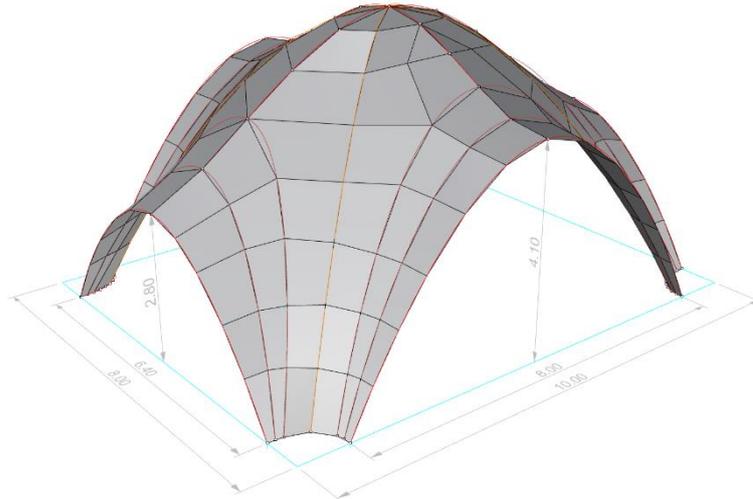


Figure 8.4.4 - Maillage tracé manuellement

Le maillage obtenu a été reconstruit dans Grasshopper avec WeaverBird (WB). Les arêtes ont été extraites, les lignes en double extraites avec le composant de Kangaroo2, puis le maillage reconstruit avec le composant WB « Mesh from lines », ceci afin d'assurer un maillage « propre ».

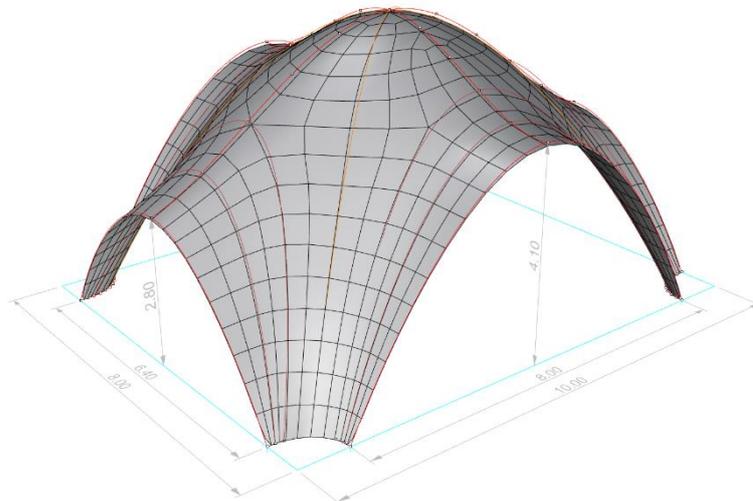


Figure 8.4.5 - Maillage subdivisé et lissé avec le Catmull-Clark algorithm

Une subdivision à une itération selon le Catmull-Clark algorithm (composant WB) permet d'obtenir un maillage lissé avec des faces quadrangulaires d'une dimension moyenne d'environ 0.5 m.

De petits ajustements manuels ont été nécessaires aux supports, les angles saillants n'avaient pas été conservés correctement.

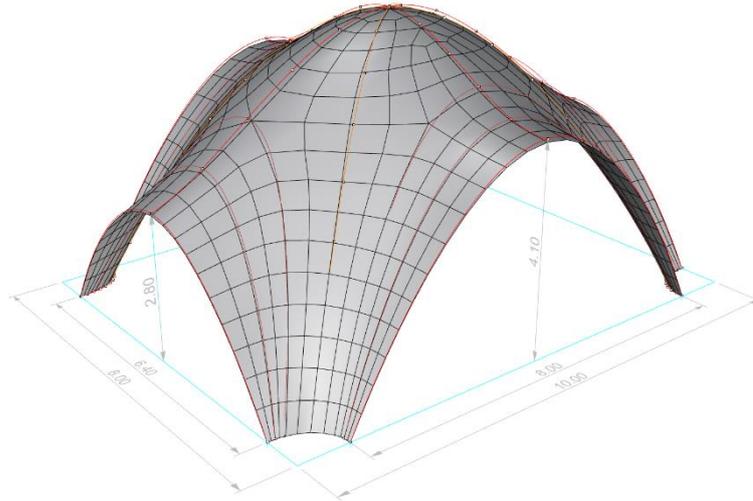


Figure 8.4.6 - Maillage final avant relaxation

A.3.2. 1ÈRE SÉRIE DE RELAXATIONS DYNAMIQUES

Le model a été soumis à une série de 2 relaxations dynamiques simulant un modèle à chaînes suspendues.

Les nœuds ont été reliées entre-elles par des barres dotées d'une rotule en leur milieu, ceci afin d'éviter toute transmission de forces de compression. Comme on ne peut pas directement modifier le code, on doit se contenter de cette astuce.

Grace à l'introduction d'une rotule, les barres se plient sous le moindre effort de compression. Dès à présent, seule l'action des barres en traction définit la géométrie qui s'établi sous la charge.¹

Lorsqu'on inverse la direction de la charge, les éléments au préalable en traction travaillent en compression. Les éléments au préalable en compression ne contribuent pas à l'équilibre puisque leur action a été neutralisée. On obtient alors une structure qui approche la géométrie de la coque par des barres en compression.

Les barres ont été dotés d'une rigidité très importante (10^5 N/m) comparée à l'amplitude des charges appliqués aux nœuds. Ceci afin de respecter au mieux la géométrie initiale.

La charge unitaire verticale ascendante appliquée à chaque nœud est pondérée par la surface des facettes adjacentes. Les valeurs varient ainsi entre 0.4 N et 28.4 N.

¹ Le cas de figure où la barre articulée serait initialement parfaitement droite et, de ce fait, ne se plie pas dans le modèle numérique, devrait éventuellement mieux être considéré. Cependant, vu que les articulations ne reçoivent pas directement de charge, le moindre déplacement des nœuds adjacents chargés provoque déjà une légère pliure initiale. A priori, seulement dans le cas où la barre serrait d'abord mis en traction puis en compression, ce phénomène peut se produire.

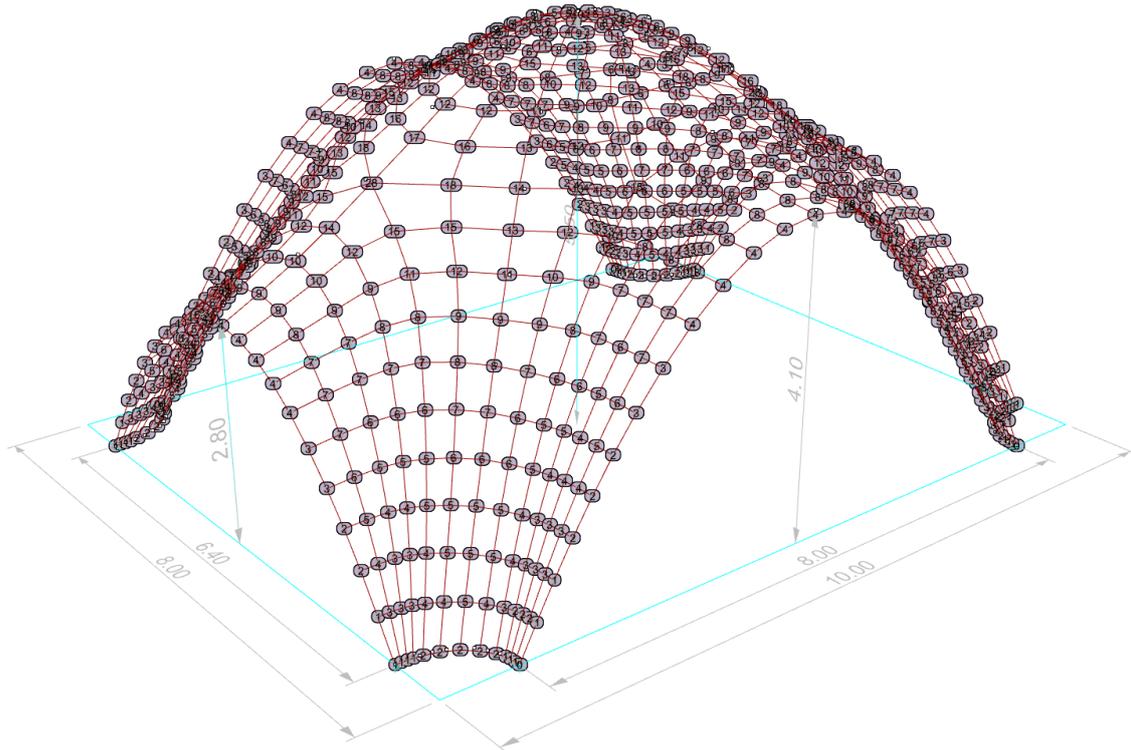


Figure 8.4.7 - Pondération de la charge en fonction de la surface des facettes adjacentes.

Comme évoqué, l'algorithme de relaxation utilisé est celui fourni par le Kagaroo2 plugin de Rhino/Grasshopper. L'amortissement (damping) peut être ajusté et il a été réglé pour une conservation de 99% de la vitesse à chaque itération. Une valeur plus basse aurait cependant permis d'atteindre l'équilibre plus rapidement.

1ÈRE RELAXATION

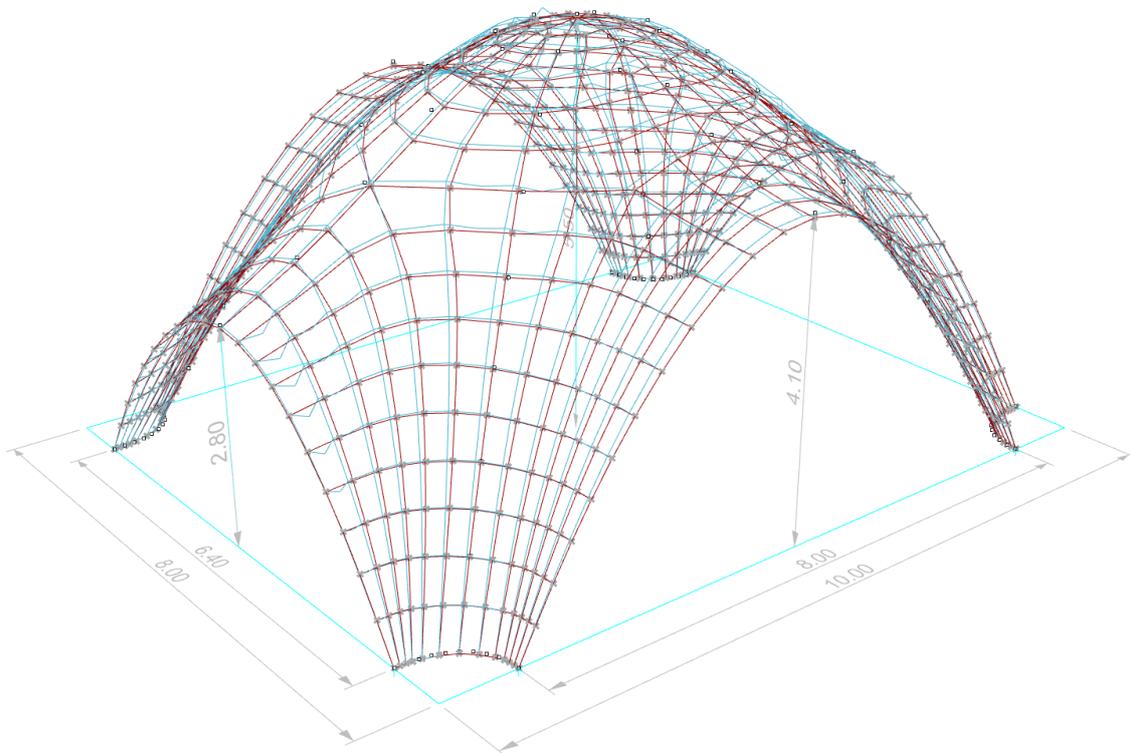


Figure 8.4.8 - Maillage original (rouge) vs maillage relaxé (bleu)

La relaxation converge en quelques minutes après 26'200 itérations.

On note les zones où les barres se sont pliées et ne sont donc pas sollicitées.

Ces barres, dans la direction concentrique, apparaissent notamment sur la périphérie de l'arc d'ouverture le plus bas et au sommet de la structure où le sommet s'est abaissé.

Dans la direction radiale, on peut observer des liaisons non-sollicitées aussi au niveau de la liaison entre les zones de transition arcs d'ouverture / coupole. Cf. illustration ci-après. Le rapprochement des nœuds concernés va de pair avec une rotation des arcs d'ouverture autour des appuis vers l'intérieur.

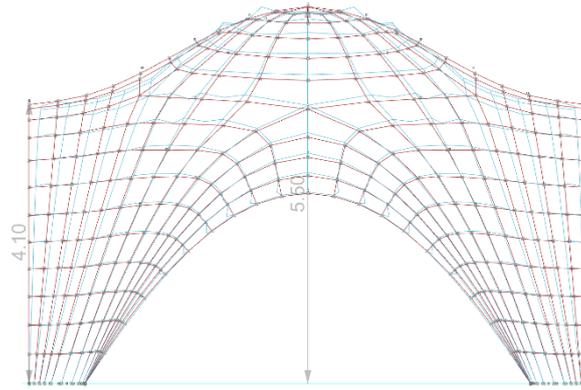


Figure 8.4.9 - Vue frontale - Maillage original (rouge) vs maillage relaxé (bleu)

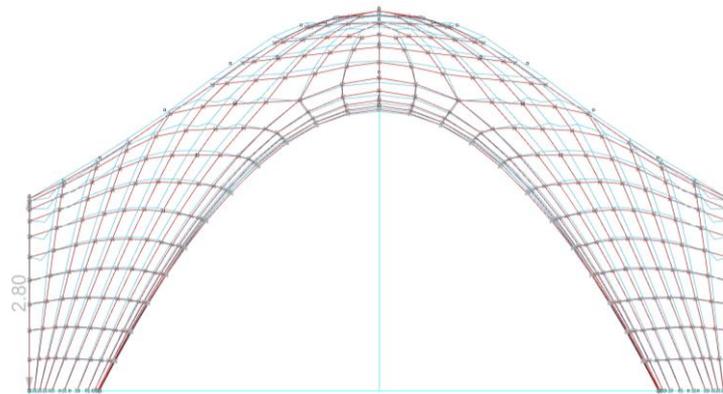


Figure 8.4.10 - Vue latérale - Maillage original (rouge) vs maillage relaxé (bleu)

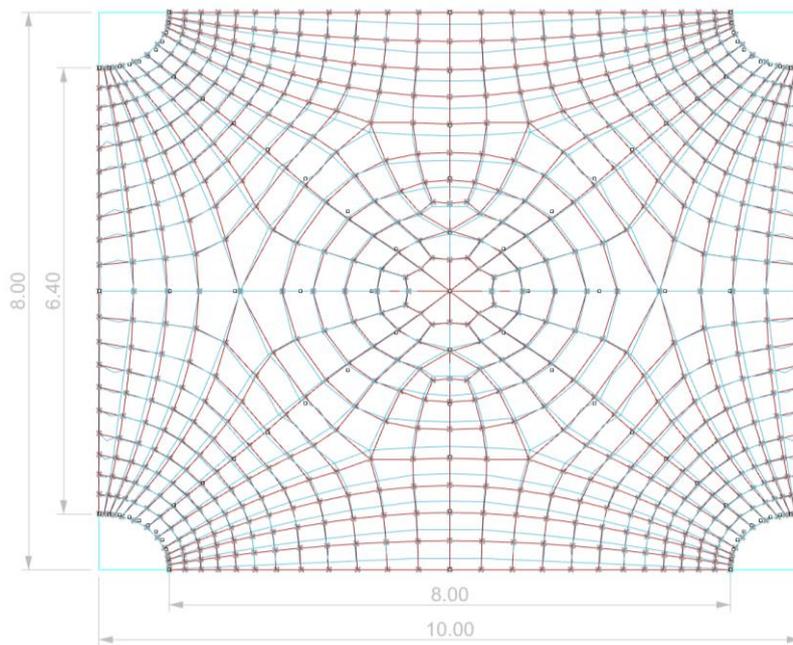


Figure 8.4.11 - Vue de dessus - Maillage original (rouge) vs maillage relaxé (bleu)

Par la suite, les nœuds sont de nouveau connectés par des segments droits. Cette opération est effectuée programmiquement.

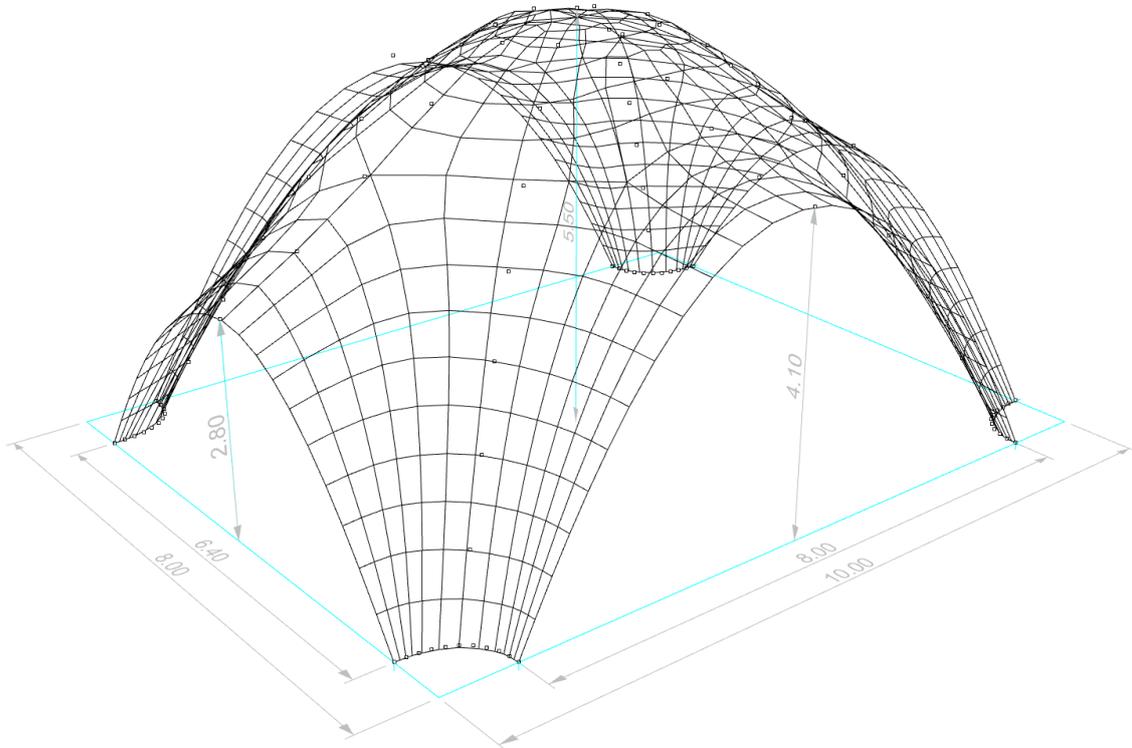


Figure 8.4.12 - Maillage relaxé lissé

2^{NDE} RELAXATION

Avant de procéder à une seconde relaxation, le maillage est repris manuellement :

- Les 2 grands arcs périphériques dont les sommets s'étaient déplacés vers l'intérieur sont redressés programmatiquement d'aplomb. Une pente légèrement ascendante vers l'extérieur est introduite afin de réduire le mouvement vers l'intérieur.
- Les bosses à proximité du sommet, dues à une discontinuité dans le maillage sont aplanies.
- Le sommet est remonté à la hauteur cible.

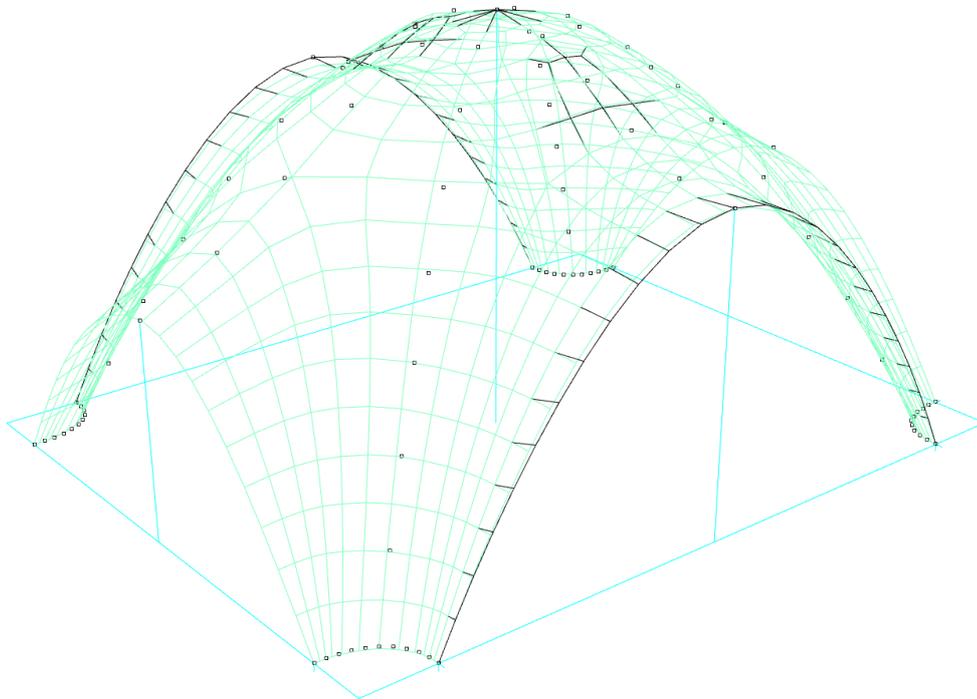


Figure 8.4.13 - Maillage relaxé (vert) - Maillage corrigé (noir)

Après la seconde relaxation, on ne distingue plus de liaisons comprimées (barres pliées) à l'œil nu.

La forme initiale est largement respectée. Les arcs d'ouverture sont quasiment d'aplomb, la hauteur cible est à quelques centimètres près, respectée.

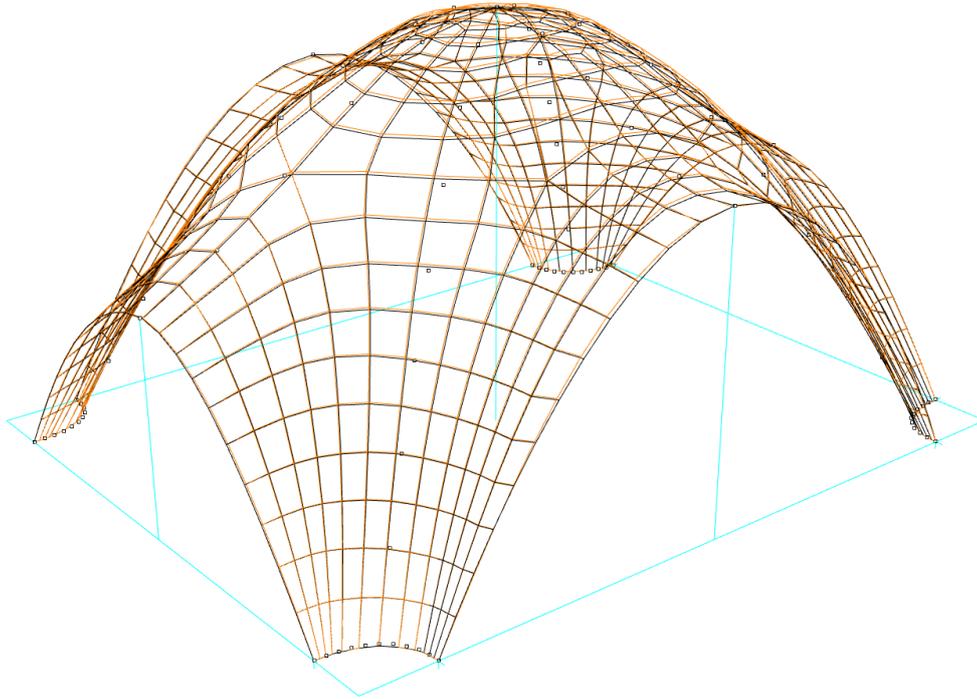


Figure 8.4.14 - Géométrie relaxé (orange) vs géométrie corrigée issue de la 1ère relaxation (noir). Les points correspondent aux courbes-guide de la construction initiale. Perspective.

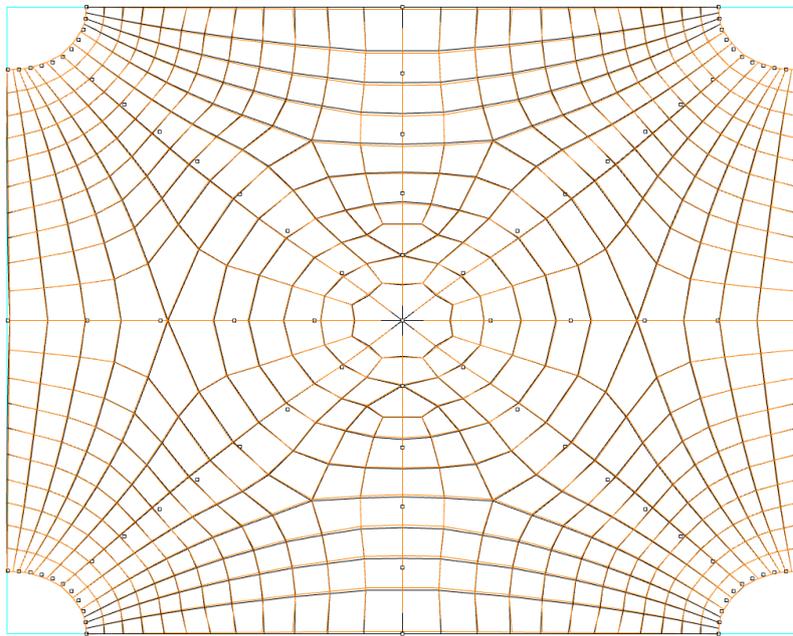


Figure 8.4.15 - Maillage avant 2nde relaxation (noir) - Maillage après 2nde relaxation (orange) - Vue en plan

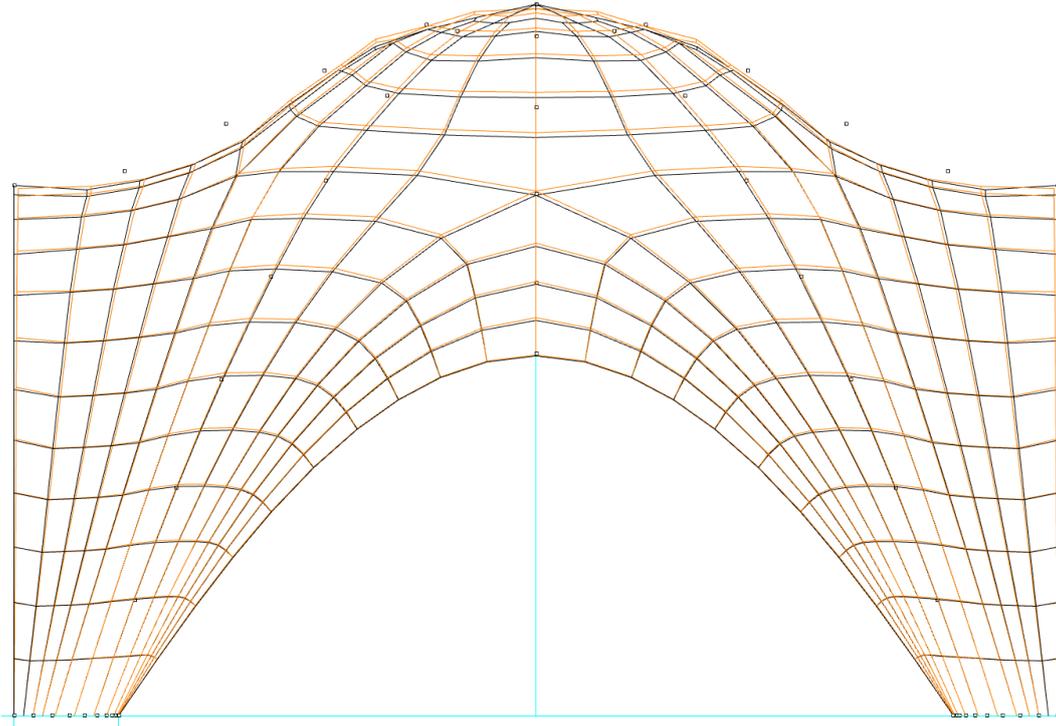


Figure 8.4.16 - Maillage avant 2nde relaxation (noir) - Maillage après 2nde relaxation (orange) - Élévation frontale

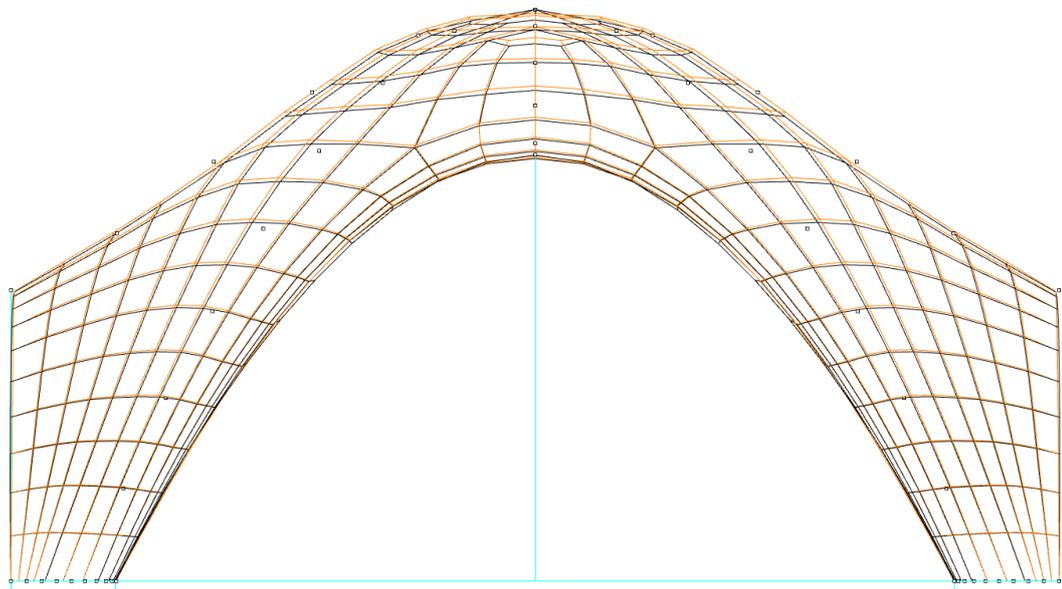


Figure 8.4.17 - Maillage avant 2nde relaxation (noir) - Maillage après 2nde relaxation (orange) - Élévation latérale

A.3.3. 1^{ÈRE} VÉRIFICATION DE LA NATURE FUNICULAIRE

ANALYSE AVEC KARAMBA3D

Une première analyse, avec un programme simple de prédimensionnement doit permettre de vérifier le caractère funiculaire de la structure.

Le plugin « Karamba3D – parametric engineering » est utilisé à cette fin. Il s’agit d’un plugin d’analyse aux éléments finis pour Rhino/Grasshopper, le même environnement de conception paramétrique utilisé pour la définition de la géométrie.

Karamba3D offre différents algorithmes d’analyse. Des calculs au 1^{er} ordre, au 2^{ème} ordre et aussi trois différents solveurs pour des calculs non-linéaires, qui portent néanmoins encore l’étiquette « Work In Progress ».

“It is work-in-progress. This means that especially for shells the algorithms may not converge within acceptable time for some structures. If however a result is returned, then it should be sound.” [87, p. 66]

Les trois solveurs itératifs proposés sont « Dynamic Relaxation », « Newton-Raphson » et « ArcLength ».

Le dernier est recommandé pour les coques minces. Il prendrait au mieux en compte le « *post-buckling behavior* », donc la réserve de capacité portante après formation de rotules. Aucune précision est donnée au sujet. L’auteur renvoie vers le [88, pp. 102, 214].

L’analyse non-linéaire n’a pas fourni de résultats consistants. On n’en abordera pas les résultats. Pour obtenir une première impression des efforts et contraintes on se base sur une analyse au 1^{er} ordre.

MODEL STRUCTUREL

Une épaisseur constante de la voûte de 10 cm et, pour le matériau, un poids volumique de 25 kN/m³ est considérée.

Les appuis sont constitués par les 52 nœuds en contact avec le sol. Les translations y sont bloquées, les rotations libres.

La seule charge appliquée est celle résultant du poids propre.

REPÈRES LOCAUX

Le graphique dessous montre l'orientation des repères locaux : **x en rouge**, **y en vert** et **z en bleu**.

On voit que les facettes sont bien toutes orientées de manière à ce que l'axe z pointe vers l'extérieur.

Les Repères locaux sont définis de façon à se rapprocher au mieux du repère global. On peut se les représenter comme des repères globaux alignés au plan tangent de chaque facette en effectuant les rotations les plus petites possibles.

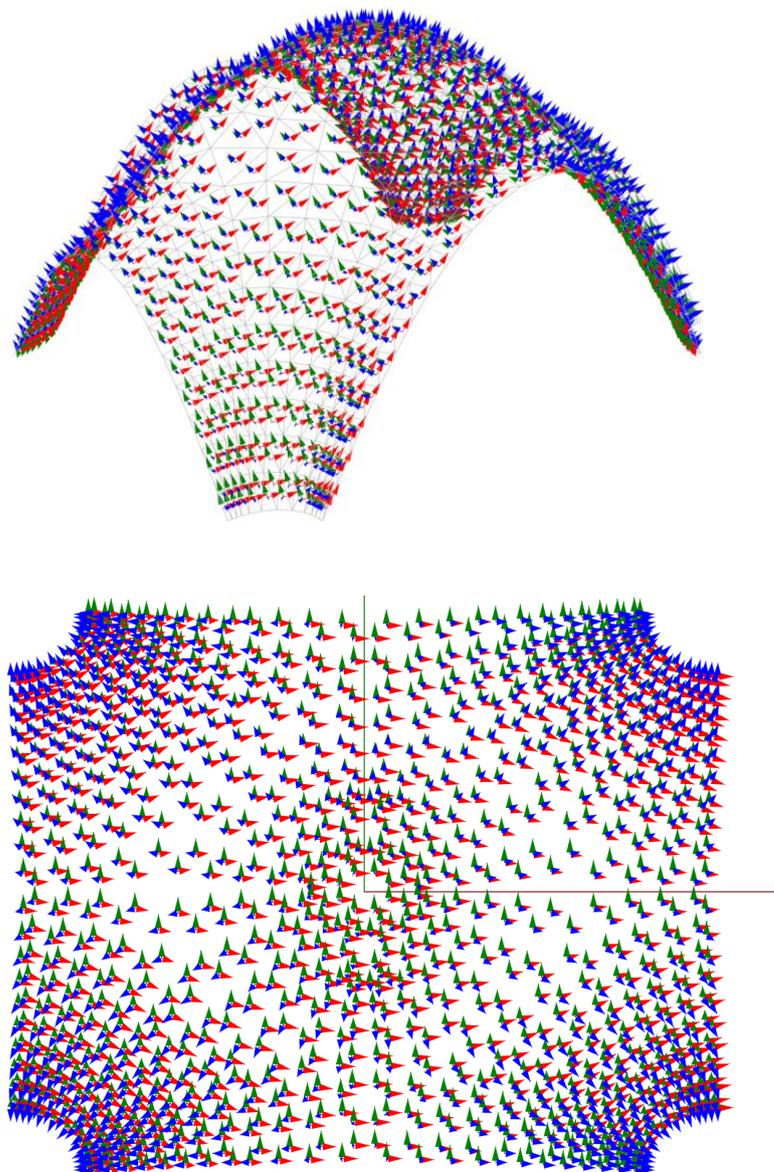


Figure 8.4.18 - Repères locaux des facettes – Perspective et vue en plan

DIRECTION DES CONTRAINTES PRINCIPALES

Sur la Figure 8.4.19 ci-dessous, sont représentées les directions des contraintes principales 1 et 2. La direction 1 correspond aux flèches vertes, la 2 aux flèches rouges.

La direction 2 correspond en général au sens selon laquelle on peut se représenter la descente des charges depuis les crêtes vers les appuis. Au niveau des arcs elle correspond aux forces approximativement perpendiculaires aux ouvertures.

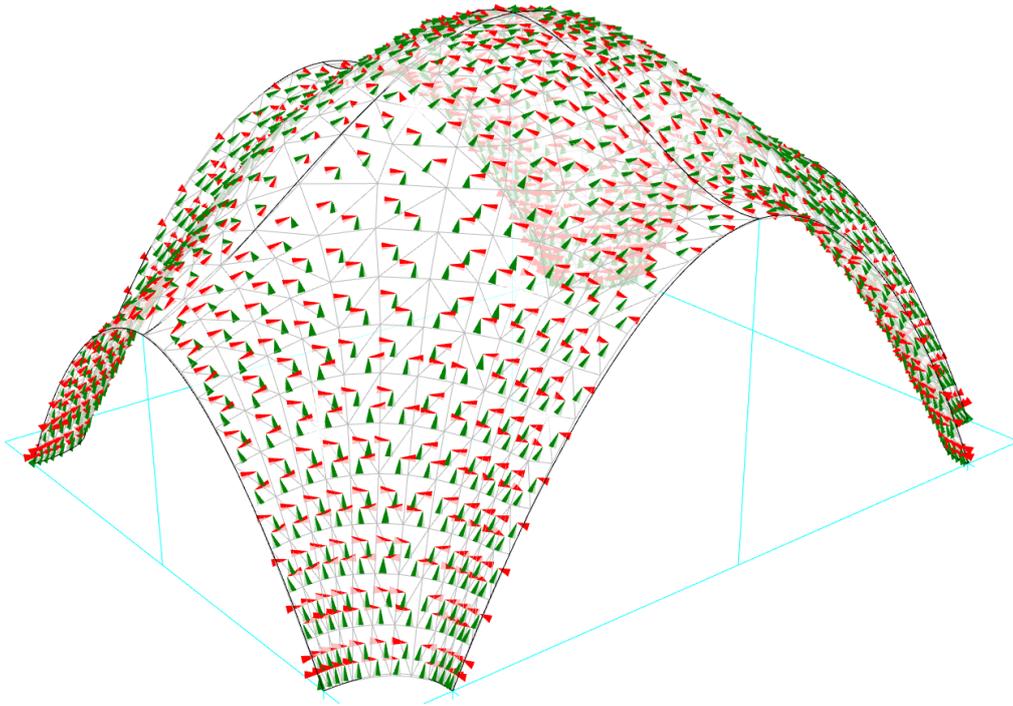


Figure 8.4.19 - Directions des contraintes principales pour chaque facette : 1-vert, 2- rouge

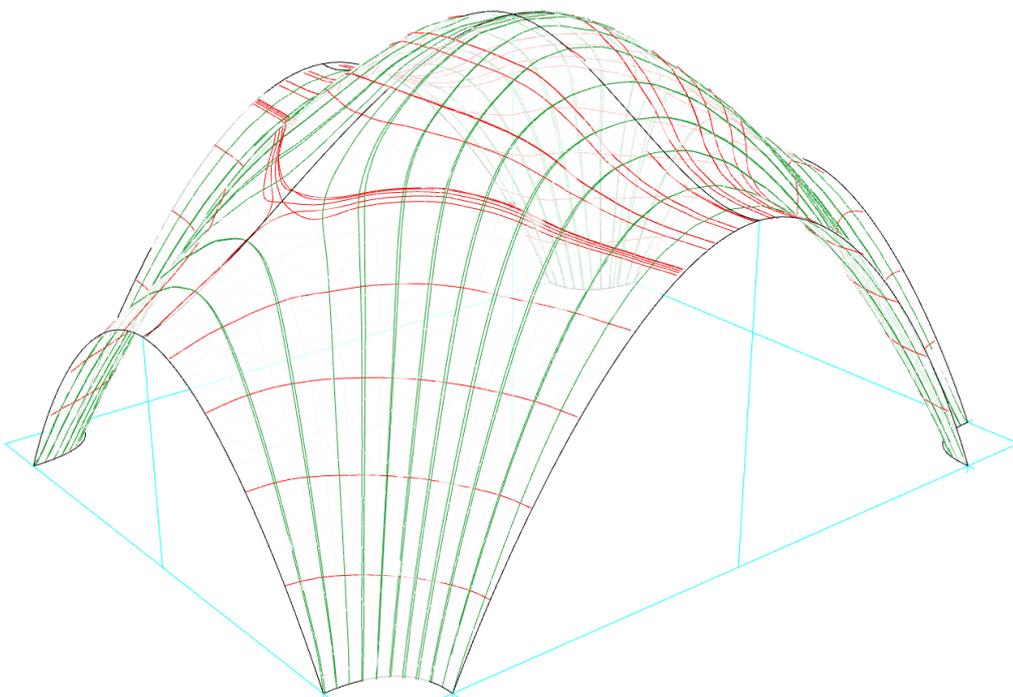


Figure 8.4.20 – Courbes approchant l'orientation des contraintes principales : 1-vert, 2- rouge

Comme le montre assez clairement la représentation qui approche la direction des contraintes principales par des courbes (Figure 8.4.20), les arcs sont continus dans le sens de la plus grande portée.

En partie supérieure de la voûte, on aurait pu s'attendre à une orientation des contraintes comme on les connaît des coupôles, radiales et concentriques. Mais la différence des portées influe l'orientation des contraintes.

MOMENTS DE FLEXION, EFFORTS NORMAUX ET CONTRAINTES PRINCIPALES

“Positive bending moments result in tension on the upper side of a shell. The upper side of a shell element is defined by a positive value of the local Z-axis.” [87, p. 105]

Le moment M_i agit de façon à provoquer une contrainte normale positive (traction) sur le parement supérieur dans la direction principale i .

INTENSITÉ DES MOMENTS DE FLEXION

Dans un premier temps, je me suis intéressé aux moments de flexion agissant dans la direction des contraintes principales 1 afin d'identifier d'éventuelles discontinuités qui pourraient motiver de légères adaptations de la géométrie.

L'analyse au 1^{er} ordre livre une répartition relativement fluide. Les valeurs absolues des moments varient entre 0 et 76 N*m/m.

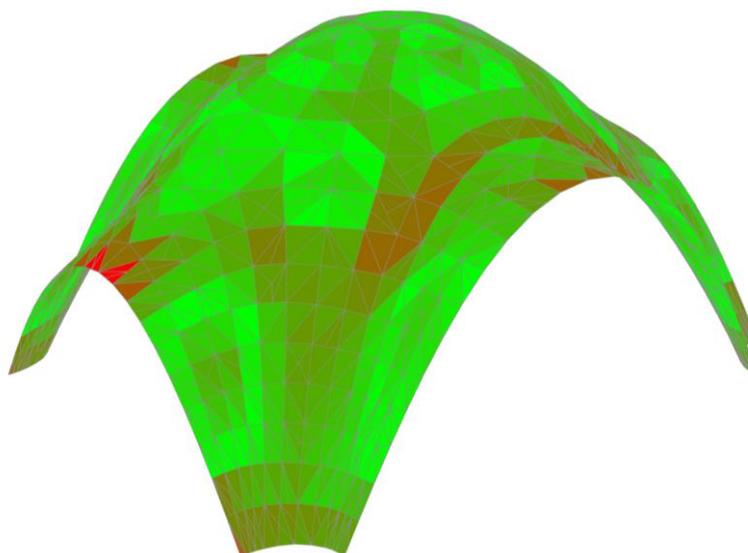


Figure 8.4.21 - Moments M_1 valeurs absolues - Analyse au premier ordre

Les valeurs absolues maximales correspondent aux sommets des arcs d'ouverture secondaires. Les efforts normaux qui en résultent agissent ici approximativement dans le sens de la portée de ces arcs. Étant négatifs, ils provoquent de la tension dans le parement inférieur.



Figure 8.4.22 – M1 - Valeur absolue maximale au sommet des arcs d'ouverture secondaires

La situation est très différente pour les moments agissant sur l'autre direction principale. L'analyse linéaire fournit une distribution sans changements abruptes.

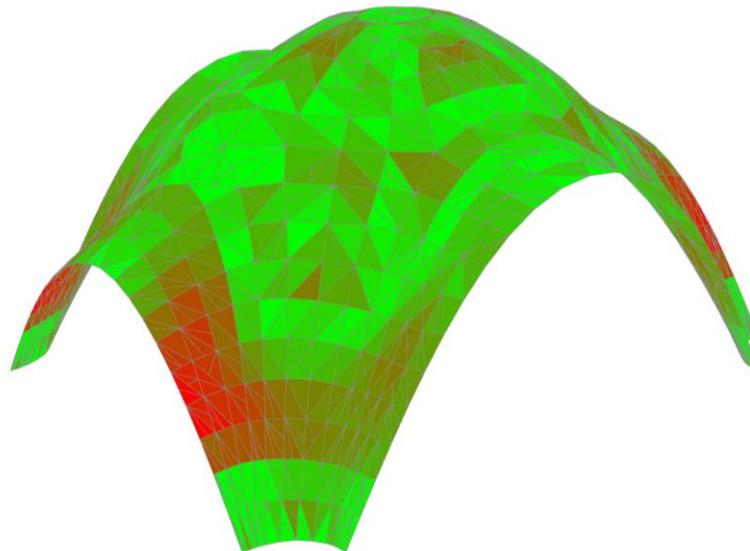


Figure 8.4.23 - Moments M2 valeurs absolues - Analyse au premier ordre

Les valeurs varient entre $-26 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{m}$ et $52 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{m}$ pour l'analyse linéaire.

CONCLUSION

Les moments de flexion sont relativement faibles mais existantes. Notamment, les moments observés au sommet des arcs d'ouverture peuvent être dues à un maillage trop grossier. Un maillage plus fin permettra éventuellement d'obtenir de meilleures performances.

Les résultats obtenus sont semblables à ceux obtenus plus tard avec Pythagore appliqué au même maillage. Néanmoins, les efforts fournis par Pythagore sont légèrement plus faibles. En partie, ceci peut être dû à la plus faible densité (2.0 t/m^3) appliquée au modèle Pythagore, par rapport au modèle Karamba (2.5 t/m^3).

A.4. TABLEAU : CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES EN LABO & VAL. DE DIMENSIONNEMENT

Le tableau 1 récapitule quelques valeurs de références des caractéristiques mécaniques.

Le tableau 2 donne les valeurs de calcul en fonction des résultats de test en laboratoire.

Annexe : [A.4 Caractéristiques mécaniques terre crue-Essais et valeurs de calcul.pdf](#)

A.5. TABLEAU : RÉCAPITULATIF DES RÉSULTATS D'ESSAIS SUR BRIQUES ET SUR MAÇONNERIES EFFECTUÉES PAR TRUJILLO

Annexe : [A.5 Trujillo Mix design and mechanical characterization of stabilized compressed earth Blocks and assemblies 2016--Block test results.pdf](#)

A.6. ACTION DU VENT – FEUILLE DE CALCUL

Annexe : [A.6 Action du vent.pdf](#)

A.7. RÉFÉRENCES NORMATIVES POUR LA MAÇONNERIE

A.7.1. ÉLÉMENTS DE MAÇONNERIE ¹

NORMES D'ESSAIS

- **DIN EN 772-1**
Prüfverfahren für Mauersteine – Teil 1: Bestimmungen der Druckfestigkeit
Ausgabe 2016-05
- **DIN EN 772-2**
Teil 2: Bestimmung des prozentualen Lochanteils in Mauersteinen (mittels
Papiereindruck)
Ausgabe: 2005-05
- **DIN EN 772-3**
Teil 3: Bestimmung des Nettovolumens und des prozentualen Lochanteils von
Mauerziegeln mittels hydrostatischer Wägung (Unterwasserwägung)
Ausgabe: 1998-10
- **DIN EN 772-4**
Teil 4: Bestimmung der Dichte und der Rohdichte sowie der Gesamtporosität und der
offenen Porosität von Mauersteinen aus Naturstein
Ausgabe: 1998-10
- **DIN EN 772-5**
Teil 5: Bestimmung des Gehaltes an aktiven löslichen Salzen von Mauerziegeln
Ausgabe: 2018-12
- **DIN EN 772-6**
Teil 6: Bestimmung der Biegezugfestigkeit von Mauersteinen aus Beton
Ausgabe: 2002-02
- **DIN EN 772-7**
Teil 7: Bestimmung der Wasseraufnahme von Mauerziegeln für
Feuchteisolierschichten durch Lagerung in siedendem Wasser
Ausgabe: 1998-10
- **DIN EN 772-9**
Teil 9: Bestimmung des Loch- und Nettovolumens sowie des prozentualen
Lochanteils in Mauerziegeln und Kalksandsteinen mittels Sandfüllen
Ausgabe: 2005-05
- **DIN EN 772-10**
Teil 10: Bestimmung des Feuchtegehaltes von Kalksandsteinen und Mauersteinen aus

¹ Source : <https://www.baunetzwissen.de/mauerwerk/fachwissen/regelwerke/normen-pruefverfahren-fuer-mauersteine-162986>

Porenbeton

Ausgabe: 1999-04

- **DIN EN 772-11**
Teil 11: Bestimmung der kapillaren Wasseraufnahme von Mauersteinen aus Beton, Porenbetonsteinen, Betonwerksteinen und Natursteinen sowie der anfänglichen Wasseraufnahme von Mauerziegeln
Ausgabe 2011-07
- **DIN EN 772-13**
Teil 13: Bestimmung der Netto- und Brutto-Trockenrohichte von Mauersteinen (außer Natursteinen)
Ausgabe: 2000-09
- **DIN EN 772-14**
Teil 14: Bestimmung der **feuchtebedingten Formänderung** von Mauersteinen aus Beton und Betonwerksteinen
Ausgabe: 2002-02
- **DIN EN 772-15**
Teil 15: Bestimmung der Wasserdampfdurchlässigkeit von Porenbetonsteinen
Ausgabe: 2000-09
- **DIN EN 772-16**
Teil 16: Bestimmung der Maße
Ausgabe 2011-07
- **DIN EN 772-18**
Teil 18: Bestimmung des Frostwiderstandes von Kalksandsteinen
Ausgabe 2011-07
- **DIN EN 772-19**
Teil 19: Bestimmung der **Feuchtedehnung** von horizontal gelochten großen Mauerziegeln
Ausgabe: 2000-09
- **DIN EN 772-20**
Teil 20: Bestimmung der Ebenheit von Mauersteinen
Ausgabe: 2005-05
- **DIN EN 772-21**
Teil 21: Bestimmung der Kaltwasseraufnahme von Mauerziegeln und Kalksandsteinen
Ausgabe 2011-07
- **DIN EN 772-22**
Teil 22: Bestimmung des Frost-Tau-Widerstandes von Mauerziegeln
Ausgabe: 2019-02
- **E DIN EN 846-4**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 4: Bestimmung der

Festigkeit und der Last-Verformungs-Eigenschaften von Bändern
Ausgabe: 2005-01

- **DIN EN 846-5**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 5: Bestimmung der Zug- und Druckfähigkeit sowie der Steifigkeit von Mauerankern (Steinpaar-Prüfung)
Ausgabe 2012-11
- **DIN EN 846-6**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 6: Bestimmung der Zug- und Druckfähigkeit sowie der Steifigkeit von Mauerankern (Einseitige Prüfung)
Ausgabe 2012-11
- **DIN EN 846-7**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 7: Bestimmung der Schubtragfähigkeit und der Steifigkeit von Mauerverbindern
Ausgabe 2012-11
- **DIN EN 846-8**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 8: Bestimmung der Tragfähigkeit und der Last-Verformungseigenschaften von Balkenauflagern
Ausgabe 2006-10
- **DIN EN 846-9**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk - Teil 9: Bestimmung der Biegezug- und Schubfestigkeit von Stürzen
Ausgabe 2016-08
- **DIN EN 846-14**
Prüfverfahren für Ergänzungsbauteile für Mauerwerk – Teil 14: Bestimmung der Anfangsscherfestigkeit des Verbunds zwischen dem vorgefertigten Teil eines teilweise vorgefertigten, bauseits ergänzten Sturzes und dem über dem Sturz befindlichen Mauerwerk
Ausgabe 2012-11
- **DIN EN 15080-12**
Erweiterter Anwendungsbereich der Ergebnisse aus Feuerwiderstandsprüfungen – Teil 12: Tragende Mauerwerkswände
Ausgabe 2011-04
- **DIN EN 15254-2**
Erweiterter Anwendungsbereich der Ergebnisse aus Feuerwiderstandsprüfungen – Nichttragende Wände – Teil 2: Mauersteine und Gips-Wandbauplatten; Deutsche Fassung prEN 15254-2:2009
Ausgabe: 2009-10

UNITÉS DE MAÇONNERIE (ALLEMAGNE)

Nach deutscher Normierung unterscheidet man Steinarten und Steinformate.

Steinformate bestimmen die Abmessung der Steine.

Steinarten bestimmen Materialqualität und Lochung.

STEINARTEN

KURZBEZEICHNUNG VON MAUERSTEINEN NACH DIN 1053-1 ¹

Mauerziegel	DIN 105
Mz	Mauerziegel
HLz	Hochlochziegel, Leichtlochziegel
VMz	Vormauerziegel, Vollziegel
VHLz	Vormauer-Hochlochziegel, Leichtlochziegel
KMz	Vollklinker
KHLz	Hochlochklinker
HLzT	Mauertafelziegel, Mauertafelleichtziegel
KK	Keramik, Vollklinker
KHK	Keramik-Hochlochklinker
Mauerstein	Kalksandsteine (DIN 106)
KS	Voll- und Blockstein
KSL	Loch- und Hohlblocksteine
KSVm	KS-Vormauersteine
KSVb	KS-Verblender
KSVmL	KS-Vormauersteine
KSVbL	KS-Verblender
Mauerstein	Porenbeton(Gasbeton)
PB	Porenbeton, Blocksteine
PP	Porenbeton, Plansteine
Mauerstein	Leichtbetonsteine (DIN 18 151, 18 152)
Hbl	Hohlblöcke aus Leichtbeton
V	Vollsteine aus Leichtbeton
Vbl	Vollblöcke aus Leichtbeton
VblS	Vollblöcke mit Schlitz
VblS-W	Vollblöcke mit besonderen Wärmedämmeigenschaften
Mauerstein	Betonsteine (DIN 18153)
Vn	Betonsteine aus Beton
Vbn	Vollblöcke aus Beton
Hbn	Hohlblöcke aus Beton
Tbn	T-Blöcke aus Beton
Vm	Vormauersteine aus Beton
Vmb	Vormauerblöcke aus Beton

¹ Abréviations pour formats de briques selon DIN 1053-1, Source : <https://www.bau-dochselber.de/bautipps/mauer-bezeichnung.html>

UNTERSCHIED VON MAUERZIEGEL (MZ) ZU KERAMIKKLINKER (KK)

Mauerziegel bezeichnen im allgemeinen Ziegel welche zur Erstellung von tragendem Mauerwerk verwendet werden können.

Mauerziegel weisen geringere Druckfestigkeit, eine höhere Oberflächenporosität und somit eine höhere Wasseraufnahme als Keramik- oder Voll-klinker (KK) auf.

Während Ziegel bei 800 °C bis 1000 °C gebrannt werden, werden Klinker bei Temperaturen von za. 1100 °C gebrannt, wodurch die Oberfläche anschnilzt und somit versiegelt wird. Dieser Vorgang wird als Sintern bezeichnet. Siehe auch [89].

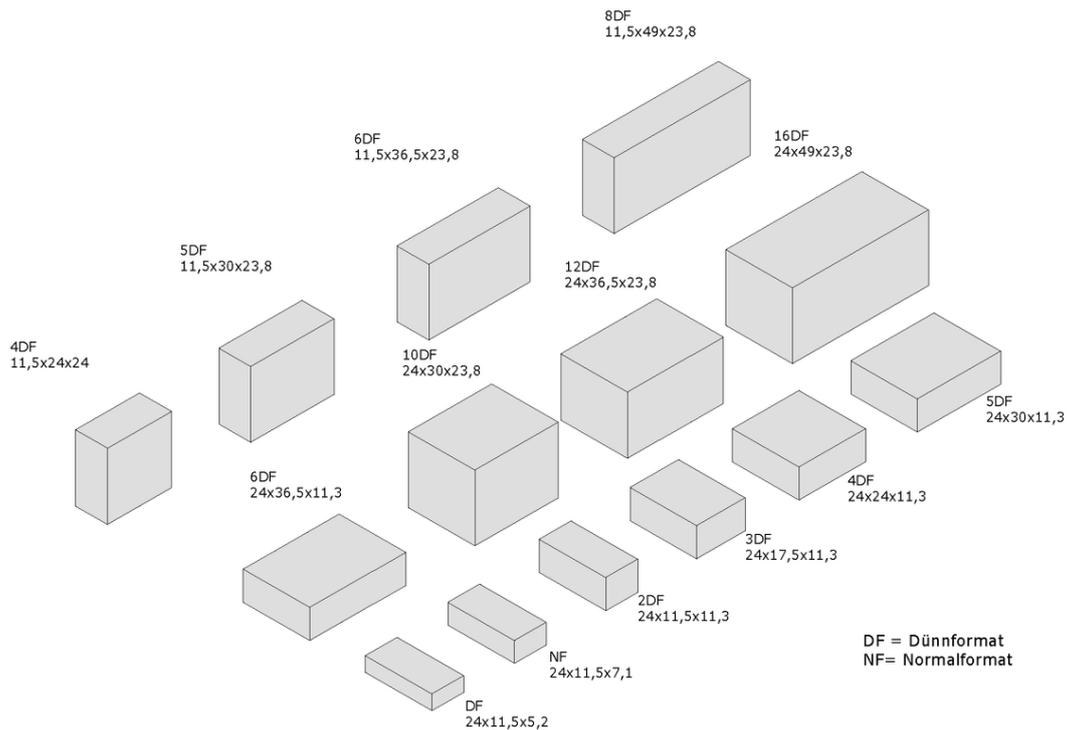
Klinker sind im Gegensatz zu Mauerziegeln frostunempfindlich. Die zur Herstellung von Klinker benötigte Energie ist wesentlich höher.

STEINFORMATE

STEINFORMATE NACH DIN 1053-1

Steinformart	Länge in mm	Breite in mm	Höhe in mm
DF (Dünnformat)	240	115	52
NF (Normalformat)	240	115	71
2 DF	240	115	113
3 DF	240	175	113
4 DF	240	240	113
5 DF	240 300	300 240	113 113
6 DF	240 240 365	365 175 240	113 238 113
8 DF	240	240 115 240	238 238 113
9 DF	365	175	238
10 DF	240 300 490	300 240 300	238 238 113
12 DF	240 365 490	365 240 175	238 238 238
15 DF	365	300	238

16 DF	240 490	490 240	238 238
18 DF	365	365	238
20 DF	490	300	238
24 DF	365 490	490 365	238 238



A.7.2. MORTIERS¹

- **DIN EN 413-1**
Putz- und Mauerbinder - Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien
Ausgabe: 2018-07
- **DIN EN 413-2**
Putz- und Mauerbinder – Teil 2: Prüfverfahren
Ausgabe: 2016-12
- **DIN EN 445**
Einpressmörtel für Spannglieder – Prüfverfahren
Ausgabe: 2008-01
- **DIN EN 446**
Einpressmörtel für Spannglieder – Einpressverfahren
Ausgabe: 2008-01
- **DIN EN 447**
Einpressmörtel für Spannglieder – Allgemeine Anforderungen
Ausgabe: 2017-09

ADJUVANTS

- **DIN EN 480-13**
Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel – Prüfverfahren – Teil 13: Referenz-Baumörtel für die Prüfung von Zusatzmitteln für Mauerwerksmörtel
Ausgabe: 2015-08
- **DIN EN 934-1**
Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel – Teil 1: Gemeinsame Anforderungen
Ausgabe: 2008-04
- **DIN EN 934-2**
Teil 2: Betonzusatzmittel - Definition, Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung
Ausgabe: 2012-08
- **DIN EN 934-3**
Teil 3: Zusatzmittel für Mauermörtel - Definitionen, Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung
Ausgabe: 2012-09
- **DIN EN 934-4**
Teil 4: Zusatzmittel für Einpressmörtel für Spannglieder - Definitionen,

¹ Source : <https://www.baunetzwissen.de/mauerwerk/fachwissen/regelwerke/normen-moertel-162946>

Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung
Ausgabe: 2009-09

- **DIN EN 934-5**
Teil 5: Zusatzmittel für Spritzbeton – Begriffe, Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung
Ausgabe: 2008-02
- **DIN EN 934-6**
Teil 6: Probenahme, Bewertung und Überprüfung der Leistungsbeständigkeit
Ausgabe: 2019-05

NORMES PERFORMANCES

- **DIN EN 998-1**
Festlegungen für Mörtel im Mauerwerksbau - Teil 1: Putzmörtel
Ausgabe: 2017-02
- **DIN EN 998-2**
Teil 2: Mauermörtel
Ausgabe: 2017-02

NORMES D'ESSAIS

- **DIN EN 1015-1**
Prüfverfahren für Mörtel für Mauerwerk – Teil 1: Bestimmung der Korngrößenverteilung (durch Siebanalyse)
Ausgabe: 2007-05
- **DIN EN 1015-2**
Teil 2: Probenahme von Mörteln und Herstellung von Prüfmörteln
Ausgabe: 2007-05
- **DIN EN 1015-3**
Teil 3: Bestimmung der Konsistenz von Frischmörtel (mit Ausbreittisch)
Ausgabe: 2007-05
- **DIN EN 1015-4**
Teil 4: Bestimmung der Konsistenz von Frischmörtel (mit Eindringgerät)
Ausgabe: 1998-12
- **DIN EN 1015-6**
Teil 6: Bestimmung der [Rohdichte](#) von Frischmörtel
Ausgabe: 2007-05
- **DIN EN 1015-7**
Teil 7: Bestimmung des Luftgehaltes von Frischmörtel
Ausgabe: 1998-12
- **DIN EN 1015-9**
Teil 9: Bestimmung der Verarbeitbarkeitszeit und der Korrigierbarkeitszeit von

Frischmörtel
Ausgabe: 2007-05

- **DIN EN 1015-10**
Teil 10: Bestimmung der Trockenrohdichte von Festmörtel
Ausgabe: 2007-05
- **DIN EN 1015-11**
Teil 11: Bestimmung der Biegezug- und [Druckfestigkeit](#) von Festmörtel
Ausgabe: 2020-01
- **DIN EN 1015-12**
Teil 12: Bestimmung der Haftzugfestigkeit zwischen Putz und Untergrund
Ausgabe: 2016-12
- **DIN EN 1015-17**
Teil 17: Bestimmung des Gehalts an wasserlöslichem Chlorid von Frischmörtel
Ausgabe: 2005-01
- **DIN EN 1015-18**
Teil 18: Bestimmung der kapillaren Wasseraufnahme von erhärtetem Mörtel (Festmörtel)
Ausgabe: 2003-03
- **DIN EN 1015-19**
Teil 19: Bestimmung der Wasserdampfdurchlässigkeit von Festmörteln aus Putzmörteln
Ausgabe: 2005-01
- **DIN EN 1015-21**
Teil 21: Bestimmung der Verträglichkeit von Einlagenputzmörteln mit Untergründen
Ausgabe: 2003-03

NORMES DIN

- **DIN 1164-10**
Zement mit besonderen Eigenschaften - Teil 10: Zusammensetzung, Anforderungen und Übereinstimmungsnachweis von Zement mit niedrigem wirksamen Alkaligehalt
Ausgabe: 2013-03
- **DIN 1164-11**
Teil 11: Zusammensetzung, Anforderungen und Übereinstimmungsnachweis von Zement mit verkürztem Erstarren
Ausgabe: 2003-11
- **DIN 1164-12**
Teil 12: Zusammensetzung, Anforderungen und Übereinstimmungsnachweis von Zement mit einem erhöhten Anteil an organischen Bestandteilen
Ausgabe: 2005-06

- **DIN EN 13139**, Norm-Entwurf
Gesteinskörnungen für Mörtel
Ausgabe: 2015-07
- **DIN 13139 Berichtigung 1**
Berichtigungen zu DIN EN 13139:2002-08
Ausgabe: 2004-12
- **DIN 18350**
VOB Vergabe- und Vertragsordnung für Bauleistungen – Teil C: Allgemeine Technische Vertragsbedingungen für Bauleistungen (ATV) – Putz- und Stuckarbeiten
Ausgabe: 2019-09
- **DIN 18515-1**
Außenwandbekleidungen – Grundsätze für Planung und Ausführung – Teil 1:
Angemörtelte Fliesen oder Platten
Ausgabe: 2017-08
- **DIN 18550-2**
Planung, Zubereitung und Ausführung von Innen- und Außenputzen – Teil 2:
Ergänzende Festlegungen zu DIN EN 13914-2 für Innenputze
Ausgabe: 2018-01
- **DIN 18555-4**
Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln - Teil 4: Bestimmung der
Längs- und Querdehnung sowie von Verformungskenngrößen von Mauermörteln
(Festmörtel) im statischen Druckversuch
Ausgabe: 2019-04
- **DIN 18555-6**
Teil 6: Bestimmung der Haftzugfestigkeit
Ausgabe: 1987-11
- **DIN 18555-7**
Teil 7: Bestimmung des Wasserrückhaltevermögens von Frischmörteln nach dem
Filterplattenverfahren
Ausgabe: 2019-04
- **DIN 18555-9**
Teil 9: Bestimmung der Fugendruckfestigkeit von Festmörteln
Ausgabe: 2019-04
- **DIN 18580**
Baustellenmauermörtel
Ausgabe: 2019-06
- **DIN 18946**
Lehmmauermörtel – Begriffe, Anforderungen, Prüfverfahren
Ausgabe: 2018-12

- **DIN 18947**
Lehmputzmörtel – Begriffe, Anforderungen, Prüfverfahren
Ausgabe: 2018-12

- **DIN V 20000-412**
Anwendung von Bauprodukten in Bauwerken - Teil 412: Regeln für die Verwendung
von Mauermörtel nach DIN EN 998-2:2017-02
Ausgabe: 2019-06

GROUPES DE MORTIER

Mörtelgruppe nach DIN V 20000-412 oder DIN V 18580		Druckfestigkeit f_m N/mm ²
Normalmauermörtel	II	2,5
	Ila	5,0
	III	10,0
	IIla	20,0
Leichtmauermörtel	LM 21	5,0
	LM 36	5,0
Dünnbettmörtel	DM	10,0

Tab. 1 – Groupes de mortier et résistance de calcul dans [43, p. 12].

TABLE 1 Proportion Specification Requirements

NOTE—Two air-entraining materials shall not be combined in mortar.

Mortar	Type (= classe de résistance)	Portland Cement or Blended Cement	Proportions by Volume (Cementitious Materials)						Hydrated Lime or Lime Putty	Aggregate Ratio (Measured in Damp, Loose Conditions)
			Mortar Cement			Masonry Cement				
			M	S	N	M	S	N		
Cement-Lime	M	1	1/4	Not less than 2 1/4 and not more than 3 times the sum of the separate volumes of cementitious materials
	S	1	over 1/4 to 1/2	
	N	1	over 1/2 to 1 1/4	
	O	1	over 1 1/4 to 2 1/2	
Mortar Cement	M	1	1	
	M	...	1	
	S	1/2	1	
	S	1	
	N	1	
Masonry Cement	O	1	
	M	1	1	
	M	1	
	S	1/2	1	...	
	S	1	
	N	1	...	
	O	1	...	

TABLE 2 Property Specification Requirements^A

Mortar	Type	Average Compressive Strength at 28 days, min, psi (MPa)	Water Retention, min, %	Air Content, max, % ^B	Aggregate Ratio (Measured in Damp, Loose Conditions)
Cement-Lime	M	2500 (17.2)	75	12	
	S	1800 (12.4)	75	12	
	N	750 (5.2)	75	14 ^C	
	O	350 (2.4)	75	14 ^C	
Mortar Cement	M	2500 (17.2)	75	12	Not less than 2 1/4 and not more than 3 1/2 the sum of the separate volumes of cementitious materials
	S	1800 (12.4)	75	12	
	N	750 (5.2)	75	14 ^C	
	O	350 (2.4)	75	14 ^C	
Masonry Cement	M	2500 (17.2)	75	18	
	S	1800 (12.4)	75	18	
	N	750 (5.2)	75	20 ^D	
	O	350 (2.4)	75	20 ^D	

^A Laboratory prepared mortar only (see Note 4).

^B See Note 5.

^C When structural reinforcement is incorporated in cement-lime or mortar cement mortar, the maximum air content shall be 12 %.

^D When structural reinforcement is incorporated in masonry cement mortar, the maximum air content shall be 18 %.

Tab. 2 – Mortiers selon ASTM 270 : Table 1 (composition) et table 2 (propriétés) extraits de la norme de 2007.

B. RÉSULTATS ANNEXES

B.1. ANALYSE D'UNE SURFACE DE TRANSLATION DE 2 CHAINETTES

Calculs en non-linéarité matérielle avec une loi de comportement Drucker-Prager.

B.1.1. CALCUL GÉOMÉTRIQUEMENT LINÉAIRE

Dossier : \20.Compare\2022-06-18__Translation chainettes--Quadremesh--Geom lin

Annexes : [B.1.1 Linéarité géométrique--Contraintes.pdf](#)

[B.1.1 Linéarité géométrique--Déplacements et efforts.pdf](#)

B.1.2. CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS

Dossier : \20.Compare\2022-06-18__Translation chainettes--Quadremesh--Grands déplacements

Annexes : [B.1.2 GD--Contraintes.pdf](#)

[B.1.2 GD--Déplacements et efforts.pdf](#)

B.1.3. CALCUL EN GRANDS DÉPLACEMENTS AVEC APPUIS ÉLASTIQUES

La moyenne des résultantes horizontales des réactions aux nœuds d'appui a été de 2.3 kN lors du calcul avec appuis parfaitement fixes.

On définit des appuis élastiques avec une raideur de 2.3 kN/mm, de façon à obtenir un déplacement horizontal d'environ 0.7 mm ($0.7 \approx 1/\sqrt{2}$).

On aurait pu attribuer des raideurs différentes suivant la direction de la plus grande portée (x) et la petite portée (z). En choisissant des raideurs uniformes, le déplacement sera plus grand dans le sens de la grande portée. Selon cette orientation, les réactions étaient en moyenne presque deux fois plus grands avec 1.9 kN contre 1.1 kN.

Dossier : \20.Compare\2022-06-18__Translation chainettes--Quadremesh--Grands déplacements--Supports élastiques

Annexes : [B.1.3 GD--APP Élastiques--Contraintes.pdf](#)

B.2. ANALYSE PRÉALABLES

B.2.1. TERRE CUITE EP=95 – ANALYSE LINÉAIRE DE DIFFÉRENTS CAS DE CHARGE

Dossier : \20.Compare\2022-06-18__Translation chainettes--Quadremesh--Grands déplacements--Supports élastiques

Annexes : [B.2.1 Prédim--Terre cuite Ep095--Linéaire--Analyse prélim--FIC 100 505 601-3 605-8 701-4.pdf](#)

B.3. CALCULS EN PRÉDIMENSIONNEMENT

B.3.1. VÉRIFICATION D'UNE CHARGE PONCTUELLE APPLIQUÉE AU SOMMET

Maillage : 70.2

Épaisseur : 95 mm

Matériau : MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 DP 6787 395

Charges : La charge « ponctuelle » de 3 tonnes est représentée par une charge surfacique appliquée à 16 éléments DA d'une surface projetée totale de 0.665 m². La charge surfacique appliquée est de $3 * 9.81/0.665 = 44.26$ kN/m². L'augmentation des réactions d'appui verticales est bien de 29.5 kN selon SCOS.

Calcul : Grands déplacements – Non-linéarité matérielle Drucker-Prager

Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-03__Maillage 70.2—Prédimensionnement FIC5101

Annexe : [B.3.1 Charge ponctuelle appliquée au sommet--FIC5101.pdf](#)

B.3.2. EQU-1 - TERRE CUITE EP=165 - ANALYSE EN GRANDS DÉPLACEMENT – DRUCKER-PRAGER

Maillage : 70.3

Épaisseur : 165 mm

Matériau : MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 DP 6787 395

Charges : Combinaison EQU-1 – Vent + 0.5 neige ($\gamma_Q = 1.5$), PP ($\gamma_G = 0.9$)
Calcul : Grands déplacements – Non-linéarité matérielle Drucker-Prager
Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-13__Maillage 70.2--Predimensionnement définitif - Situations durables\165-GD-NL-Terre cuite
Annexe : [B.3.2 Prédim--Terre cuite Ep165--GD-NL--Combi EQU-1--FIC701.pdf](#)

B.3.3. EQU-1 - TERRE CRUE EP=305 - ANALYSE EN GRANDS DÉPLACEMENT – DRUCKER-PRAGER

Maillage : 70.3
Épaisseur : 305 mm
Matériau : MO 1093E3 NU 0.104 DE 1.776 DP 1657 91
Charges : Combinaison EQU-1 – Vent + 0.5 neige ($\gamma_Q = 1.5$), PP ($\gamma_G = 0.9$)
Calcul : Grands déplacements – Non-linéarité matérielle Drucker-Prager
Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-13__Maillage 70.2--Predimensionnement définitif - Situations durables\305-GD-NL-Terre crue
Annexe : [B.3.3 Prédim--Terre crue Ep305--GD-NL--Combi EQU-1--FIC701.pdf](#)

B.3.4. ACC-1 - TERRE CUIE EP=165 - ANALYSE EN GRANDS DÉPLACEMENT – DRUCKER-PRAGER

Maillage : 70.3
Épaisseur : 165 mm
Matériau : MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 DP 6787 279
Résistance en traction Drucker-Prager : Pour les charges où la traction bidirectionnelle est présente et où les efforts de traction résultent essentiellement de moments de flexion, nous prenons la valeur caractéristique en flexion (395 kPa) avec prise en compte de concomitance $\frac{395}{\sqrt{2}} = 279 \text{ kPa}$.
Charges : Combinaison ACC-1 – Vent violent + 0.2 neige ($\gamma_Q = 1.0$), PP ($\gamma_G = 1.0$)
Calcul : Grands déplacements – Non-linéarité matérielle Drucker-Prager
Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-16__Maillage 70.2--Prédimensionnement - Situations accidentelles\165-Terre cuite 1 -GD-NL- Vent – Concomitance\

Annexe : [B.3.4 Prédim--Terre cuite Ep165--GD-NL--Combi ACC-1--FIC706.pdf](#)

B.3.5. ACC-1 - TERRE CRUE EP=305 - ANALYSE EN GRANDS DÉPLACEMENT – DRUCKER-PRAGER

Maillage : 70.3

Épaisseur : 305 mm

Matériau : MO 1093E3 NU 0.104 DE 1.776 DP 1657 91

Contrairement à la coque terre cuite, plus fine, il n'y a que de très faibles concomitances. La valeur caractéristique est donc conservée comme limite DP en traction.

Charges : Combinaison ACC-1 – Vent violent + 0.2 neige ($\gamma_Q = 1.0$), PP ($\gamma_G = 1.0$)

Calcul : Grands déplacements – Non-linéarité matérielle Drucker-Prager

Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-16__Maillage 70.2--Prédimensionnement - Situations accidentelles\305-Terre crue 0 -GD-NL- Vent – ok\

Annexe : [B.3.5 Prédim--Terre crue Ep305--GD-NL--Combi ACC-1--FIC706.pdf](#)

B.3.6. ACC-2 - SÉISME -TERRE CUITE EP=165 - ANALYSE LINÉAIRE

Maillage : 70.3

Épaisseur : 165 mm

Matériau : MO 6787E3 NU 0.2 DE 1.98 ~~DP 6787 279~~

Charges : Combinaison ACC-2 – Séisme ($\gamma_Q = 1.0$) à action transversale dominante, PP ($\gamma_G = 1.0$)

Calcul : Calcul linéaire : Petits déplacements & matériau élastique linéaire

Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-16__Maillage 70.2--Prédimensionnement - Situations accidentelles\165-Terre cuite 2 -Lineaire- Séisme

Annexe : [B.3.6 Prédim--Terre cuite Ep165--Linéaire--Séisme--FIC712.pdf](#)

B.3.7. ACC-2 - SÉISME -TERRE CRUE EP=305 - ANALYSE LINÉAIRE

Maillage : 70.3

Épaisseur : 305 mm

Matériau : MO 1093E3 NU 0.104 DE 1.776 ~~DP 1657 91~~

Charges : Combinaison ACC-2 – Séisme ($\gamma_Q = 1.0$) à action transversale dominante,
PP ($\gamma_G = 1.0$)

Calcul : Calcul linéaire : Petits déplacements & matériau élastique linéaire

Dossier : \40.Analyse en service\2022-09-16__Maillage 70.2--Prédimensionnement -
Situations accidentelles\305-Terre crue 1 -Lineaire- Séisme

Annexe : [B.3.7 Prédim--Terre crue Ep305--Linéaire--Séisme--FIC712.pdf](#)

B.4. RÉSULTATS DE CALCUL DU PRÉDIMENSIONNEMENT – BASES POUR LA JUSTIFICATION DU DIMENSIONNEMENT – COMPILATION

Dossier : \40.Analyse en service\...

Annexe : [B.4 Compilation-BASES POUR LA JUSTIFICATION DU
DIMENSIONNEMENT](#)